Ｒ３　長崎県　公立　数学　問題

数-21-公-長崎-問-01

1　次の**問１**～**問 10** に答えなさい。

問１　$(3^2-1)\div(-2)$ を計算せよ。

問２　$\sqrt{45}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$ を計算せよ。

問３　y は x に反比例し，$x=4$ のとき，$y=8$ である。$x=2$ のとき，y の値を求めよ。

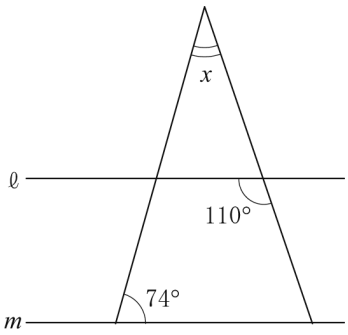
問４　30 個のおにぎりを x 人に 4 個ずつ配ると，y 個足りない。この数量の間の関係を等式で表せ。

問５　連立方程式 $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x-4y=17 \end{cases}$ を解け。

問６　2 次方程式 $(x-2)^2-5=0$ を解け。

問７　**図１**において，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

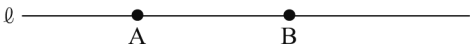
図１



問８　2021 の各位の数 2，0，2，1 の和を求めると 5 になる。このように，各位の数の和が 5 である 4 けたの自然数のうち，大きいほうから数えて 5 番目の自然数を求めよ。

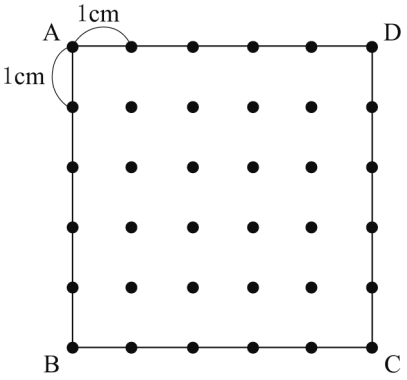
問９　**図２**のように，直線ℓ上に２点 A，B がある。△ABC が∠ABC＝90°の直角二等辺三角形となるような頂点 C の１つを，定規とコンパスを用いて解答用紙の**図２**に作図して求め，その位置を点●で示せ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図２



問 10　**図３**のように，正方形 ABCD の周上と内部に，点●が縦，横 1 cm の間隔で並んでいる。4 つの点●を頂点とする正方形を作るとき，面積が 10 cm^2 となる正方形の１つを，解答用紙の**図３**に作図せよ。

図３



数-21-公-長崎-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　**表**は，ある中学校の１年生 20 人と２年生 25 人について，夏休みに読んだ本の冊数を調べ，その結果を冊数別にまとめたものである。なお，１年生の相対度数と２年生の度数は空欄にしてある。また，相対度数は正確な値であり，四捨五入などはされていないものとする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

表

冊数（冊）	１年生		２年生	
	度数（人）	相対度数	度数（人）	相対度数
0	0			0.04
1	1			0.20
2	4			0.16
3	7			0.24
4	2			0.20
5	6			0.16
合計	20	1.00	25	1.00

(1)　１年生 20 人の中で，3 冊読んだ生徒の相対度数を求めよ。

(2)　１年生 20 人が読んだ本の冊数の平均値を求めよ。

(3)　１年生と２年生を比較したとき，次の①～④の中から正しいものをすべて選び，その番号を書け。

①　２冊読んだ生徒の相対度数は，１年生の方が大きい。

②　４冊以上読んだ生徒の人数は，１年生の方が多い。

③　最頻値（モード）は，１年生の方が大きい。

④　１年生と２年生の中央値（メジアン）は等しい。

問２　桜さんと昇さんと先生は，**図**のようなカレンダーを見ながら，✚ で囲まれた 5 つの数について話をしている。3 人の会話を読んで，あとの(1)～(3)に答えよ。

図

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

桜さん：✚ で囲まれた 5 つの数のうち，中央の数が 8 のとき，中央以外の 4 つの数の和は 1＋7＋9＋15 で，32 になっているよ。

昇さん：中央の数が 8 でないとき，中央以外の 4 つの数の和はどうなるのかな。

桜さん：中央の数が［（ア）］のとき，中央以外の 4 つの数の和は 44 になっているよ。

先　生：実は，✚ で囲まれた 5 つの数のうち，中央以外の 4 つの数の和は必ず 4 の倍数になります。このことを次のようにして，証明してみましょう。

〈証明〉✚ で囲まれた 5 つの数を，小さいほうから順に a，b，c，d，e とする。また，中央以外の 4 つの数の和を P とすると，$P=a+b+d+e$ である。

このあとは，a，b，c，d，e のうちの 1 つを x とおいて進めていきましょう。

昇さん：続きは，私がやってみます。a，b，c，d，e のどれを x とおいても証明できますが，私は［（イ）］を x とおいて証明します。

（〈証明〉の続き）

［（イ）］を x とおくと，残りの 4 つの数は x を用いて，小さいほうから順に［（ウ）］，［（エ）］，［（オ）］，［（カ）］と表される。

このとき，P は

［（キ）］

したがって，中央以外の 4 つの数の和は 4 の倍数になる。

先　生：そのとおりです。よくできましたね。

(1)［（ア）］にあてはまる数を求めよ。

(2)［（イ）］に a，b，c，d，e の中から 1 つ選んで書き，そのとき［（カ）］にあてはまる数を x を用いて表せ。

(3) 下線部で示した内容の〈**証明**〉の一部を［（キ）］に書き入れて，〈**証明**〉を完成させよ。ただし，解答用紙の「P＝」に続けて書くこと。

3　**図１**，**図２**のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，x 座標が 2 である点 A と，y 座標が 1 である点 B がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。ただし，点 B の x 座標は負とする。

問１　点 A の y 座標を求めよ。

問２　直線 AB の式を求めよ。

問３　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域を求めよ。

問４　△OAB の面積を求めよ。

問５　**図２**のように，点 A から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を C とし，直線 AB と x 軸との交点を D とする。また，点 C を通り，傾きが -1 である直線上に点 P をとる。△APD の面積が $4\sqrt{2}$ となるとき，点 P の x 座標をすべて求めよ。

図１

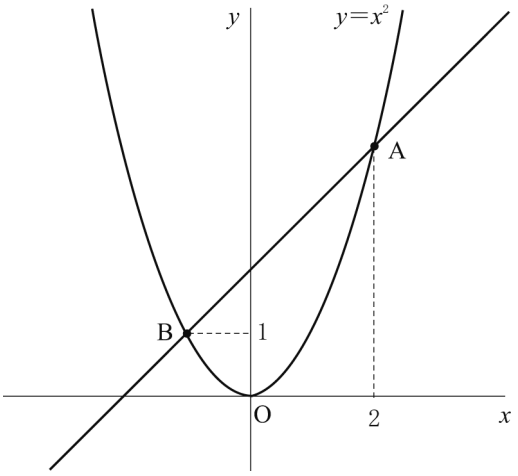
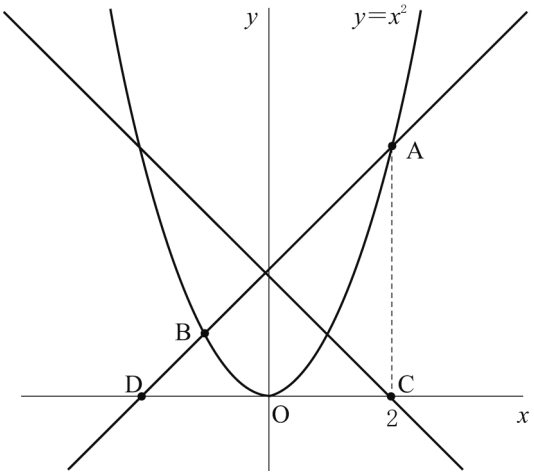


図２



4　**図１**は，底面の円の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円柱である。また，**図２**は，底面の円の半径が 2 cm，高さが 4 cm の円錐（すい）である。このとき，次の問いに答えなさい。

問１　**図１**において，円柱の側面積は何 cm^2 か。

問２　**図２**において，円錐の体積は何 cm^3 か。

問３　**図１**の円柱を透明な容器 A とし，**図２**の円錐を鉄でできたおもり B とする。この容器 A を底面が水平になるように置き，水をいっぱいになるまで注いだ。その後，おもり B を，底面を水平に保ったまま容器 A の水の中に静かに沈めていく。**図３**のように，おもり B の底面から水面までの高さが 2 cm となったとき，あふれた水の体積は何 cm^3 か。ただし，容器 A の厚さは考えないものとする。

図１

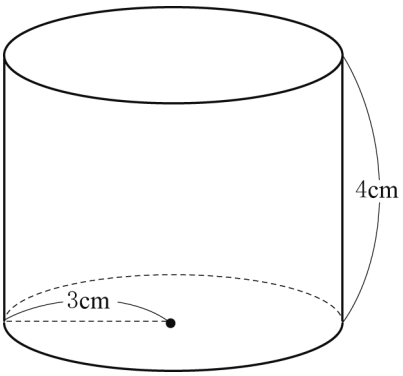


図２

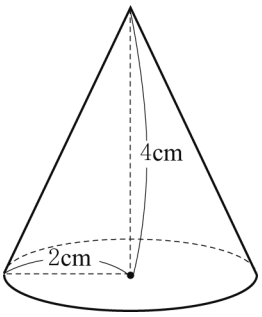
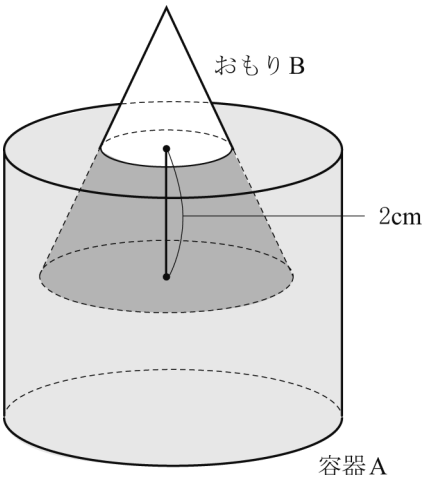
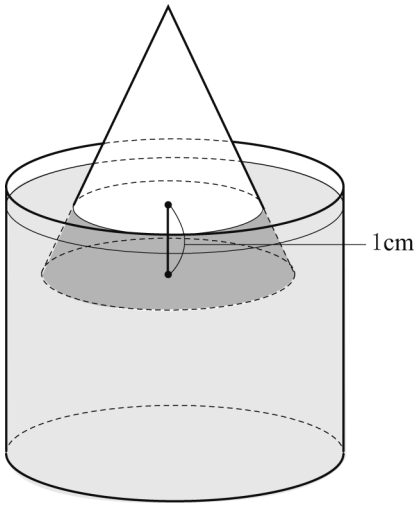


図３



問４　**図３**の状態から，おもり B を，底面を水平に保ったまま容器 A の水の中から静かに引き上げると水面が下がり，**図４**のように，おもり B の底面から水面までの高さが 1 cm となった。このとき，容器 A の下の底面から水面までの高さは何 cm か。ただし，容器 A の厚さは考えないものとする。

図４



数-21-公-長崎-問-05

5　**図１**～**図４**のように，長方形 ABCD があり，辺 AB 上に点 P を，辺 CD 上に点 R を，AP＝CR となるようにとる。さらに，辺 BC 上に点 Q を，辺 AD 上に点 S を，四角形 PQRS が平行四辺形となるようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。

問１　**図１**の平行四辺形 PQRS は，どのような条件が加わるとひし形になるか。次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

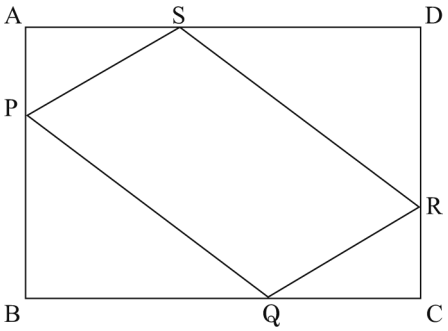
①　∠P＝∠Q

②　PQ⊥PS

③　PR＝QS

④　PQ＝PS

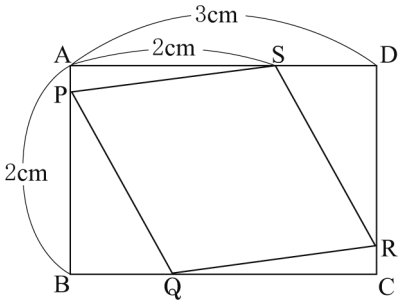
図１



問２　**図１**において，△APS≡△CRQ であることを証明せよ。

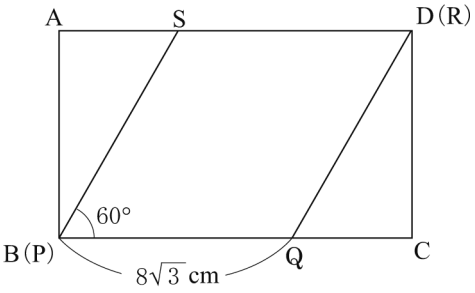
問３　**図２**のように，AB＝2 cm，AD＝3 cm とする。四角形 PQRS がひし形となり，AS＝2 cm のとき，線分 AP の長さは何 cm か。

図２



問４　**図３**，**図４**のように，点 P，R をそれぞれ点 B，D と一致するようにとる。四角形 PQRS がひし形となり，PQ＝$8\sqrt{3}$ cm，∠SPQ＝60° のとき，次の(1)，(2)に答えよ。

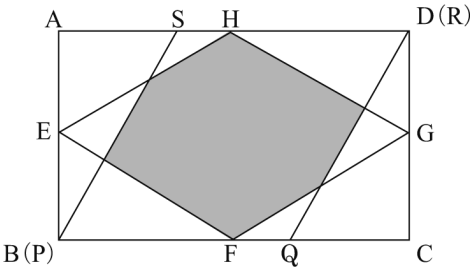
図３



(1) 辺 AB の長さは何 cm か。

(2) **図４**のように，長方形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とすると，四角形 EFGH はひし形となる。このとき，ひし形 PQRS とひし形 EFGH が重なった部分（**図４**の ▭ で示した部分）の面積は何 cm^2 か。

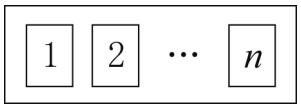
図４



数-21-公-長崎-問-06

6　**図１**のように，机の上に 1 から n の数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある。令子さんと和男さんが次の**ルール**にしたがってゲームを行う。

図１



ルール

① 机の上にあるカードに書かれた数字の中から 1 つ選び，選んだ数の約数が書かれたカードをすべてとる。

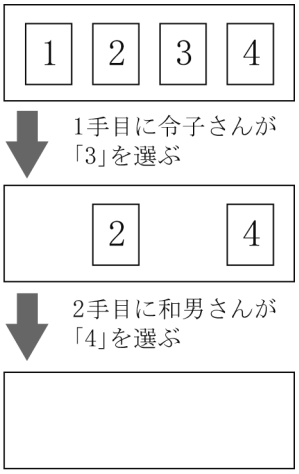
② 最初に，令子さんが①を行う（1手目）。次に，残ったカードについて，和男さんが①を行う（2手目）。以下，机の上のカードがなくなるまで，3手目に令子さん，4手目に和男さん，5手目に令子さん，…のように，2 人が交互に①を行う。

③ 最後のカードをとったほうを勝ちとする。

例えば，$n=4$ のとき，**図２**のように，1手目に令子さんが「3」を選ぶと，令子さんは 1 と 3 のカードをとり，2手目に和男さんが「4」を選ぶと，和男さんは 2 と 4 のカードをとるので，和男さんの勝ちとなる。

このとき，次の問いに答えなさい。

図２



問１　$n=3$ のとき，令子さんの勝ち負けは下の［　　］のようになる。

（ア） ～ （ウ） に「勝ち」，「負け」のいずれかを書け。

［　　］

1手目に令子さんが「1」を選べば令子さんの （ア） ，「2」を選べば令子さんの （イ） ，「3」を選べば令子さんの （ウ） である。



問２　$n=5$ のとき，令子さんが必ず勝つためには，1手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。

問３　$n=7$ のとき，次の(1)～(3)に答えよ。

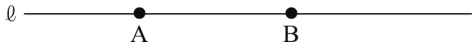
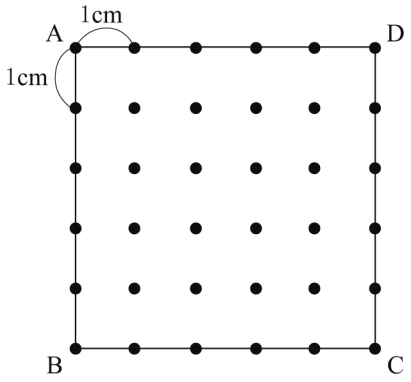
(1) 1手目に令子さんが「2」を選び，2手目に和男さんが「4」を選んだとき，令子さんが必ず勝つためには，3手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答え，その理由を説明せよ。

(2) 1手目に令子さんが「4」を選んだとき，2手目に和男さんが「3」を選ぶと，3手目に令子さんが何を選んでも令子さんが必ず勝つが，2手目に和男さんが「6」を選ぶと，3手目に令子さんが何を選んでも和男さんが必ず勝つ。このように，2 手目に和男さんが何を選ぶかによって，令子さんが必ず勝ったり，和男さんが必ず勝ったりすることがある。

それでは，1手目に令子さんが「3」を選んだとき，和男さんが必ず勝つためには，2手目に和男さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。

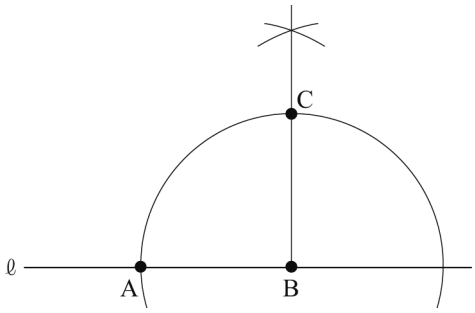
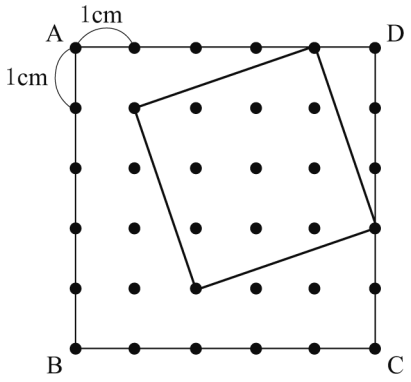
(3) このゲームにおいて，令子さんが最初から適切に数字を選んでいけば，和男さんがどのように数字を選んでも，令子さんは必ず勝つことができる。令子さんが必ず勝つためには，1手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。

Ｒ３　長崎県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-長崎-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３	$y=$		
		問４			
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６	$x=$　　，$x=$		
		問７	$\angle x=$　　°		
		問８			
		問９	図２ 		
		問 10	図３ 		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-21-公-長崎-KY-02	2	問１	(1)				
			(2)		冊		
			(3)				
		問２	(1)	(ア)			
			(2)	(イ)			
				(カ)			
			(3)	(キ)	P＝ したがって，中央以外の 4 つの数の和は 4 の倍数になる。		
数-21-公-長崎-KY-03	3	問１					
		問２	y＝				
		問３			$\leqq y \leqq$		
		問４					
		問５					
数-21-公-長崎-KY-04	4	問１			cm^2		
		問２			cm^3		
		問３			cm^3		
		問４			cm		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-長崎-KY-05	5	問１				
		問２				
		問３		cm		
		問４	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
数-21-公-長崎-KY-06	6	問１	(ア)			
			(イ)			
			(ウ)			
		問２				
		問３	(1)	選ぶ数字		
				理由		
			(2)			
			(3)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-長崎-K-01	1	問１	-4	3	
		問２	$\sqrt{5}$	3	
		問３	$y=16$	3	
		問４	$4x-y=30$	3	
		問５	$x=3,\ y=-2$	3	
		問６	$x=2-\sqrt{5},\ x=2+\sqrt{5}$	3	
		問７	$\angle x=36$　〔°〕	3	
		問８	3200	3	
		問９	図２  	3	
		問 10	図３  	3	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-21-公-長崎-K-02	2	問１	(1)	0.35		2	
			(2)	3.4　〔冊〕		3	
			(3)	①，④		3	
		問２	(1)	(ア)	11	2	
			(2)	(イ)	c	3	
				(カ)	$x+7$		
			(3)	(キ)	P$=a+b+d+e$ $=(x-7)+(x-1)+(x+1)+(x+7)$ $=4x$ x は整数だから，$4x$ は 4 の倍数である。 〔したがって，中央以外の 4 つの数の和は 4 の倍数になる。〕	3	
数-21-公-長崎-K-03	3	問１	4			2	
		問２	$y=x+2$			2	
		問３	$0 \leqq y \leqq 4$			3	
		問４	3			3	
		問５	$-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$			3	
数-21-公-長崎-K-04	4	問１	24π　〔cm^2〕			3	
		問２	$\frac{16}{3}\pi$　〔cm^3〕			3	
		問３	$\frac{14}{3}\pi$　〔cm^3〕			3	
		問４	$\frac{413}{108}$　〔cm〕			3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-長崎-K-05	5	問１	④		2	
		問２	△APS と△CRQ において ∠PAS＝∠RCQ＝90°（長方形の性質）…① PS＝RQ（平行四辺形の性質）…② AP＝CR（仮定）…③ ①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから △APS≡△CRQ		4	
		問３	$\frac{1}{4}$ 〔cm〕		3	
		問４	(1)	12 〔cm〕	3	
			(2)	$63\sqrt{3}$ 〔cm^2〕	3	
数-21-公-長崎-K-06	6	問１	(ア)	勝ち	1	
			(イ)	負け	1	
			(ウ)	負け	1	
		問２	4		2	
		問３	(1)	〔選ぶ数字〕　6	1	
				〔理由〕 残りのカードが 5，7 となり，和男さんがどちらを選んでも，令子さんが最後のカードをとることができるから。	2	
			(2)	2	3	
			(3)	1	3	

数-21-公-長崎-KS-01

1　【小問集合】

問１　$(3^2-1)\div(-2)=(3\times3-1)\div(-2)=(9-1)\div(-2)=8\div(-2)=-4$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問３　y は x に反比例することから，その式は，$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。$a=xy=4\times8=32$ より，

式は，$y=\frac{32}{x}$ である。よって，$x=2$ のとき，$y=\frac{32}{2}=16$

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」または「傾き」，定数 b は「切片」をそれぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問４　文字を使った式で表すことが苦手な場合は，具体例から考えることを試してみよう。たとえば，30個のおにぎりを９人に４個ずつ配ると，６個足りないので，その個数の関係を式で表すと，

$9\times4-6=30$ となる。よって，これを x，y に置き換えると，$x\times4-y=30$　⇒　$4x-y=30$ となる。

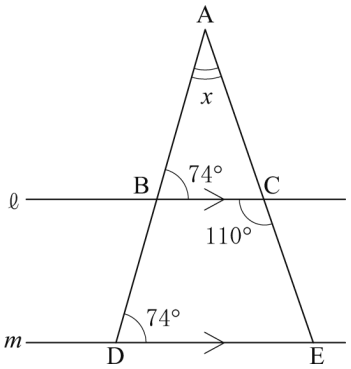
問７　**図１**のように，各点をA，B，C，D，Eとおくと，

BC//DE より，同位角は等しいので，∠ABC＝∠ADE＝74°

また，△ABC において，内角と外角の関係より，

$\angle x=\angle BCE-\angle ABC=110°-74°=36°$

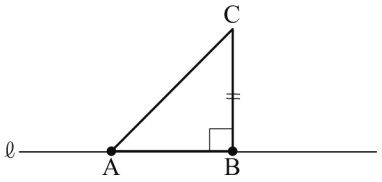
図１



問８　各位の数の和が５である４けたの自然数を大きい方から並べると，5000，4100，4010，4001，3200となる。

問９　完成図を予想すると，**図２**のようになる。よって，点Bを通り，直線 ℓ に垂直な直線を作図し，点Bを中心とした円弧をかくことで，AB＝AC となる点Cを作図すればよい。

図２



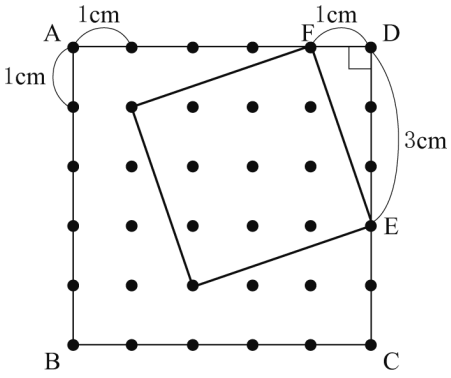
問 10　面積が 10 cm^2 となる正方形の 1 辺の長さは，$\sqrt{10}$ cm である。

図 3 の△DEF のように，直角をはさむ 2 辺の長さが，1 cm，3 cm となるような直角三角形を考えると，三平方の定理より，

$EF^2=DF^2+DE^2=1^2+3^2=10$　⇒　$EF>0$ より，

$EF=\sqrt{10}$(cm)となる。よって，EF と同じ長さを 1 辺とする正方形を作図すればよい。

図 3



数-21-公-長崎-KS-02

2　【資料の活用，式の利用】

問 1　(1) 1 年生 20 人の中で，3 冊読んだ生徒は 7 人いるから，その相対度数は，$\frac{7}{20}=0.35$

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

である。分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

(2)　$\frac{0\times0+1\times1+2\times4+3\times7+4\times2+5\times6}{20}=3.4$(冊)

(3) 度数分布表を完成させると，**表 1** のようになる。なお，1 年生の各冊数の相対度数は，(1)と同様にして計算すればよい。また，2 年生の各冊数の度数は，各冊数の相対度数と度数の合計の積で求められる。たとえば，0 冊読んだ生徒の度数は，$25\times0.04=1$(人)となる。

表 1

冊数(冊)	1 年生		2 年生	
	度数(人)	相対度数	度数(人)	相対度数
0	0	**0.00**	**1**	0.04
1	1	**0.05**	**5**	0.20
2	4	**0.20**	**4**	0.16
3	7	**0.35**	**6**	0.24
4	2	**0.10**	**5**	0.20
5	6	**0.30**	**4**	0.16
合計	20	1.00	25	1.00

① 2 冊読んだ生徒の相対度数は，1 年生において，0.20，2 年生において，0.16 なので，1 年生の方が大きい。
よって，正しい。

② 4 冊以上読んだ生徒の人数は，1 年生において，$2+6=8$(人)，2 年生において，$5+4=9$(人)なので，2 年生の方が多い。
よって，誤り。

③ 最頻値は，1 年生においては，度数が最多の 7 人である 3 冊，2 年生においては，度数が最多の 6 人である 3 冊なので，等しい。
よって，誤り。

④ 1 年生における中央値は，20 人の冊数を小さい順に並べたときの 10 番目と 11 番目の平均値になるので，0 冊以上 2 冊以下の生徒が，$0+1+4=5$(人)，0 冊以上 3 冊以下の生徒が，$0+1+4+7=12$(人)であることから，小さい順に並べたときの 10 番目と 11 番目の冊数はともに 3 冊である。よって，中央値は，3 冊である。
同様に，2 年生における中央値は，25 人の冊数を小さい順に並べたときの 13 番目の冊数になるので，0 冊以上 2 冊以下の生徒が，$1+5+4=10$(人)，0 冊以上 3 冊以下の生徒が，$1+5+4+6=16$(人)であることから，小さい順に並べたときの 13 番目の冊数は 3 冊である。よって，中央値は，3 冊である。
以上のことから，1 年生と 2 年生の中央値は等しい。よって，正しい。

問 2　(1) たとえば，中央の数を 9 としてみると，中央以外の 4 つの数の和は，$2+8+10+16=36$ となる。問題文中の例より，中央の数を 8 とすると，和は 32 であったこととあわせて，中央以外の 4 つの数の和は，中央の数の 4 倍となるのではないか，という予想が立てられる。よって，中央以外の 4

つの数の和が 44 のとき，中央の数は，44÷4＝11 であると予想できる。念のため確かめてみると，中央以外の 4 つの数の和は，4＋10＋12＋18＝44 となり，正しいことがわかる。

数-21-公-長崎-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問１　点 A は，x 座標が 2 で，関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるので，その y 座標は，$y=2^2=4$

問２　**問１**より，点 A の座標は，(2，4)

また，点 B は，y 座標が 1 で，関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるので，$1=x^2$ ⇒ $x=\pm1$ ⇒ 点 B の x 座標は負だから，$x=-1$　よって，点 B の座標は，(−1，1)

以上のことから，直線 AB の式を $y=ax+b$ とおき，$(x,\ y)=(2,\ 4)$，$(-1,\ 1)$をそれぞれ代入してできる連立方程式を解くと，$a=1$，$b=2$　よって，直線 AB の式は，$y=x+2$

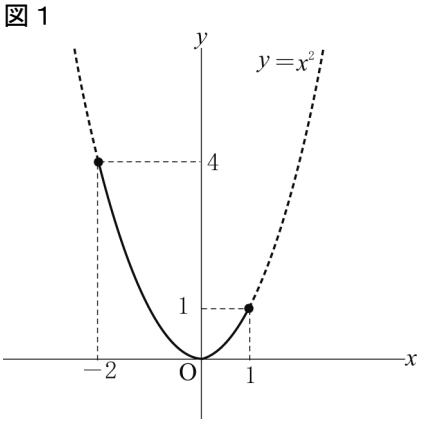
ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

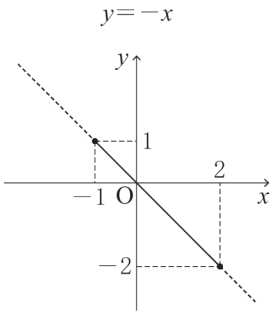
②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　関数 $y=x^2$ について，$x=-2$ のとき，$y=(-2)^2=4$，$x=1$ のとき，$y=1^2=1$ であることに注意してグラフをかくと，**図１**のようになる。よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq 4$

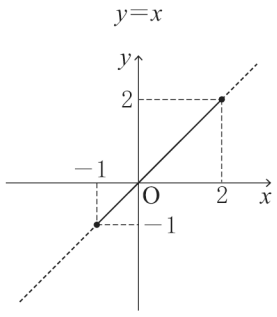
図１



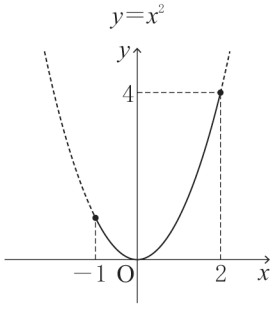
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



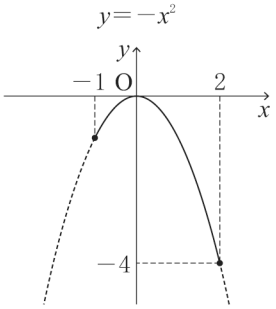
$-2\leqq y\leqq 1$



$-1\leqq y\leqq 2$



$0\leqq y\leqq 4$



$-4\leqq y\leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問４　**図２**のように，直線 AB と y 軸との交点を M とする。M(0，2)より，OM＝2 だから，△AOM の底辺を OM とすると，点 A の x 座標が 2 なので，高さは 2 である。

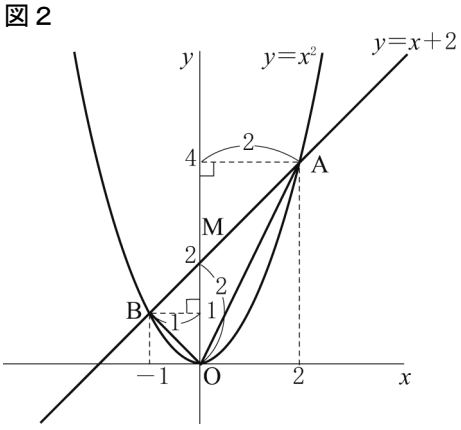
よって，$\triangle AOM=2\times2\times\frac{1}{2}=2$

また，△BOM の底辺を OM とすると，点 B の x 座標が −1 なので，高さは 1 である。

よって，$\triangle BOM=2\times1\times\frac{1}{2}=1$

したがって，△OAB＝△AOM＋△BOM＝2＋1＝3

図２



問５　**図３**のように，点 D は，y 座標が 0 で，関数 $y=x+2$ のグラフ上にあるので，$0=x+2$　⇒　$x=-2$　より，その座標は，D$(-2,\ 0)$である。

D$(-2,\ 0)$，M$(0,\ 2)$，A$(2,\ 4)$より，DM＝MA

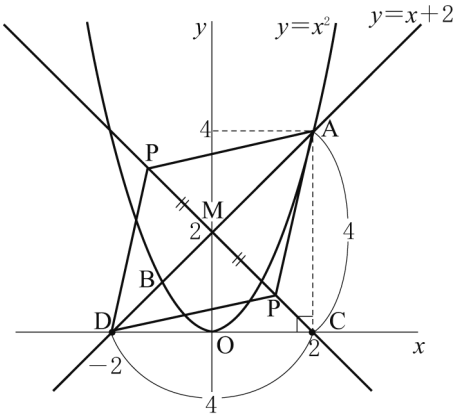
また，△ACD は，AC＝CD＝4 の二等辺三角形だから，DM＝MA より，CM⊥AD

よって，△APD と△ACD は，どちらも底辺を AD としたときに，高さがそれぞれ PM と CM であるから，その面積比は，PM : CM である。

△ACD$=4\times4\times\dfrac{1}{2}=8$ より，

△APD : △ACD＝PM : CM$=4\sqrt{2}:8=\sqrt{2}:2$

図３



よって，点 P の x 座標が正のとき，2 点 P，C の x 座標を比較することで，

（点 P の x 座標）：（点 C の x 座標）$=\sqrt{2}:2$　⇒　（点 P の x 座標）：$2=\sqrt{2}:2$

⇒　（点 P の x 座標）$=\sqrt{2}$

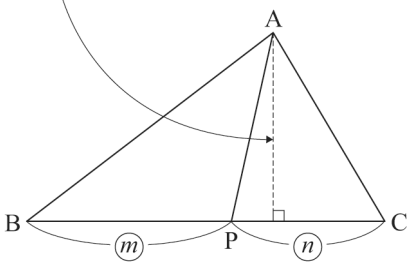
また，点 P の x 座標が負のとき，2 点 P，C の x 座標を比較することで，

−（点 P の x 座標）：（点 C の x 座標）$=\sqrt{2}:2$　⇒　−（点 P の x 座標）：$2=\sqrt{2}:2$

⇒　（点 P の x 座標）$=-\sqrt{2}$

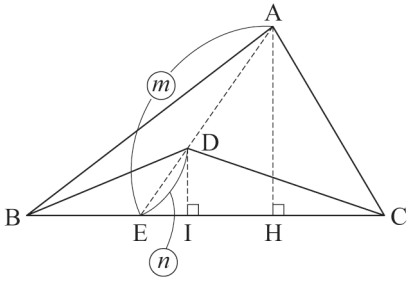
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP : △ACP＝BP : PC＝m : n

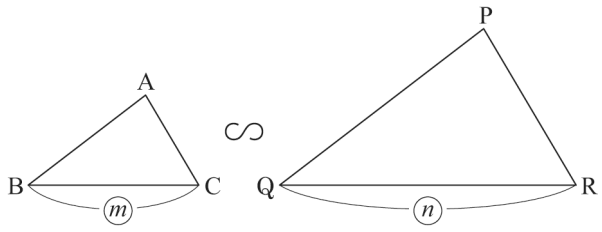
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH : DI＝AE : DE

△ABC : △DBC＝AH : DI＝AE : DE＝m : n

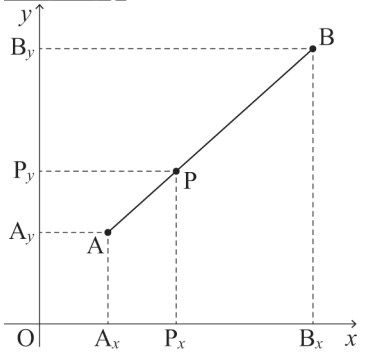
③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm : nのとき，

△ABC : △PQR＝m^2 : n^2

ポイント》グラフ上の線分比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒　AP : PB ＝ A_xP_x : P_xB_x ＝ A_yP_y : P_yB_y

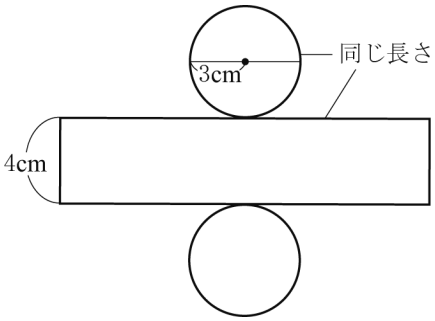
数-21-公-長崎-KS-04

4　【空間図形】

問１　円柱の展開図は，**図１**のようになる。円柱は，側面が長方形となり，縦の長さが円柱の高さ，横の長さが円柱の底面の円周と等しくなる。よって，側面積は，
$4\times2\pi\times3=24\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

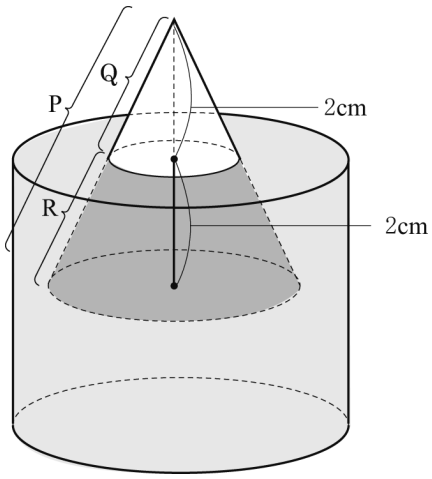
問２　$\pi\times2^2\times4\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{16}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

図１



問３　**図２**のように，おもり B の体積を P，おもり B の水面から出ている部分の体積を Q，おもり B の水面の中にある部分の体積を R とする。体積 P の円錐と体積 Q の円錐とは相似であり，その相似比は，高さの比より，4 : 2＝2 : 1 である。よって，体積比は，P : Q＝2^3 : 1^3＝8 : 1
すなわち，R＝P－Q より，P : R＝8 : 7
問２より，P＝$\dfrac{16}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ だから，$\dfrac{16}{3}\pi$: R＝8 : 7
⇒　R＝$\dfrac{14}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

図２



問４　**図３**のように，**問３**の状態から，おもり B を水の中から引き上げた後において，おもり B の水面から出ている部分の体積を S，おもり B の水面の中にある部分の体積を T とする。体積 P の円錐と体積 S の円錐とは相似であり，その相似比は，高さの比より，4 : 3 である。よって，体積比は，P : S＝4^3 : 3^3＝64 : 27
すなわち，T＝P－S より，P : T＝64 : 37

問２より，P＝$\frac{16}{3}\pi$ (cm^3) だから，

$\frac{16}{3}\pi$: T＝64 : 37　⇒　T＝$\frac{37}{12}\pi$ (cm^3)

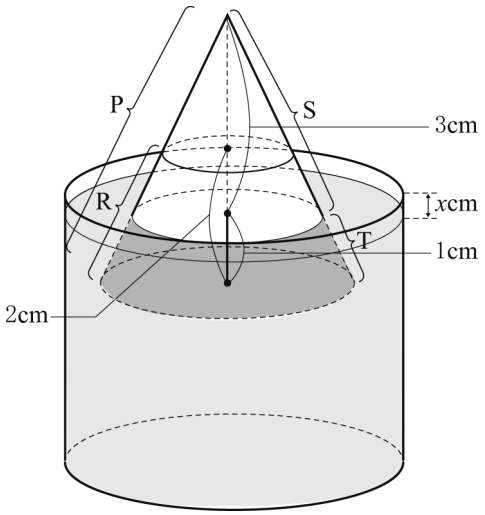
よって，**問３**の状態から，水の中から引き上げられた部分の体積は，R－T＝$\frac{14}{3}\pi-\frac{37}{12}\pi=\frac{19}{12}\pi$ (cm^3) であり，その体積は，容器 A において，水面が下がったときの，容器の空き部分の体積と等しい。

水面が x cm 下がったとすると，その空き部分の体積は，

$\pi\times3^2\times x=9\pi x$ (cm^3) だから，$9\pi x=\frac{19}{12}\pi$　⇒　$x=\frac{19}{108}$ (cm)

よって，そのときの容器 A の下の底面から水面までの高さは，$4-\frac{19}{108}=\frac{413}{108}$ (cm)

図３



数-21-公-長崎-KS-05

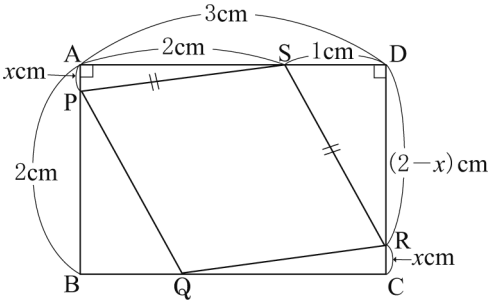
5　【平面図形】

問１　ひし形は，4 辺がすべて等しい四角形である。▱PQRS の 2 組の対辺はそれぞれ等しいので，PQ＝SR，QR＝PS より，「条件④　PQ＝PS」が加われば，PQ＝QR＝SR＝PS となる。

問３　**図１**のように，AP＝CR＝x cm とおく。
直角三角形 APS において，三平方の定理より，
$PS^2=AP^2+AS^2=x^2+2^2=x^2+4$
また，直角三角形 SRD において，三平方の定理より，$SR^2=SD^2+DR^2=1^2+(2-x)^2=x^2-4x+5$
四角形 PQRS はひし形だから，PS＝SR より，

$PS^2=SR^2$⇒　$x^2+4=x^2-4x+5$　⇒　$x=\frac{1}{4}$ (cm)

図１



問４

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

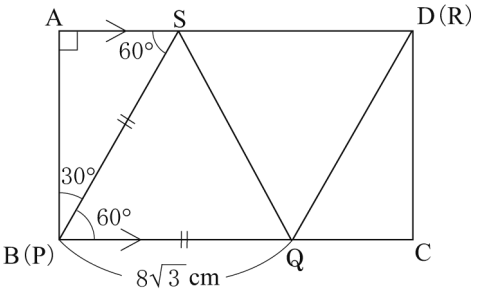
解答のヒント

① 問題文中から，条件となる情報をさがすと，長方形 ABCD，ひし形 PQRS，∠SPQ＝60°などが見つかる。
② 長方形 ABCD からは，「平行」⇒「同位角，錯角は等しい」「平行線と線分の比」，「直角」⇒「三平方の定理」「相似」
ひし形 PQRS からは，「4 辺がすべて等しい」，「平行」⇒「同位角，錯角は等しい」「平行線と線分の比」，「対角線がそれぞれの中点で垂直に交わる⇒三平方の定理」
∠SPQ＝60°からは，「正三角形」「1 : 2 : $\sqrt{3}$の辺の比をもつ直角三角形」
などが発想として出てくる。

③　今回は，辺の長さや面積を求める問題なので，「三平方の定理」「4 辺がすべて等しい」などの辺の長さについての性質や，「平行線と線分の比」「相似」「1：2：$\sqrt{3}$の辺の比をもつ直角三角形」などの辺の比についての性質を用いる可能性が高い。

(1) **図２**のように，点 S，Q を結ぶ。四角形 PQRS はひし形だから，　PQ＝PS＝$8\sqrt{3}$(cm)
また，AS//PQ より，錯角は等しいので，
∠ASP＝∠SPQ＝60°
よって，△APS は，1：2：$\sqrt{3}$の辺の比をもつ直角三角形なので，PS：AB＝2：$\sqrt{3}$
⇒　$8\sqrt{3}$：AB＝2：$\sqrt{3}$　⇒　AB＝12(cm)

図２



(2) (1)の**図２**より，AS：PS＝1：2　⇒　AS＝$4\sqrt{3}$(cm)
また，四角形 PQRS はひし形だから，PQ＝SR＝$8\sqrt{3}$(cm)，よって，
AR＝AS＋SR＝$4\sqrt{3}+8\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm)
H は辺 AD の中点だから，AH＝$\frac{1}{2}$AR＝$6\sqrt{3}$(cm)，SH＝AH－AS＝$6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)

図３のように，辺 PS と，辺 EF，HE の交点をそれぞれ K，N，辺 QR と，辺 FG，GH の交点をそれぞれ L，M，直線 HE と直線 FP の交点を X とする。
AH//XP より，△AEH と△PEX で平行線と線分の比から，AH：PX＝AE：PE＝1：1
⇒　AH＝PX＝$6\sqrt{3}$(cm)
SH//XP より，△SNH と△PNX で平行線と線分の比から，
SN：PN＝SH：PX＝$2\sqrt{3}$：$6\sqrt{3}$＝1：3

図３

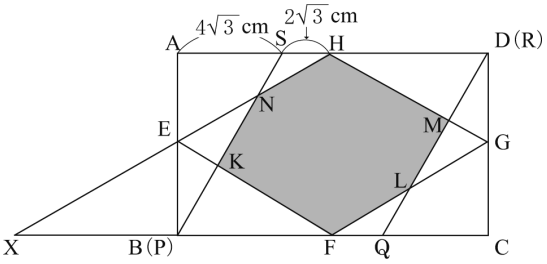


図４のように，直線 HA と直線 FE の交点を Y とする。
YA//PF より，△AEY と△PEF で平行線と線分の比から，AY：PF＝AE：PE＝1：1
⇒　AY＝PF＝$6\sqrt{3}$(cm)
YS//PF より，△SKY と△PKF で平行線と線分の比から，
SK：PK＝SY：PF＝$10\sqrt{3}$：$6\sqrt{3}$＝5：3

図４

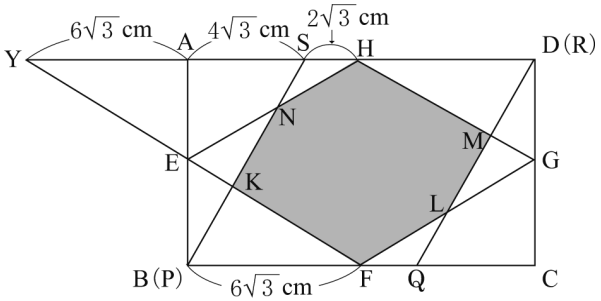


図５より，△APS＝$12\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=24\sqrt{3}$(cm^2)
SN：PN＝1：3 より，
△APN＝$\frac{3}{4}$△APS＝$\frac{3}{4}\times24\sqrt{3}=18\sqrt{3}$(cm^2)
AE：EP＝1：1 より，
△EPN＝$\frac{1}{2}$△APN＝$\frac{1}{2}\times18\sqrt{3}=9\sqrt{3}$(cm^2)
SN：PN＝1：3，SK：PK＝5：3 より，
SN：NK：KP＝2：3：3　すなわち，
NK：KP＝3：3＝1：1
よって，△NEK＝$\frac{1}{2}$△EPN＝$\frac{1}{2}\times9\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$(cm^2)
同様にして，△LGM＝△NEK＝$\frac{9\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

図５

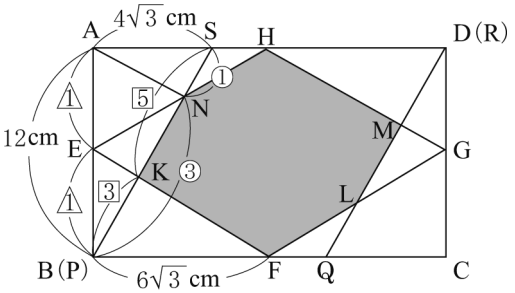
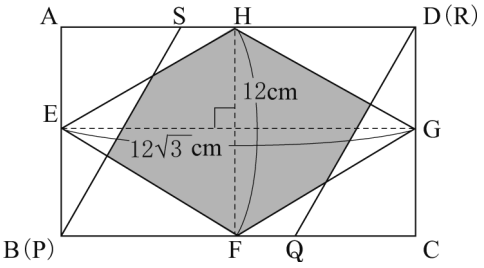


図６のように，ひし形 EFGH の対角線 HF と EG は垂直に交わるから，その面積は，

$12\times12\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

よって，求める面積は，$72\sqrt{3}-\frac{9\sqrt{3}}{2}\times2=63\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

図６



数-21-公-長崎-KS-06

6 【数の性質】

問１ （ア） 令子さんが 1 を選ぶと，和男さんが 2，3 のどちらを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを令子さんが取って勝ちとなる。

（イ） 令子さんが 2 を選ぶと，2 と 1 の 2 枚のカードを取ることになり，和男さんは残りの 3 を取って勝ちとなる。よって，令子さんは負けとなる。

（ウ） 令子さんが 3 を選ぶと，3 と 1 の 2 枚のカードを取ることになり，和男さんは残りの 2 を取って勝ちとなる。よって，令子さんは負けとなる。

問２ 令子さんが 1 を選んで取る。次に，和男さんが 4 を選ぶと，4 と 2 の 2 枚のカードを取る。すると，令子さんが残りの 3，5 のどちらを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを和男さんが取って，令子さんの負けとなる。

令子さんが 2 を選ぶと，2 と 1 の 2 枚のカードを取る。すると，和男さんが残りの 3，4，5 のどれを選んでも 1 枚しかカードを取れず，さらに令子さんも残った 2 枚のカードから 1 枚しか取れず，残った 1 枚のカードを和男さんが取って，令子さんの負けとなる。

令子さんが 3 を選ぶと，3 と 1 の 2 枚のカードを取る。次に，和男さんが残りの 2，4，5 のうち，2 を選んで取ることで，令子さんが残りの 4，5 のどちらを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを和男さんが取って，令子さんの負けとなる。

令子さんが 4 を選ぶと，4 と 2 と 1 の 3 枚のカードを取る。すると，和男さんが残りの 3，5 のどちらを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを令子さんが取って，令子さんの勝ちとなる。

令子さんが 5 を選ぶと，5 と 1 の 2 枚のカードを取る。次に，和男さんが残りの 2，3，4 のうち，2 を選んで取ることで，令子さんが残りの 3，4 のどちらを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを和男さんが取って，令子さんの負けとなる。

問３ (2) 令子さんが 3 を選ぶと，3 と 1 の 2 枚のカードを取る。次に和男さんが 2 を選んで取ると，令子さんが残りの 4，5，6，7 のどれを選んでも 1 枚しかカードを取れないので，残った 1 枚のカードを和男さんが取って，和男さんの勝ちとなる。

もし，和男さんが 4（6）を選ぶと，4（6）と 2 の 2 枚のカードを取ることになり，残った 5，6，7（4，5，7）を令子さん，和男さんの順に 1 枚ずつ取っていくことになるので，和男さんの負けとなる。また，和男さんが 5（7）を選ぶと，令子さんが 4 を選ぶことで 4 と 2 枚のカードを取り，残りは 6，7（5，6）となるので，和男さんの負けとなる。

(3) 令子さんが 1 を選んで取ったときを考える。

①もし，次に和男さんが 2 を選んで取った場合は，令子さんは 3 を取れば，残った 4，5，6，7 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。

②もし，和男さんが 3 を選んで取った場合は，令子さんは 2 を取れば，残った 4，5，6，7 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。

③もし，和男さんが 4 を選び，4 と 2 の 2 枚のカードを取った場合は，令子さんは 6 を選び，6 と 3 の 2 枚のカードを取れば，残った 5，7 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。

④もし，和男さんが 5 を選んで取った場合は，令子さんは 6 を選び，6 と 3 と 2 の 3 枚のカードを取れば，残った 4，7 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。
⑤もし，和男さんが 6 を選び，6 と 3 と 2 の 3 枚のカードを取った場合は，残った 4，5，7 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。
⑥もし，和男さんが 7 を選んで取った場合は，令子さんは 6 を選び，6 と 3 と 2 の 3 枚のカードを取れば，残った 4，5 は 1 回につき 1 枚ずつしか取れないため，順番で令子さんが最後の 1 枚を取って勝つことができる。
以上の①～⑥のように，1 手目で令子さんは 1 を選ぶことで必ず勝つことができる。
なお，1 手目で別の数字を選んだ場合，令子さんは，必勝パターンである「1 手目で 1 を選んだ場合」における，①～⑥のいずれかの和男さんと同じ状況に追い込まれてしまう。たとえば，令子さんが 4 を選び，4 と 2 と 1 の 3 枚のカードを取ったとき，令子さんは，③の和男さんと同じ状況になってしまい，逆に必ず負けてしまう。