# Ｒ５　長崎県　公立　数学　問題

数-23-公-長崎-問-01

**1**　次の問１～問 10 に答えなさい。

問１　$3+2\times(-3)^2$ を計算せよ。

問２　$2(x+3y)-(x-2y)$ を計算せよ。

問３　$\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

問４　$x^2+5x-6$ を因数分解せよ。

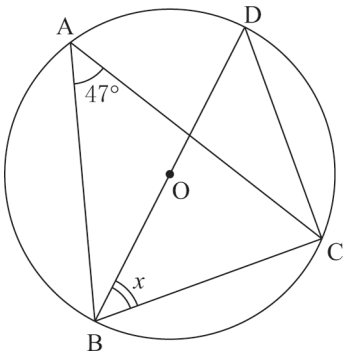
問５　2 次方程式 $2x^2+3x-4=0$ を解け。

問６　1 次関数 $y=-2x+1$ について，$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y$ の変域を求めよ。

問７　$2023=7\times17\times17$ である。2023 を割り切ることができる自然数の中で，2023 の次に大きな自然数を求めよ。

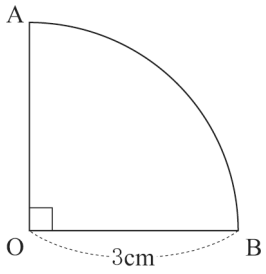
問８　図１のように，円 O の周上に 4 つの点 A，B，C，D があり，線分 BD は円 O の直径である。$\angle BAC=47^\circ$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

図１



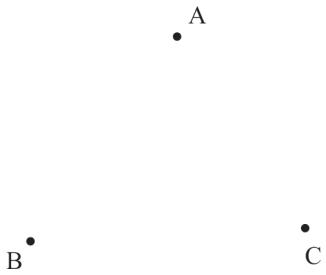
問９　図２のような半径が 3 cm，中心角が 90 °のおうぎ形 OAB を，線分 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 $cm^3$ か。

図２




問 10　図３のように，3 点 A，B，C がある。3 点 A，B，C を通る円の中心 O を定規とコンパスを用いて解答用紙の図３に作図して求め，その位置を点●で示せ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図３




数-23-公-長崎-問-02

**2**　次の問いに答えなさい。

問１　次のデータは，ある書店における月刊誌 A の 12 か月間の月ごとの販売冊数を少ない順に並べたものである。このデータについて，次の(1)～(3)に答えよ。

| 9，10，11，12，13，14，14，16，17，17，20，21 | (単位は冊) |
|---|---|

(1) 中央値 (メジアン) を求めよ。

(2) 次の①～④の文の中から正しいものを 1 つ選び，その番号を書け。

① 第 1 四分位数は，11 冊である。

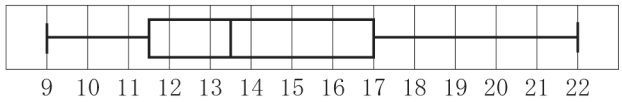
② 最頻値 (モード) は，21 冊である。

③ 四分位範囲は，5.5 冊である。

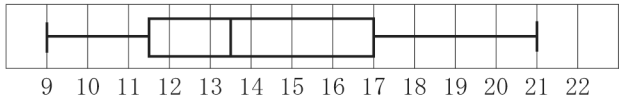
④ 平均値は，14 冊である。

(3) このデータの箱ひげ図として正しいものを，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

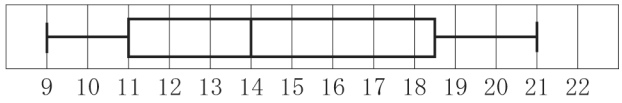
①




②




③

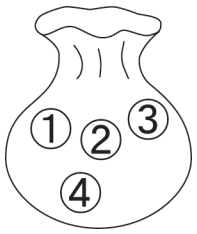



④




**問２**　右の**図**のように，袋に 1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた同じ大きさの球が 4 個入っている。この袋の中の球をよくかきまぜて，球を 1 個ずつ何回か取り出す。ただし，一度取り出した球は袋にもどさないものとする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

**図**




(1) 1 回取り出すとき，4 の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。

(2) 2 回続けて取り出すとき，2 回目に 4 の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。

(3) 3 回続けて取り出した後，次の**ルール**にしたがって得点を定めるとき，得点が 4 点となる確率を求めよ。

**ルール**

- 2 回目に取り出した球に書かれている数が 1 回目に取り出した球に書かれている数より大きければ，2 回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。
- 2 回目に取り出した球に書かれている数が 1 回目に取り出した球に書かれている数より小さければ，3 回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。

例えば，1 回目に 1，2 回目に 2，3 回目に 3 の数字が書かれている球を取り出したとき，得点は 2 点となり，1 回目に 4，2 回目に 3，3 回目に 1 の数字が書かれている球を取り出したとき，得点は 1 点となる。

**問３**　2 つの続いた偶数 4，6 について，4×6＋1 を計算すると 25 になり，5 の 2 乗となる。このように，「**２つの続いた偶数の積に 1 を加えると，その２つの偶数の間の奇数の２乗となる。**」ことを文字 $n$ を使って証明せよ。ただし，証明は解答用紙の「$n$ を整数とし，2 つの続いた偶数のうち，小さいほうの偶数を $2n$ とすると,」に続けて完成させよ。

**3** 図１～図３のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，$x$ 座標はそれぞれ−4，2 である。原点を O として，次の問いに答えなさい。

問１　点 A の $y$ 座標を求めよ。

問２　直線 AB の傾きを求めよ。

問３　図２，図３のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 C，$y$ 軸上に点 D をそれぞれ四角形 ABCD が平行四辺形となるようにとる。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 点 C の $x$ 座標を求めよ。

(2) 点 D の $y$ 座標を求めよ。

(3) 図３のように，さらに $y$ 軸上に点 E をとる。△ADE の面積と△BCE の面積が等しくなるとき，点 E の $y$ 座標を求めよ。

図１

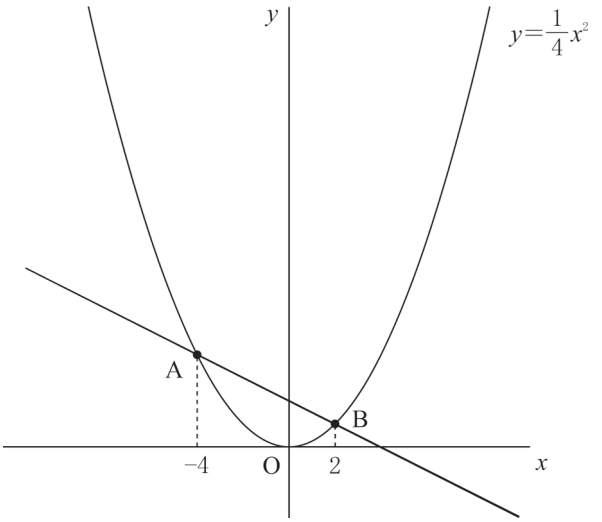



図２

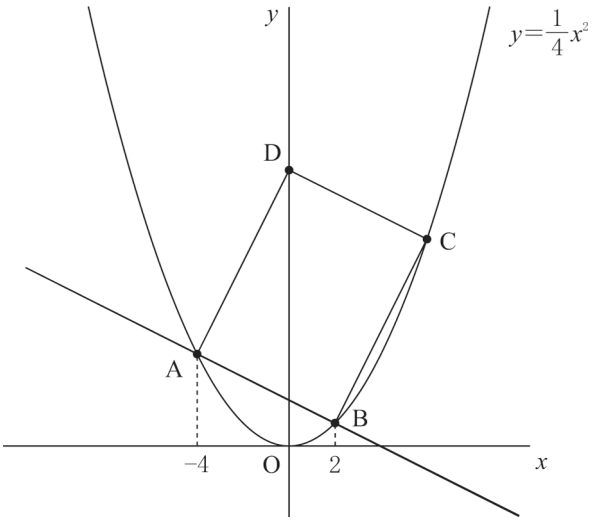
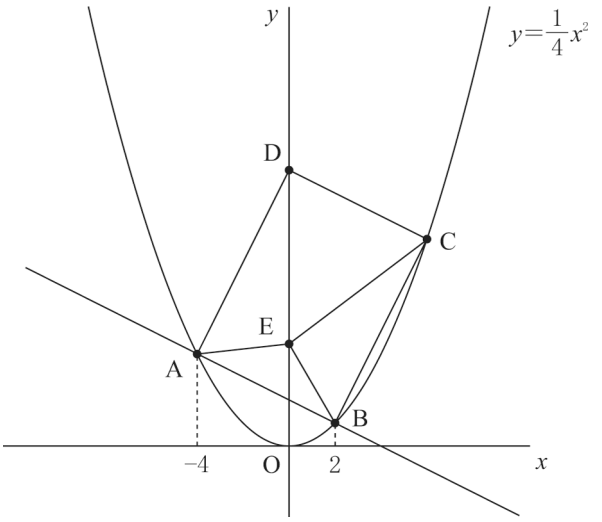


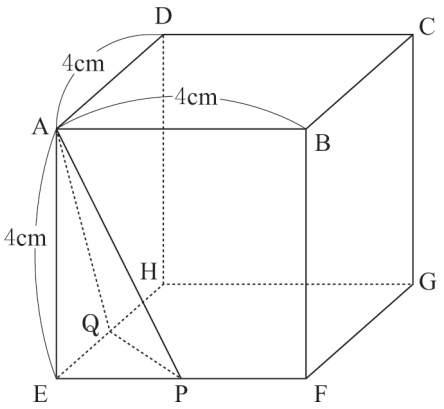

図３



**4** 図１，図２，図４のように，1 辺が 4 cm の立方体 ABCDEFGH がある。また，辺 EF，EH の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき，次の問いに答えなさい。

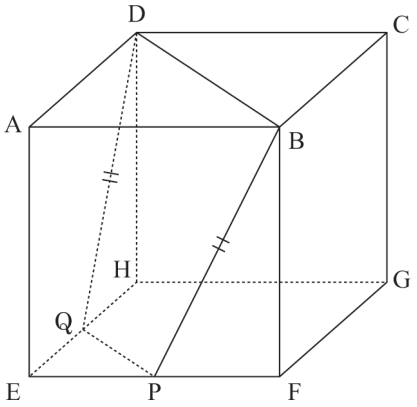
問１　図１において，三角錐(すい)AEPQ の体積は何 $cm^3$ か。

図１




問２　図２において，線分 PQ，線分 BP の長さはそれぞれ何 cm か。

図２



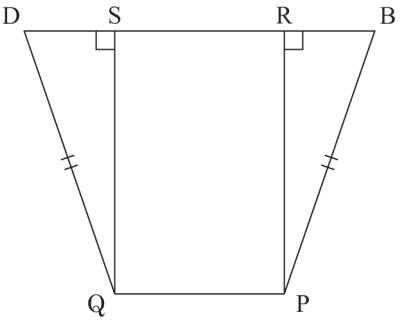

問３　図２において，四角形 BDQP は，BP＝DQ の台形である。図３は台形 BDQP を平面に表したものであり，2 点 P，Q から辺 BD にひいた垂線と辺 BD との交点をそれぞれ R，S とする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 線分 BR の長さは何 cm か。

(2) 台形 BDQP の面積は何 $cm^2$ か。

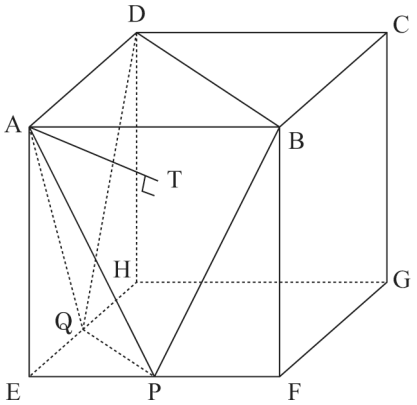
(3) 立体 ABDEPQ の体積は何 $cm^3$ か。

図３




問４　図４のように，点 A から台形 BDQP にひいた垂線と台形 BDQP との交点を T とする。このとき，線分 AT の長さは何 cm か。

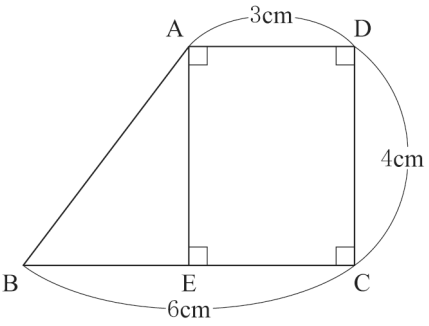
図４



**5** 図１，図２のような四角形 ABCD があり，BC＝6 cm，CD＝4 cm，DA＝3 cm，∠BCD＝∠CDA＝90 ° である。また，辺 BC 上に，点 E を四角形 AECD が長方形となるようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。

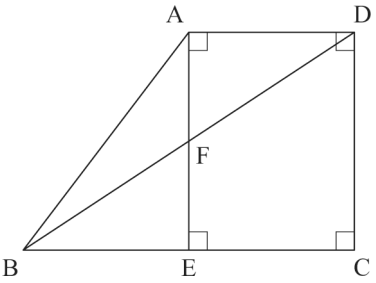
**問１**　△ABE の面積は何 $cm^2$ か。

**図１**




**問２**　図２のように，線分 AE と線分 BD との交点を F とする。このとき，△DAF≡△BEF であることを次のように証明した。［（ア）］，［（イ）］にあてはまることばを書き入れて，証明を完成させよ。

**図２**




〔証明〕
△DAF と△BEF において
　四角形 AECD は長方形であるから
　BE＝BC－EC＝3 cm となり
　DA＝BE …①
　また，AD // BC であり，平行線の［（ア）］は等しいので
　∠ADF＝∠EBF …②
　∠DAF＝∠BEF …③
　①，②，③より，
［（イ）］がそれぞれ等しいから
　△DAF≡△BEF

問３　図３のように，図２の四角形 ABCD を頂点 B が頂点 D に重なるように折り返すと，折り目は，辺 AB 上の点 P と辺 BC 上の点 Q とを結ぶ線分 PQ となった。図４は，この折り返しをもとにもどした図である。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

図３

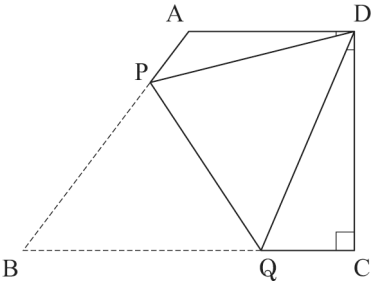
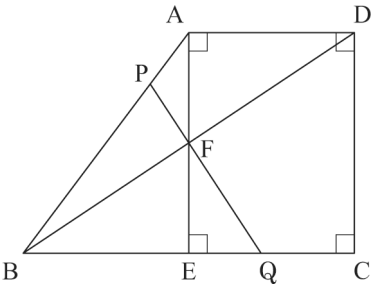



図４




(1) △DAF と相似な三角形を，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

① △FPA

② △FEQ

③ △AEB

④ △BFP

(2) 線分 EQ の長さは何 cm か。

(3) 線分 AP の長さと線分 PB の長さの比を，最も簡単な整数の比で表せ。

**6** 幹奈さんと新一さんのクラスでは，文化祭で電球を並べて巨大な電飾のタワーを作ることになりました。タワーを作るために必要な電球の個数について，幹奈さんと新一さんが先生と話をしています。3 人の会話を読んで，あとの問いに答えなさい。

幹奈：**ポスター**にあるようなタワーを参考にして作ります。タワーは 40 段で，形は正四角錐(すい)にしましょう。一番上の段を 1 段目として，1 段目は 1 個，2 段目以降は，$n$ 段目の正方形の一辺に $n$ 個ずつ電球を並べます。**図 1** は，各段に並ぶ電球のうち，1 段目から 5 段目までを表したものです。

新一：まず，1 段目から 6 段目までに電球が何個必要かを考えてみます。1 段ずつ考えると，1 段目は 1 個，2 段目は 4 個，3 段目は 8 個，4 段目は 12 個，5 段目は 16 個，6 段目は [（ア）] 個となるので，1 段目から 6 段目までの電球の個数の合計は [（イ）] 個です。

幹奈：1 段目から順番に 40 段目までの電球の個数を足していくと，計算が大変ですね。

新一：奇数段目と偶数段目に分けて考えてみましょう。奇数段目は**図 2** のように 1 段目から順に組み合わせて，しきつめていくと計算しやすいですね。**図 2** を利用して，1 段目，3 段目，5 段目，…，39 段目の電球の個数の合計は [（ウ）] × [（ウ）] という式で計算できます。

幹奈：偶数段目も同じように計算できますね。

新一：1 段目から 40 段目までの電球の個数の合計は [（エ）] 個になりました。

先生：よくできましたね。でも，そんなに多いと予算を超えてしまいますよ。

幹奈：では，正四角錐はあきらめて，正三角錐で作りましょう。1 段目は 1 個，2 段目以降は，$n$ 段目の正三角形の一辺に $n$ 個ずつ電球を並べます。1 段目から 40 段目までの電球の個数の合計は何個になるかを考えてみます。今度も工夫して計算できないのかな。

先生：**図 3** を利用して，まず 6 段目までで段をどのように分けて組み合わせるかを考えてみましょう。

新一：わかりました。1 段目から 6 段目までを，[（オ）]，[（カ）]，[（キ）] の 3 組に分けて，それぞれ組み合わせると，しきつめることができますね。

**ポスター**




**図**において，電球を同じ大きさの○で表し，**図 1**，**図 3** は各段を真上から見た図とする。

**図 1**

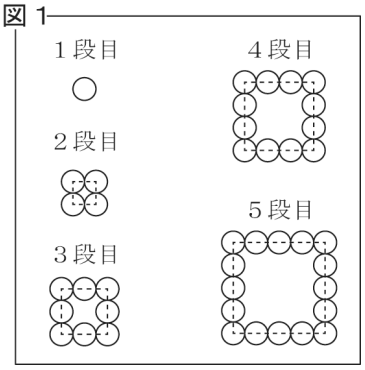



**図 2**

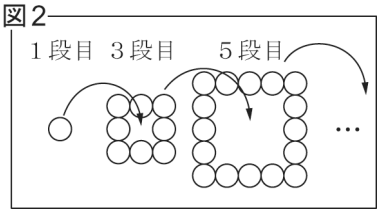
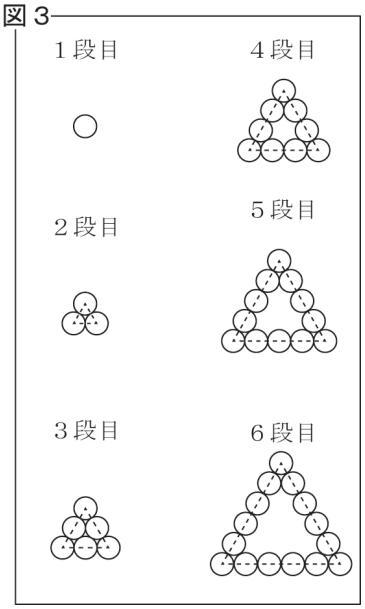



**図 3**



幹奈：その考え方を利用すれば，1 段目から 40 段目までの個数の合計も求められそうです。でも，正方形のときと同じようには計算できませんね。

先生：例えば，**図 4** の点線で囲まれた電球の個数は，同じ個数の電球を**図 4** のように逆向きにして並べると計算できませんか。

(数分後)

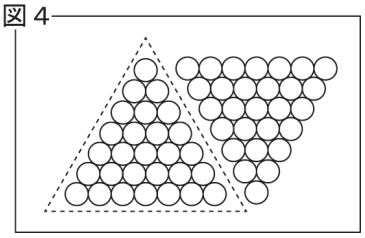
新一：できました。**図 4** の点線で囲まれた電球の個数は

$$\frac{\boxed{\text{（ク）}}\left(\boxed{\text{（ク）}}+1\right)}{\boxed{\text{（ケ）}}}$$

という式で計算できます。

幹奈：この考え方を使うと，正三角錐で作る場合，1 段目から 40 段目までの電球の個数の合計は （コ） 個になりますね。これで予算内に収まりますか。

図 4



問 1　（ア），（イ），（ウ），（エ） にあてはまる自然数を答えよ。

問 2　（オ），（カ），（キ） にあてはまる段の組を答えよ。

問 3　（ク），（ケ） にあてはまる 1 けたの自然数を答えよ。

問 4　（コ） にあてはまる自然数を答えよ。

# Ｒ５　長崎県　公立　数学　解答用紙

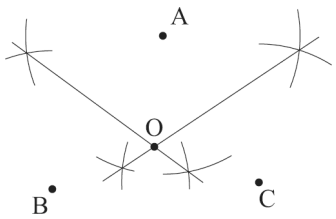
| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-KY-01 | 1 | 問１ | | | |
| | | 問２ | | | |
| | | 問３ | | | |
| | | 問４ | | | |
| | | 問５ | $x=$　　，$x=$ | | |
| | | 問６ | $\leqq y \leqq$ | | |
| | | 問７ | | | |
| | | 問８ | $\angle x=$　　° | | |
| | | 問９ | $\mathrm{cm}^3$ | | |
| | | 問 10 | 図３<br>A<br>B　　C | | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-KY-02 | 2 | 問１ | (1) | 冊 | | |
| | | | (2) | | | |
| | | | (3) | | | |
| | | 問２ | (1) | | | |
| | | | (2) | | | |
| | | | (3) | | | |
| | | 問３ | $n$ を整数とし，2 つの続いた偶数のうち，小さいほうの偶数を $2n$ とすると，<br><br>よって，2 つの続いた偶数の積に 1 を加えると，その 2 つの偶数の間の奇数の 2 乗となる。 | | | |
| 数-23-公-長崎-KY-03 | 3 | 問１ | | | | |
| | | 問２ | | | | |
| | | 問３ | (1) | | | |
| | | | (2) | | | |
| | | | (3) | | | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-KY-04 | 4 | 問１ | | $cm^3$ | | |
| | | 問２ | PQ＝ | cm | | |
| | | | BP＝ | cm | | |
| | | 問３ | (1) | cm | | |
| | | | (2) | $cm^2$ | | |
| | | | (3) | $cm^3$ | | |
| | | 問４ | | cm | | |
| 数-23-公-長崎-KY-05 | 5 | 問１ | | $cm^2$ | | |
| | | 問２ | (ア) | | | |
| | | | (イ) | | | |
| | | 問３ | (1) | | | |
| | | | (2) | cm | | |
| | | | (3) | AP：PB＝　　：　　 | | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-KY-06 | 6 | 問１ | （ア） | | | |
| | | | （イ） | | | |
| | | | （ウ） | | | |
| | | | （エ） | | | |
| | | 問２ | （オ） | | | |
| | | | （カ） | | | |
| | | | （キ） | | | |
| | | 問３ | （ク） | | | |
| | | | （ケ） | | | |
| | | 問４ | （コ） | | | |

# 数学　解答

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-K-01 | 1 | 問１ | 21 | 3 | |
| | | 問２ | $x+8y$ | 3 | |
| | | 問３ | $\frac{2-\sqrt{2}}{6}$ | 3 | |
| | | 問４ | $(x+6)(x-1)$ | 3 | |
| | | 問５ | $x=\frac{-3-\sqrt{41}}{4}$，$x=\frac{-3+\sqrt{41}}{4}$ | 3 | |
| | | 問６ | $-3 \leqq y \leqq 3$ | 3 | |
| | | 問７ | 289 | 3 | |
| | | 問８ | $\angle x=43$　〔°〕 | 3 | |
| | | 問９ | $18\pi$　〔$cm^3$〕 | 3 | |
| | | 問 10 | 図３<br><br> | 3 | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-K-02 | 2 | 問１ | (1) | 14　〔冊〕 | 2 | |
| | | | (2) | ③ | 2 | |
| | | | (3) | ④ | 2 | |
| | | 問２ | (1) | $\frac{1}{4}$ | 2 | |
| | | | (2) | $\frac{1}{4}$ | 2 | |
| | | | (3) | $\frac{3}{8}$ | 3 | |
| | | 問３ | 〔$n$ を整数とし，2 つの続いた偶数のうち，小さいほうの偶数を $2n$ とすると,〕<br>大きいほうの偶数は $2n+2$ と表される。<br>$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1$<br>$=(2n+1)^2$<br>$n$ は整数より，$2n+1$ は $2n$ と $2n+2$ の間の奇数である。<br>〔よって，2 つの続いた偶数の積に 1 を加えると，その 2 つの偶数の間の奇数の 2 乗となる。〕 | | 3 | |
| 数-23-公-長崎-K-03 | 3 | 問１ | 4 | | 2 | |
| | | 問２ | $-\frac{1}{2}$ | | 2 | |
| | | 問３ | (1) | 6 | 3 | |
| | | | (2) | 12 | 3 | |
| | | | (3) | $\frac{9}{2}$ | 3 | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-K-04 | 4 | 問１ | $\frac{8}{3}$　〔$cm^3$〕 | | 2 | |
| | | 問２ | PQ＝$2\sqrt{2}$　〔cm〕 | | 2 | |
| | | | BP＝$2\sqrt{5}$　〔cm〕 | | | |
| | | 問３ | (1) | $\sqrt{2}$　〔cm〕 | 2 | |
| | | | (2) | 18　〔$cm^2$〕 | 3 | |
| | | | (3) | $\frac{56}{3}$　〔$cm^3$〕 | 3 | |
| | | 問４ | $\frac{8}{3}$　〔cm〕 | | 3 | |
| 数-23-公-長崎-K-05 | 5 | 問１ | 6　〔$cm^2$〕 | | 2 | |
| | | 問２ | (ア) | 錯角 | 1 | |
| | | | (イ) | 1 組の辺とその両端の角 | 1 | |
| | | 問３ | (1) | ② | 2 | |
| | | | (2) | $\frac{4}{3}$　〔cm〕 | 3 | |
| | | | (3) | AP：PB＝4：13 | 3 | |

| | 問題番号 | | 解答 | | 配点 | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-23-公-長崎-木-06 | 6 | 問１ | （ア） | 20 | 1 | |
| | | | （イ） | 61 | 1 | |
| | | | （ウ） | 39 | 2 | |
| | | | （エ） | 3121 | 3 | |
| | | 問２ | （オ） | 1 段目と 4 段目 | 2 | |
| | | | （カ） | 2 段目と 5 段目 | | |
| | | | （キ） | 3 段目と 6 段目 | | |
| | | 問３ | （ク） | 7 | 2 | |
| | | | （ケ） | 2 | | |
| | | 問４ | （コ） | 2341 | 3 | |

数-23-公-長崎-KS-01

**1**　【小問集合】

問３　分母に√(根号)があるので，分母を有理化する。

$\frac{\sqrt{2}+1}{3}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+1}{3}-\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+1}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\times(\sqrt{2}+1)-3\times\sqrt{2}}{6}=\frac{2\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}}{6}$

$=\frac{2-\sqrt{2}}{6}$

問６　$y=-2x+1$ に $x=-1$ を代入して，$y=-2\times(-1)+1=2+1=3$　　$x=2$ を代入して，

$y=-2\times2+1=-4+1=-3$　　関数 $y=-2x+1$ は直線だから，$-3\leqq y\leqq3$

問７　$2023=7\times17^2$ だから，2023 の約数は，1，7，17，119，289，2023 である。したがって，2023 を割り切ることができる自然数のうち，2023 の次に大きな自然数は，289 となる。

問８　円周角の定理より，∠BDC＝∠BAC＝47°　　線分 BD は円 O の直径だから，∠BCD＝90°

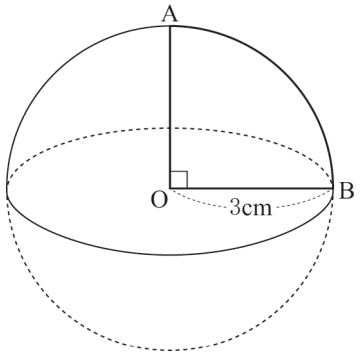
△BCD について，三角形の内角の和は 180°だから，

$\angle x=\angle DBC=180°-\angle BDC-\angle BCD=180°-47°-90°=43°$

問９　おうぎ形 OAB を線分 OA を軸として 1 回転させてできる立体は**図１**のような半径 3 cm の半球だから，求める体積は，

$\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}=18\ (cm^3)$

**図１**




問 10　**図２**のように点 P が線分 AB の垂直二等分線上にあるならば，AP＝BP となる。

円の中心 O から 3 点 A，B，C までの距離はすべて等しいから，

OA＝OB＝OC となる点が O である。

**図２**

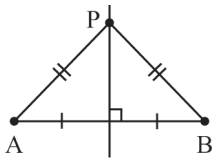
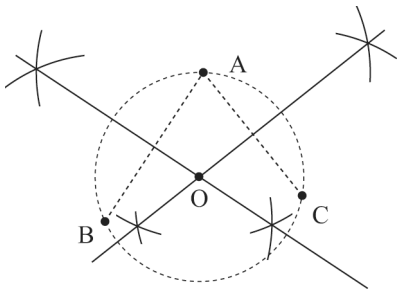



**図３**




点 O が線分 AB の垂直二等分線上にあれば，OA＝OB となり，

点 O が線分 AC の垂直二等分線上にあれば，OA＝OC となるため，OA＝OB＝OC となり，**図３**のように 3 点 A，B，C は円 O の円周上の点となる。したがって，線分 AB の垂直二等分線と線分 AC の垂直二等分線の交点が O である。

数-23-公-長崎-KS-02

**2**　【資料の活用，確率】

問１　(1) 中央値は，小さい方から 6 番目の 14 と 7 番目の 14 の平均値となり，(14＋14)÷2＝14(冊)である。

(2) 第 1 四分位数は，小さい方から 3 番目の 11 と 4 番目の 12 の平均値となり，(11＋12)÷2＝11.5(冊)である。

第 3 四分位数は，9 番目の 17 と 10 番目の 17 の平均値となり，(17＋17)÷2＝17(冊)である。

最頻値は，もっとも個数が多いデータの値だから，14 冊と 17 冊である。

したがって，①，②は正しくない。

③は四分位範囲が，(第 3 四分位数)－(第 1 四分位数)＝17－11.5＝5.5(冊)だから，正しい。

④は平均値が，(9＋10＋11＋12＋13＋14＋14＋16＋17＋17＋20＋21)÷12＝14.5(冊)だから，正しくない。

**ポイント》**代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

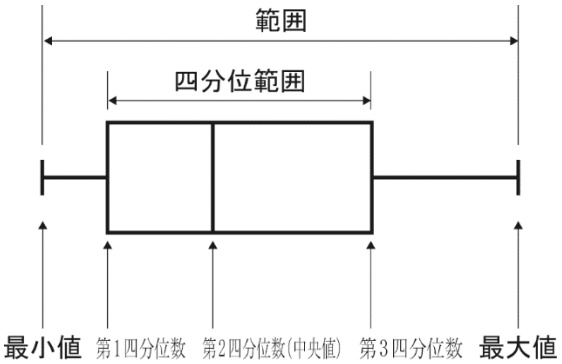
**ポイント》**四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…⑴第 2 四分位数(中央値)，⑵第 1 四分位数，⑶第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
⑴第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
⑵第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
⑶第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの




⑶ ⑵で求めた四分位数より，正しい箱ひげ図は④である。

**問２** ⑵ 2 回続けて球を取り出すとき，1 回目に 1 が書かれた球を取り出し，2 回目に 2 が書かれた球を取り出したときを(1，2)のように表すと，球の取り出し方は，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，1)，(2，3)，(2，4)，(3，1)，(3，2)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3)の 12 通りある。

このうち，2 回目が 4 であるのは，(1，4)，(2，4)，(3，4)の 3 通りだから，求める確率は，$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

**ポイント》**確率の求め方

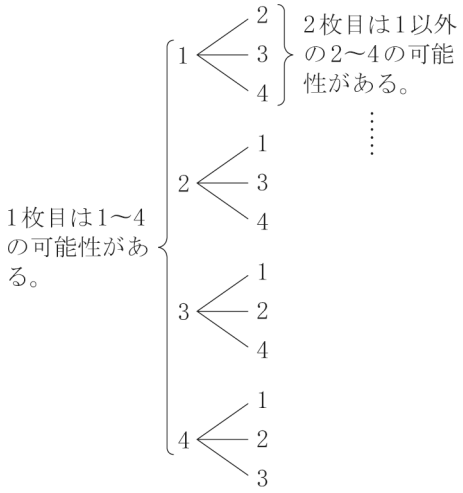
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

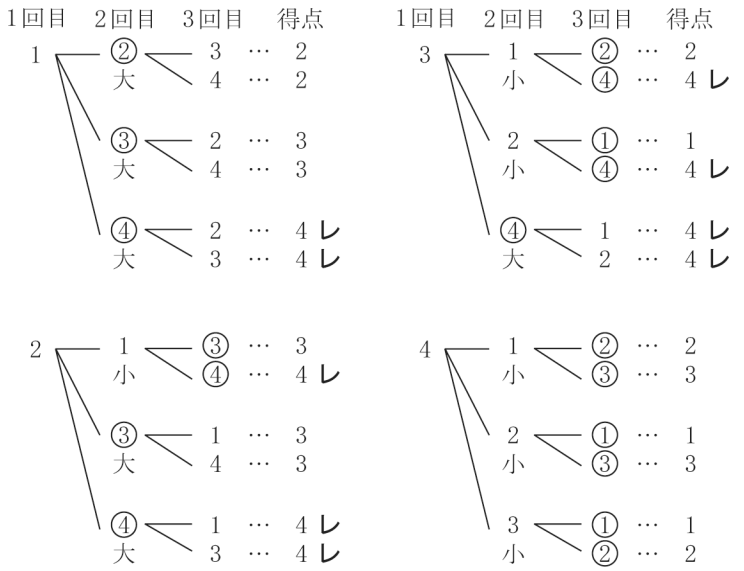
④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図




(3) 3 回続けて取り出した球に書かれた数の組み合わせを樹形図で数え上げると**図 1** のようになる。**ルール**にしたがって得点とする数を◯で囲み，…の右にその得点を書き添えている。すべての場合の数 24 通りのうち，得点が 4 点となるのは，**レ**印をつけた 9 通りだから，求める確率は，$\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

**図 1**




数-23-公-長崎-KS-03

**3**　【関数のグラフと図形】

**問 2**　2 点 A，B は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点だから，$x=-4$ を代入すると，

$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2=4$ より A(−4，4)　　$x=2$ を代入すると，$y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$ より B(2，1)である。

したがって，(直線 AB の傾き)$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{1-4}{2-(-4)}=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}$

**ポイント》**変化の割合

変化の割合とは，$x$ の値が増加したときに，$y$ の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[定義] 変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

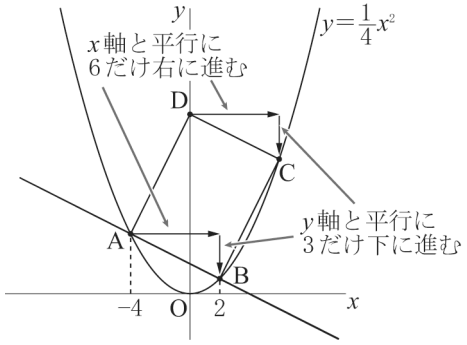
・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)
→変化の割合は一定で，定数 $a$ の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)
→変化の割合は区間により変化するため，[定義]を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，$x$ の値が $p$ から $q$ まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

**問３**　(1) 右の**図１**のように，点 B の $x$ 座標は点 A の $x$ 座標より，$2-(-4)=6$ だけ大きい。四角形 ABCD は平行四辺形なので，辺 AB と辺 CD は平行であり，長さは等しいから，点 C の $x$ 座標は点 D の $x$ 座標より，6 だけ大きい。点 D の $x$ 座標は 0 だから，点 C の $x$ 座標は点 D の $x$ 座標に 6 をたして，$0+6=6$ となる。

**図１**




(2) (1)より，点 C は，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の $x$ 座標が 6 の点だから，$x=6$ を代入して

$y=\frac{1}{4}\times6^2=9$ より，C(6，9)である。点 A の $y$ 座標は点 B の $y$ 座標より，$4-1=3$ だけ大きいから，(1)と同様にして，点 D の $y$ 座標は点 C の $y$ 座標より 3 だけ大きい。

点 C の $y$ 座標は 9 だから，点 D の $y$ 座標は点 C の $y$ 座標に 3 をたして，$9+3=12$ となる。

(3) 点 E を通り，直線 AD，BC に平行な直線 $\ell$ と直線 AB の交点を F とする。

AD // $\ell$ より，△ADE＝△ADF，

BC // $\ell$ より，△BCE＝△BCF

△ADE＝△BCE より，△ADF＝△BCF であり，AB // DC より，△ADF と△BCF の底辺をそれぞれ AF，BF としたときの高さは等しいから，AF＝BF

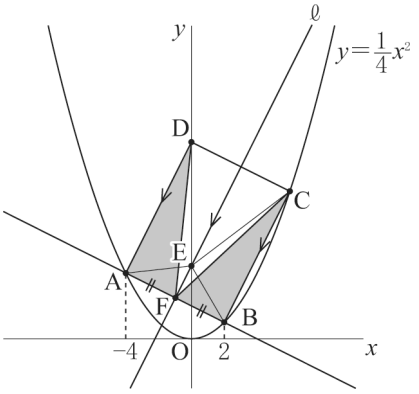
ここで，点 F の座標を$(s，t)$とおくと，2 点 A，F の $x$ 座標の差と，2 点 F，B の $x$ 座標の差は等しいから，

$s-(-4)=2-s$

$s=-1$　　同様に，$y$ 座標の差も等しいから，$4-t=t-1$

$t=\frac{5}{2}$　　よって，$\mathrm{F}\left(-1，\frac{5}{2}\right)$

**図２**




ここで，直線 $\ell$ の傾きは，2 点 B(2，1)，C(6，9)を通る直線の傾きに等しく，$\frac{9-1}{6-2}=2$ だから，

直線 $\ell$ の式は，$y=2x+b$ とおくことができる。点 $\mathrm{F}\left(-1，\frac{5}{2}\right)$を通ることから，$\frac{5}{2}=2\times(-1)+b$ より，

$b=\frac{9}{2}$　したがって，直線 $\ell$ の式は，$y=2x+\frac{9}{2}$であり，点 E の $y$ 座標は直線 $\ell$ の切片と等しいから，$\frac{9}{2}$ である。

数-23-公-長崎-KS-04

**4**　【空間図形】

**問１**　EF＝EH＝4 cm であり，2 点 P，Q はそれぞれ辺 EF，EH の中点だから，EP＝EQ＝2 cm

$\triangle\mathrm{EPQ}=\frac{1}{2}\times\mathrm{EP}\times\mathrm{EQ}=\frac{1}{2}\times2\times2=2(\mathrm{cm}^2)$

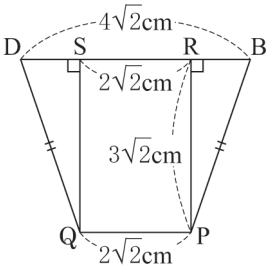
したがって，三角錐 AEPQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{EPQ}\times\mathrm{AE}=\frac{1}{3}\times2\times4=\frac{8}{3}(\mathrm{cm}^3)$

**問２**　△EPQ は，EP＝EQ，∠PEQ＝90°の直角二等辺三角形だから，3 辺の比は，$1:1:\sqrt{2}$ である。

EP＝EQ＝2 cm だから，PQ＝$\sqrt{2}$ EP＝$2\sqrt{2}$ (cm)
△BFP は，∠BFP＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，
$BP^2=BF^2+FP^2=4^2+2^2=20$　　BP＞0 だから，BP＝$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)

**問３**　(1) △ABD は，AB＝AD＝4 cm，∠BAD＝90°の直角三角形だから，
DB＝$4\sqrt{2}$ cm である。また，四角形 SQPR は長方形だから，
PQ＝RS＝$2\sqrt{2}$ cm，△DQS≡△BPR だから，DS＝BR なので，
BR＝(DB－RS)÷2＝$(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div2=\sqrt{2}$ (cm)

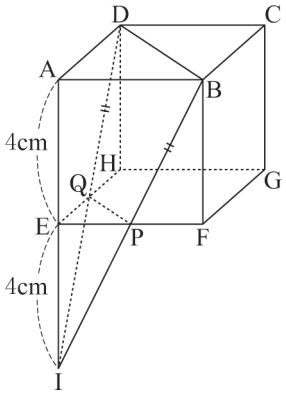
**図１**




(2) △BPR は∠BRP＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，$BP^2=BR^2+PR^2$ である。よって，
$PR^2=BP^2-BR^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=20-2=18$　　PR＞0 より，PR＝$3\sqrt{2}$ cm
よって，台形 BDQP の面積は，$\frac{1}{2}\times(BD+PQ)\times PR=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times3\sqrt{2}=18\,(cm^2)$

(3) **図２**のように直線 BP と直線 AE の交点を I とすると，AB と EF は平行だから，△ABI と△EPI は相似となる。
したがって，AI：EI＝AB：EP＝4：2＝2：1 だから，
AE：EI＝1：1 より，EI＝AE＝4 cm
また，直線 DQ と直線 AE は点 I で交わるので，立体 IABD，立体 IEPQ は相似な三角錐であり，相似比は，AI：EI＝2：1 なので，
体積比は，$2^3:1^3=8:1$ となる。$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times4\times4=8\,(cm^2)$なので，
三角錐 IABD の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle ABD\times AI=\frac{1}{3}\times8\times8=\frac{64}{3}\,(cm^3)$
体積比より，三角錐 IEPQ の体積は，$\frac{64}{3}\times\frac{1}{8}=\frac{8}{3}\,(cm^3)$
したがって，求める体積は，
(三角錐 IABD の体積)－(三角錐 IEPQ の体積)$=\frac{64}{3}-\frac{8}{3}=\frac{56}{3}\,(cm^3)$

**図２**



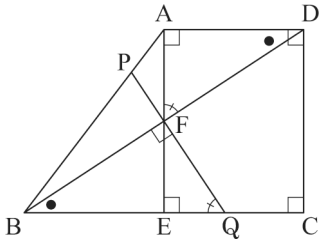

**問４**　立体 ABDQP は底面を台形 BDQP とする高さ AT の四角錐である。また，立体 ABDQP の体積は，立体 ABDEPQ の体積から三角錐 AEPQ の体積をひいたものである。**問１**，**問３** (3) より，立体 ABDQP の体積は，$\frac{56}{3}-\frac{8}{3}=16\,(cm^3)$である。よって，
(立体 ABDQP の体積)$=\frac{1}{3}\times$(台形 BDQP の面積)×AT より，$16=\frac{1}{3}\times18\times AT$ を解いて，AT＝$\frac{8}{3}$ cm

数-23-公-長崎-KS-05

## 5　【平面図形】

**問３**　(1) △DAF と△FEQ において，仮定より，
∠DAF＝∠FEQ＝90°　…①
AD // BC より，錯角は等しいから，∠ADF＝∠FBQ　…②
2 点 B，D は線分 PQ に関して対称だから，∠BFQ＝90°
よって，△BFQ は直角三角形であり，その内角の和から，
∠EQF＝90°－∠FBQ　…③
直角三角形 DAF の内角の和から，∠AFD＝90°－∠ADF　…④
②，③，④より，∠AFD＝∠EQF　…⑤
①，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△DAF∽△FEQ
したがって，答えは**②**である。

**図１**




(2) **問２**より，△DAF≡△BEF だから，AF＝EF＝2 cm　　**問３**より，△DAF∽△FEQ だから，

AF：EQ＝AD：EF より，2：EQ＝3：2 なので，EQ＝$\frac{4}{3}$cm

(3) **図２**のように，線分 DA の延長と線分 QP の延長との交点を R とする。

△FAR と△FEQ において，∠FAR＝∠FEQ＝90°　…⑥

AF＝EF　…⑦　　対頂角は等しいから，∠AFR＝∠EFQ　…⑧

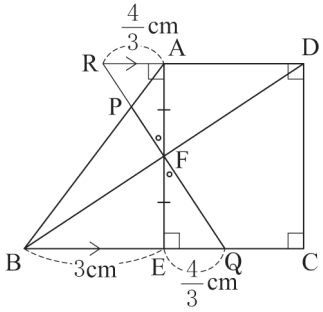
⑥，⑦，⑧より，1 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△FAR≡△FEQ　　よって，AR＝EQ＝$\frac{4}{3}$cm

同様に，△DAF≡△BEF だから，EB＝AD＝3cm

よって，BQ＝EQ＋EB＝$\frac{4}{3}$＋3＝$\frac{13}{3}$(cm)

**図２**



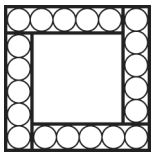

RA // BQ より，△PAR と△PBQ で平行線と線分の比から，AP：PB＝AR：BQ＝$\frac{4}{3}$：$\frac{13}{3}$＝4：13

数-23-公-長崎-KS-06

**6**　【規則性に関する問題】

**問１**　**ア**　6 段目の 1 辺に電球が 6 個並ぶので，**図１**のように 5 個の電球が 4 組あるとみて，5×4＝20(個)となる。

**図１**



**イ**　6 段目までの合計なので，1＋4＋8＋12＋16＋20＝61(個)となる。

**ウ**　奇数段について調べる。1 段目と 3 段目の電球の個数の合計は，1＋8＝9＝3×3 となり，1 段目と 3 段目と 5 段目の電球の個数の合計は，1＋8＋16＝25＝5×5 となる。ℓ を奇数として ℓ 段目までの奇数段の電球の個数の合計は ℓ×ℓ となるので，ℓ ＝39 のとき，39×39 となる。

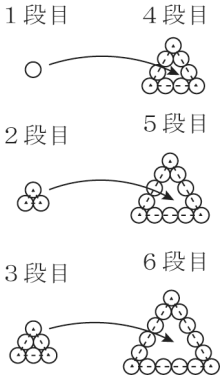
**エ**　偶数段について調べる。2 段目と 4 段目の電球の個数の合計は，4＋12＝16＝4×4 となる。2 段目と 4 段目と 6 段目の電球の個数の合計は，4＋12＋20＝36＝6×6 となるので，$m$ を偶数として $m$ 段目までの偶数段の電球の個数の合計は $m\times m$ (個)となるので，$m$＝40 のとき，40×40＝1600(個)となる。また，39 段目までの奇数段の電球の個数の合計は，39×39＝1521(個)なので，1 段目から 40 段目までの電球の個数の合計は，1600＋1521＝3121(個)となる。

**ポイント》**規則性の問題を突破するには

まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

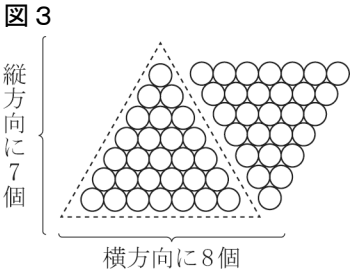
**問２**　**図２**のように 4 段目以降は，並べた電球の内側に電球をしきつめられるすき間ができる。4 段目に並べた電球の内側には電球を 1 個，5 段目に並べた電球の内側には電球を 3 個，6 段目に並べた電球の内側には電球を 6 個，それぞれしきつめることができる。したがって，**オ**，**カ**，**キ**はそれぞれ，1 段目と 4 段目，2 段目と 5 段目，3 段目と 6 段目となる。

**図２**




**問３**　**図３**のように，2 つの三角形に並んだ電球を 1 つにまとめて，平行四辺形の形に並べたものとして考える。電球は横方向に 7＋1＝8(個)，縦方向に 7 個並んでいるので，全部で，(7＋1)×7＝56(個)となる。三角形 1 つ分にするので，$\frac{1}{2}$ をかけて，$\frac{7(7+1)}{2}$ となるので，**ク**は 7，**ケ**は 2 となる。

**図３**



**問４**　1 段目，4 段目，7 段目，…，40 段目の電球の個数を足すと，$\frac{40(40+1)}{2}=820$(個),

2 段目，5 段目，8 段目，…，38 段目の電球の個数を足すと，$\frac{38(38+1)}{2}=741$(個),

3 段目，6 段目，9 段目，…，39 段目の電球の個数を足すと，$\frac{39(39+1)}{2}=780$(個)となる。

したがって，すべてを足して，820＋741＋780＝2341(個)となる。