H27　奈良県　公立　数学　問題

数-15-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$15\div(-3)$

(2)　$-\dfrac{3}{4}+\dfrac{7}{6}$

(3)　$8a^2b\div 2a^2\times 9ab$

(4)　$(x+1)^2-(x-3)(x+2)$

問２　1 次方程式　$7(x-1)=5x+9$　を解け。

問３　2 次方程式　$x^2-4x-5=0$　を解け。

問４　$\sqrt{10}$ の小数部分を a とするとき，$a(a+6)$ の値を求めよ。

問５　次の**ア**～**エ**のうち，y が x の関数であるものを 1 つ選び，その記号を書け。

ア　自然数 x の約数 y

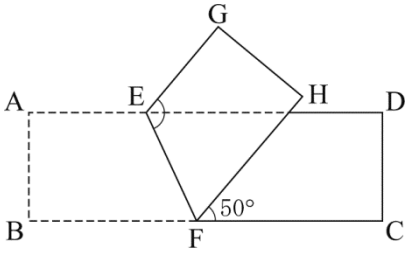
イ　気温 x℃のときの降水量 y mm

ウ　周りの長さが x cm である長方形の面積 y cm^2

エ　1 m のテープを x 等分したときの 1 本分の長さ y cm

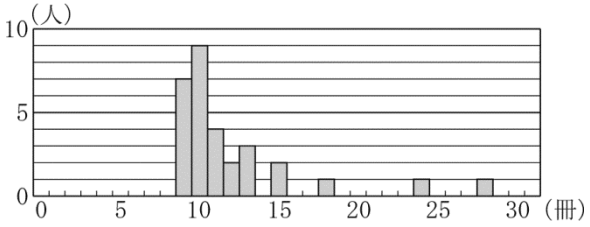
問６　長方形 ABCD の紙がある。辺 AD 上に点 E を，辺 BC 上に点 F をとり，線分 EF を折り目として，**図１**のように，この紙を折り返した。この折り返しによって頂点 A，B が移った点をそれぞれ G，H とする。∠HFC＝50°のとき，∠GEF の大きさを求めよ。

図１

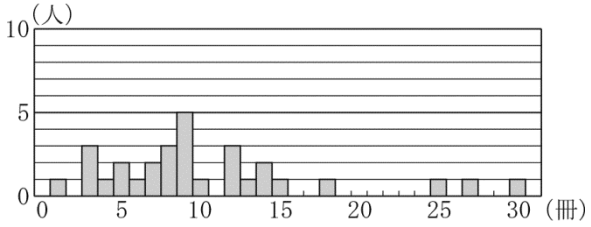


問７　ある 30 人の学級の生徒それぞれが 2 学期に図書室から借りた本の冊数を，太郎さんが調べたところ，最頻値（モード）は 9 冊，中央値（メジアン）は 10 冊，平均値は 12 冊であった。次の**ア**～**エ**の中に，太郎さんが調べた結果をグラフとして表したものが 1 つある。そのグラフを，**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

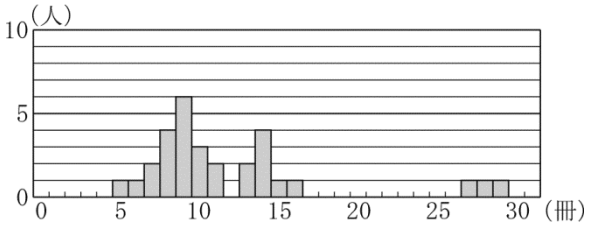
ア



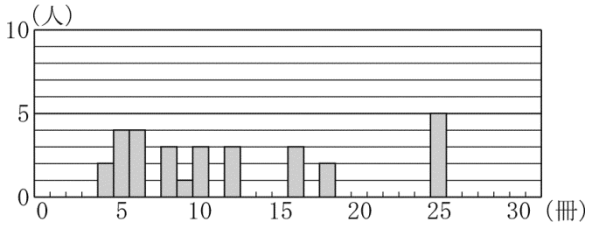
イ



ウ

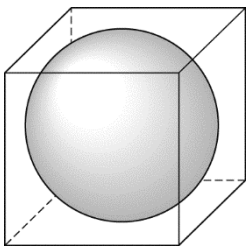


エ



問８　**図２**のように，立方体の中に，直径が立方体の 1 辺の長さと等しい球が入っている。このとき，球の体積は立方体の体積の何倍か。ただし，円周率はπとする。

図２



問９　**図３**のように，3 点 A，B，C がある。次の条件①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

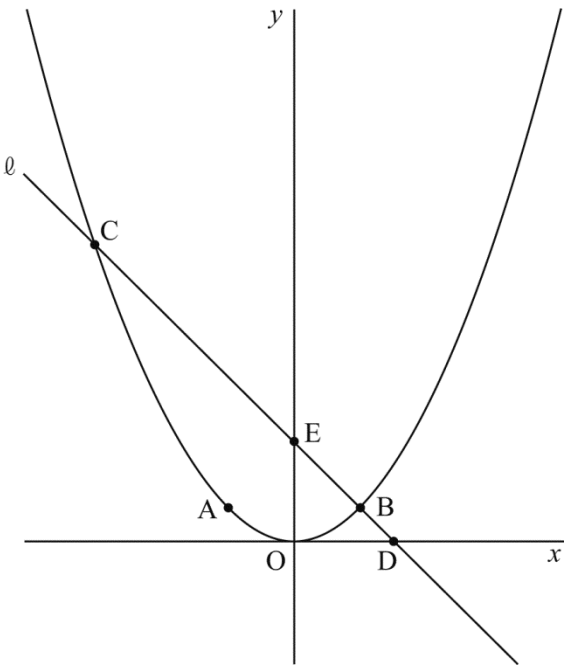
［条件］
① 点 P は，2 点 A，B から等しい距離にある。
② ∠ABP＝∠CBP である。

図３



数-15-公-奈良-問-02

2　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフであり，点 O は原点である。2 点 A，B は放物線上の点であり，その x 座標はそれぞれ−2，2 である。点 C は放物線上を動く点であり，その x 座標は−2 より小さい。また，2 点 B，C を通る直線を ℓ とし，直線 ℓ と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ D，E とする。各問いに答えよ。



問１　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めよ。

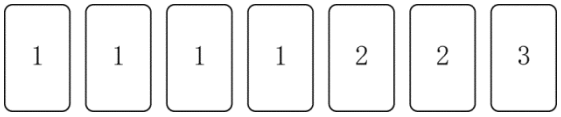
問２　四角形 AOBE がひし形になるとき，点 E の y 座標を求めよ。

問３　直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とする。点 C の x 座標が小さくなると，それにともなって小さくなるものを，次の**ア**～**オ**の中から全て選び，その記号を書け。

ア　a の値　　**イ**　b の値
ウ　点 C の y 座標　　**エ**　点 D の x 座標
オ　△ADB の面積

問４　点 C の x 座標が−8 のとき，x 軸上に点 P をとり，四角形 CAOE の面積と△CPE の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の x 座標を全て求めよ。

3 右の図のように，1 の数を書いたカードが 4 枚，2 の数を書いたカードが 2 枚，3 の数を書いたカードが 1 枚，合わせて 7 枚のカードがある。各問いに答えよ。



問 1　7 枚のカードから 2 枚続けてカードをひく。「1 枚目のカードに書かれている数を十の位，2 枚目のカードに書かれている数を一の位として 2 桁の整数をつくるとき，その整数が 22 以上である」という数量の関係を，1 枚目のカードに書かれている数を a，2 枚目のカードに書かれている数を b として，a，b を使った不等式で表せ。

問 2　7 枚のカードをよくきってから 1 枚カードをひき，ひいたカードを戻さずにもう 1 枚ひく。2 枚のカードの組み合わせの出やすさについて，太郎さんと花子さんは［　　］のように話し合った。なお，①は 1 の数を書いたカード，②は 2 の数を書いたカード，③は 3 の数を書いたカードを示している。

太郎：7 枚のカードから 1 枚だけカードをひくなら，①が 4 枚，②が 2 枚，③が 1 枚あるので，①が最も出やすいよ。
花子：そうだね。①が最も出やすくて，次に②，③の順に出やすいね。それなら 2 枚ひくとどれとどれの組み合わせが出やすいのかな。
太郎：やっぱり①が多いので，①と①の組み合わせが最も出やすいよ。
花子：そうかな。A①と①の組み合わせよりも①と②の組み合わせの方が出やすいのではないかな。だって，1 枚目が②のとき，残りのカードの中には①が 4 枚もあるよ。
太郎：B①と②の組み合わせよりも①と①の組み合わせの方が出やすいよ。7 枚のうち，4 枚が①だし，1 枚目が①であっても，残り 6 枚のうち半分が①なんだよ。
花子：では，どちらが出やすいか調べてみようよ。

会話中の下線部 A の花子さんの考えと下線部 B の太郎さんの考えでは，どちらが正しいか。確率を使って説明せよ。

問 3　7 枚のカードをよくきってから 2 枚同時にカードをひく。残った 5 枚のカードを，カードに書かれている数の小さい順に左から並べる。このとき，右端から 2 番目のカードに書かれている数が 2 になる確率を求めよ。

4 **図１**のように，三角定規を固定し，2 辺のそれぞれの中点にピンを当てるように付ける。次に，形と大きさが同じ三角定規の 2 辺を，**図２**のように，2 本のピンに当てながら動かしていくとき，頂点はどのような図形の線上を動くかについて，**図３**をかいて考えてみた。**図３**で，△ABC は∠A＝60°，∠C＝90°，AB＝16 cm の直角三角形であり，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。次に，△ABC と合同な△DEF を，辺 DE が点 P を，辺 DF が点 Q を常に通るように動かしていく。各問いに答えよ。

図１

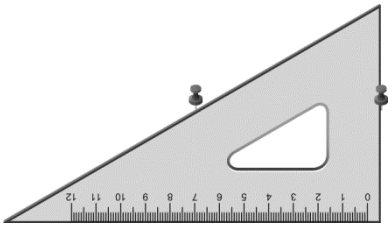
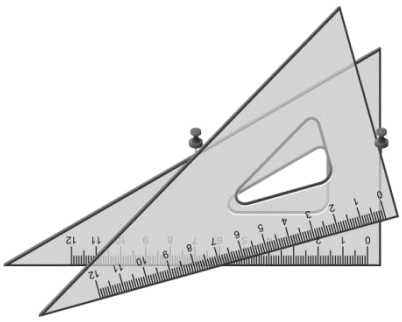


図２



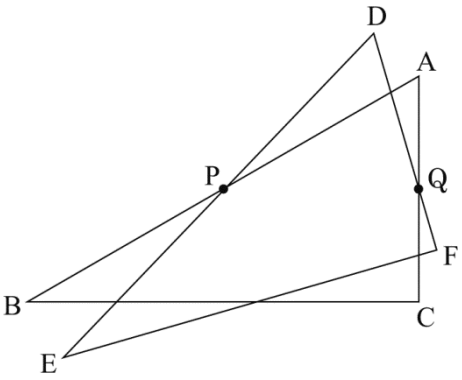
問１　線分 PQ の長さを求めよ。

問２　頂点 D はどのような図形の線上を動くか。簡潔に説明せよ。

問３　辺 BC が 2 辺 DE，EF のどちらとも交わるとき，辺 BC と 2 辺 DE，EF との交点をそれぞれ G，H とする。EH＝8 cm のとき，△BGP≡△EGH を証明せよ。

問４　頂点 F が点 Q の位置にくるとき，△ABC と△DEF の重なる部分の面積を求めよ。

図３

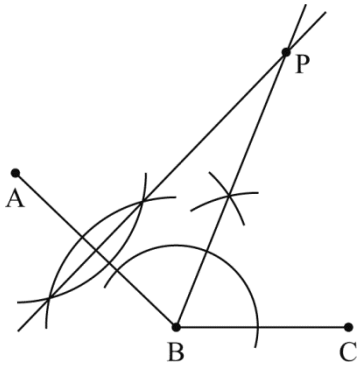


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−奈良−KY−01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６		度		
		問７				
		問８		倍		
		問９	〔作図〕 A B　　C			
数−15−公−奈良−KY−02	2	問１				
		問２				
		問３				
		問４				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−奈良−KY−03	3	問１			
		問２			
		問３			
数−15−公−奈良−KY−04	4	問１	cm		
		問２			
		問３	〔証明〕		
		問４	cm^2		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数−15−公−奈良−大−01	1	問1	(1)	-5	1	
			(2)	$\frac{5}{12}$	1	
			(3)	$36ab^2$	1	
			(4)	$3x+7$	1	
		問2	$x=8$		2	
		問3	$x=-1,\ x=5$		2	
		問4	1		2	
		問5	エ		2	
		問6	115　度		2	
		問7	ウ		2	
		問8	$\frac{\pi}{6}$　倍		2	
		問9	〔作図〕 (例)  		3	
数−15−公−奈良−大−02	2	問1	$0 \leqq y \leqq 4$		2	
		問2	2		2	
		問3	ア，エ		2	
		問4	$-2,\ \frac{22}{3}$		4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−奈良−大−03	3	問１	$10a+b \geqq 22$	2	
		問２	(例) 2 枚のカードの組み合わせが，①と①の組み合わせになる確率は $\frac{2}{7}$，①と②の組み合わせになる確率は $\frac{8}{21}$ である。 したがって，花子さんの考えが正しい。	3	
		問３	$\frac{6}{7}$	3	
数−15−公−奈良−大−04	4	問１	$4\sqrt{3}$　cm	2	
		問２	3 点 A，P，Q を通る円の周上。	2	
		問３	〔証明〕 (例) △BGP と△EGH において 仮定から ∠B＝∠E　……① 点 P は辺 AB の中点なので，$BP=\frac{1}{2}AB=8$ cm よって，BP＝EH　……② 対頂角は等しいから，∠BGP＝∠EGH　……③ ①，③と三角形の内角の和は 180° であることから ∠BPG＝∠EHG　……④ ①，②，④より 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △BGP≡△EGH	4	
		問４	$\frac{52\sqrt{3}}{3}$　cm^2	3	

数-15-公-奈良-KS-01

1　**問１**　(1)　$15\div(-3)=-15\div3=-5$

(2)　$-\frac{3}{4}+\frac{7}{6}=-\frac{9}{12}+\frac{14}{12}=\frac{5}{12}$

(3)　$8a^2b\div2a^2\times9ab=\frac{8a^2b\times9ab}{2a^2}=36ab^2$

(4)　$(x+1)^2-(x-3)(x+2)=x^2+2x+1-(x^2-x-6)=x^2+2x+1-x^2+x+6=3x+7$

問２　$7(x-1)=5x+9$　$7x-7=5x+9$　$7x-5x=9+7$　$2x=16$　$x=8$

問３　$x^2-4x-5=0$　$(x+1)(x-5)=0$　$x=-1,\ 5$

問４　$3<\sqrt{10}<4$ より，$\sqrt{10}$ の整数部分は 3 だから，小数部分が a のとき，$a=\sqrt{10}-3$
よって，$a(a+6)$ は，$(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}-3+6)=(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)=10-9=1$

問５　x の値を 1 つ決めると，それにともなって y の値が 1 つ決まるとき，y は x の関数であるといえる。
よって，**エ**。

問６　線分 ED と線分 FH の交点を K とする。AD // BC より，$\angle EKF=\angle HFC=50^\circ$　EG // FH より，
$\angle GEK=\angle EKF=50^\circ$　また，折り返した角より，$\angle EFB=\angle EFK=(180^\circ-50^\circ)\div2=65^\circ$
AD // BC より，$\angle KEF=\angle EFB=65^\circ$　よって，$\angle GEF=\angle GEK+\angle KEF=50^\circ+65^\circ=115^\circ$

問７　最頻値が 9 冊より，9 冊の度数が最も大きくなっているグラフは**イ**と**ウ**。中央値が 10 冊なので，大きい順に並べたとき 15 番目と 16 番目が 10 冊の階級に入っている**ウ**が太郎さんの調べた結果となる。

問８　球の半径を r とすると，立方体の 1 辺は $2r$ と表せる。球の体積は，$\frac{4}{3}\pi r^3$，立方体の体積は，
$(2r)^3=8r^3$　$\frac{4}{3}\pi r^3\div8r^3=\frac{\pi}{6}$ より，球の体積は立方体の体積の $\frac{\pi}{6}$ 倍。

問９　点 P は 2 点 A，B から等しい距離にあるので，点 P は線分 AB の二等分線上にある。また，$\angle ABP=\angle CBP$ より，点 P は$\angle ABC$ の二等分線上にある。よって，この 2 直線の交点が求める点 P である。

数-15-公-奈良-KS-02

2　**問１**　$y=\frac{1}{4}x^2$ について $-1\leqq x\leqq4$ のとき，y の値は，$x=0$ のとき $y=0$ で最小となり，$x=4$ のとき
$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$ で最大となる。よって，求める変域は，$0\leqq y\leqq4$

問２　点 A，B の座標を求めると，A(−2，1)，B(2，1)　EO⊥AB だから，四角形 AOBE がひし形になるとき，AB と EO の交点を H とすると，EH＝OH＝1　よって，E の y 座標は 2

問３　点 C の x 座標が小さくなるとき，$y=ax+b$ の傾き a は小さくなり，切片 b は大きくなる。
点 C の y 座標は大きくなり，点 D の x 座標は小さくなる。△ADB の面積は一定である。
よって，小さくなるのは，**ア**と**エ**。

問４　C(−8，16)，B(2，1)を通る直線の式を $y=ax+b$ とすると傾き a は，$a=\dfrac{1-16}{2-(-8)}=-\dfrac{3}{2}$ となるから，$y=-\dfrac{3}{2}x+b$　この直線は B(2，1) を通るので，$x=2$，$y=1$ を代入して整理すると，$b=4$

よって，$y=-\dfrac{3}{2}x+4$　したがって，E(0，4)　直線 CO を求めると，$y=-2x$　A(−2，1) を通り，直線 CO に平行な直線を $y=-2x+c$ とする。点 A の座標を代入して，$1=-2\times(-2)+c$　$c=-3$
よって，$y=-2x-3$　この直線と y 軸との交点を F とすると，F(0，−3)

AF // CO より，△CFO＝△CAO　よって，(四角形 CAOE)＝△CFE　点 F を通り $y=-\dfrac{3}{2}x+4$ と平行な直線である $y=-\dfrac{3}{2}x-3$ と，x 軸との交点を P とすると，△CPE＝△CFE となる。
よって，P(−2，0)　また，EF＝EG となる点 G を y 軸上にとると，G(0，11)　点 G を通り，直線 $y=-\dfrac{3}{2}x+4$ と平行な直線である $y=-\dfrac{3}{2}x+11$ と x 軸との交点を Q とすると，△CQE＝△CFE となる。よって，この点 $\mathrm{Q}\left(\dfrac{22}{3},\ 0\right)$ も求める点 P である。したがって，P の x 座標は，$-2,\ \dfrac{22}{3}$

数-15-公-奈良-KS-03

3　**問１**　十の位を a，一の位を b とすると，2 桁の整数は $10a+b$ と表せる。その整数が 22 以上より，$10a+b\geqq 22$

問２　7 枚のカードを 1A，1B，1C，1D，2A，2B，3 とする。2 枚のカードの組み合わせは，下の表の通りで，42 通り。

b \ a	①A	①B	①C	①D	②A	②B	③
①A		(①B, ①A)	(①C, ①A)	(①D, ①A)	(②A, ①A)	(②B, ①A)	(③, ①A)
①B	(①A, ①B)		(①C, ①B)	(①D, ①B)	(②A, ①B)	(②B, ①B)	(③, ①B)
①C	(①A, ①C)	(①B, ①C)		(①D, ①C)	(②A, ①C)	(②B, ①C)	(③, ①C)
①D	(①A, ①D)	(①B, ①D)	(①C, ①D)		(②A, ①D)	(②B, ①D)	(③, ①D)
②A	(①A, ②A)	(①B, ②A)	(①C, ②A)	(①D, ②A)		(②B, ②A)	(③, ②A)
②B	(①A, ②B)	(①B, ②B)	(①C, ②B)	(①D, ②B)	(②A, ②B)		(③, ②B)
③	(①A, ③)	(①B, ③)	(①C, ③)	(①D, ③)	(②A, ③)	(②B, ③)	

そのうち，①と①の組み合わせは 12 通で，①と②の組み合わせは 16 通り。よって，それぞれの確率は，$\dfrac{12}{42}=\dfrac{2}{7}$ と $\dfrac{16}{42}=\dfrac{8}{21}$ である。よって，①と②の組み合わせの方が出やすいので，花子さんの方が正しい。

問３　カードを 2 枚同時にひくとき，カードのひき方は，前の表から，全部で 21 通り。そのうち，残ったカードを小さい順に並べたときに右から 2 番目のカードが 2 にならないのは，(②A，②B)，(②A，③)，(②B，③) の 3 通り。よって，求める確率は，$1-\dfrac{3}{21}=\dfrac{6}{7}$

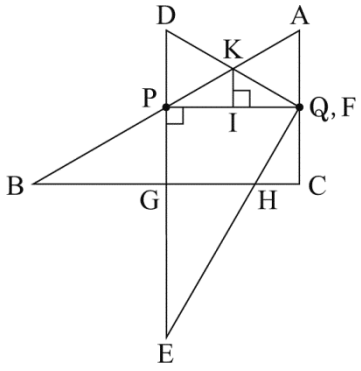
数-15-公-奈良-KS-04

4　**問１**　△ABC は∠A＝60°，∠C＝90° より，AC : AB : BC＝1 : 2 : $\sqrt{3}$　AB＝16 cm より，16 : BC＝2 : $\sqrt{3}$　2BC＝$16\sqrt{3}$　BC＝$8\sqrt{3}$ (cm)　また，△ABC において，点 P，点 Q はそれぞれ辺 AB，辺 AC の中点より，中点連結定理から，$\mathrm{PQ}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}=\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm)

問２　∠PDQ＝∠PAQ＝60° より，円周角の定理の逆より，4 点 P，D，A，Q は同一円周上にある。

問３　△BGP と△EGH において，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し，合同を導く。

問４　点 F と点 Q が一致するとき，点 F から線分 DE にひいた垂線の長さと線分 PQ の長さが一致するので，右の図のようになる。線分 AB と線分 DF の交点を K，点 K から線分 PQ に垂線をひき，交点を I とする。



△ABC と△DEF の重なる部分は五角形 KPGHQ となるから，
(五角形 KPGHQ)＝△KPQ＋△HPQ＋△PGH
△KPQ は∠KPQ＝∠KQP＝30°の二等辺三角形だから，

$\mathrm{PI}=\frac{1}{2}\mathrm{PQ}=2\sqrt{3}$ cm，$\mathrm{KI}=\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{PI}=2$ cm

また，$\mathrm{DP}=\frac{1}{2}\mathrm{DQ}=4$ cm，EP＝16－4＝12(cm)　PG＝QC＝4 cm より，EG＝12－4＝8(cm)　GH:PQ＝EG:EP　GH: $4\sqrt{3}$ ＝8:12　$12\mathrm{GH}=32\sqrt{3}$　$\mathrm{GH}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm)　よって，求める面積は，(五角形 KPGHQ)＝△KPQ＋△HPQ＋△PGH より，

$$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4+\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 4=4\sqrt{3}+8\sqrt{3}+\frac{16\sqrt{3}}{3}=\frac{52\sqrt{3}}{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$