H30　奈良県　公立　数学　問題

数-18-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$3-(-5)$

(2)　$4\times(-3)^2$

(3)　$12a^2b^2\div(-6ab)\div\frac{1}{2}ab$

(4)　$(x+4)(x+5)-(x+3)(x-3)$

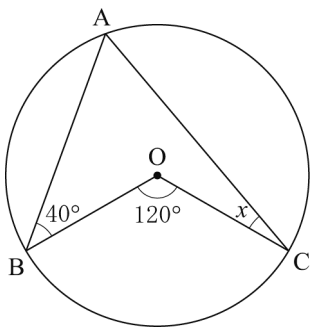
問２　2 次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解け。

問３　「a 個のお菓子を b 人に 3 個ずつ配ると 2 個余る」という数量の関係を表した式が，次の**ア**～**エ**の中に 1 つある。その式を選び，**ア**～**エ**の記号で答えよ。

ア　$a=3b+2$　　**イ**　$a=3b-2$　　**ウ**　$\frac{a}{3}=b+2$　　**エ**　$a+3b=2$

問４　**図１**で，3 点 A，B，C は円 O の周上にある。$\angle x$ の大きさを求めよ。

図１



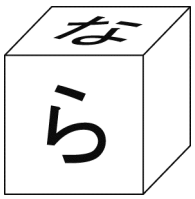
問５　$5<\sqrt{a}<6$ を満たす自然数 a は何個あるか。

問６　1 から 9 までの 9 つの自然数から異なる 4 つの数を選んで，その積を求めると 560 になった。この 4 つの数を求めよ。

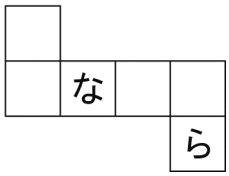
問７　2 個のさいころを同時に投げるとき，少なくとも 1 個は 5 以上の目が出る確率を求めよ。

問８　**図２**のように，「**な**」「**ら**」とかかれた立方体がある。次の**ア**～**エ**の立方体の展開図の中に，組み立てると**図２**の立方体ができるものが 1 つある。その展開図を選び，**ア**～**エ**の記号で答えよ。

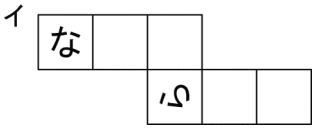
図２



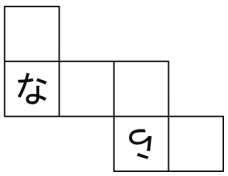
ア



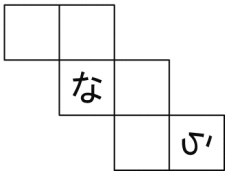
イ



ウ



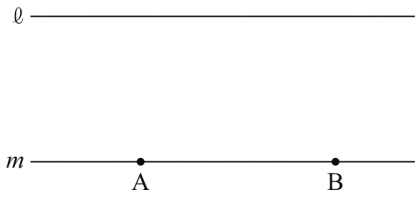
エ



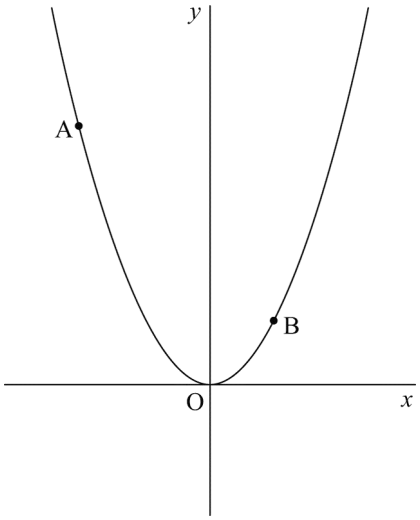
問９　**図３**のように，平行な 2 直線ℓ，m があり，m 上に 2 点 A，B がある。次の条件①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

［条件］
①　点 P は，直線ℓ上にある。
②　∠PAB＝45° である。

図３



2 右の図の放物線は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，点 O は原点である。2 点 A，B は放物線上の点であり，その座標はそれぞれ $(-4,\ 8)$，$(2,\ 2)$ である。各問いに答えよ。



問１　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

問２　次の**ア**～**オ**の関数のうち，そのグラフを右の図にかき入れたとき，グラフが線分 AB と交わるものを，次の**ア**～**オ**からすべて選び，その記号を書け。

ア　$y=\frac{1}{2}x$　　**イ**　$y=\frac{6}{x}$

ウ　$y=3x+2$　　**エ**　$y=2x^2$

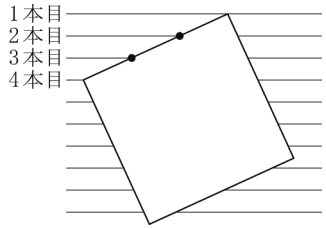
オ　$y=\frac{1}{4}x^2$

問３　点 A を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を C，点 B を通り x 軸に平行な直線と放物線との交点のうち，B と異なる点を D とする。このとき，点 O を通り四角形 ADBC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

問４　△AOB を，x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

3 太郎さんと花子さんは,「正方形の紙の 1 辺を 3 等分する方法」について調べた。下の図は，2 人がそれぞれ調べた方法をまとめたものである。後の問いに答えよ。

［太郎さんが調べた方法］



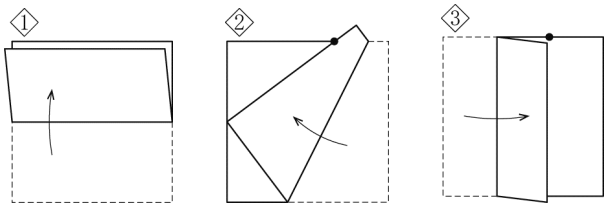
ノートの罫線（けいせん）を使う。

○ 1 辺の両端がそれぞれ 1 本目，4 本目の罫線と重なるように紙を置く。

○ 辺と 2 本目,3 本目の罫線が交わる部分に印を付ける。

付けた印で1辺が3等分される。

［花子さんが調べた方法］



① 上の辺に，下の辺が重なるように紙を折る。

②①で付けた折り目の左端に，右下の頂点が重なるように紙を折り，右の辺と上の辺が交わる部分に印を付ける。

③②で付けた印に，左上の頂点が重なるように紙を折る。

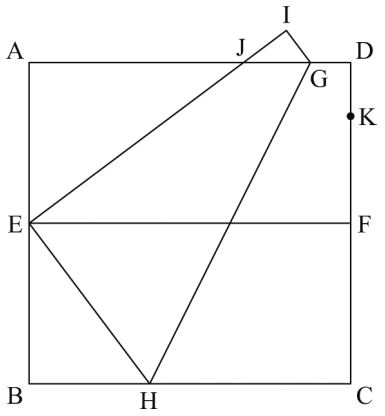
②で付けた印と③で付けた折り目の上端で上の辺が 3 等分される。

問 1 太郎さんが調べた方法で，正方形の紙の 1 辺が 3 等分されることを証明するときに根拠となるものは，次の**ア**～**エ**のうちどれか。最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書け。

ア 三平方の定理　　**イ** 平行線と線分の比

ウ 円周角の定理の逆　　**エ** 相似な図形の相似比と面積比

問２　花子さんが調べた方法で付けた印が，正方形の紙の１辺を３等分する点の１つであることを，２人は右の図をかいて考えた。四角形 ABCD は正方形で，点 E は辺 AB の中点，点 F は辺 CD の中点である。点 G は辺 AD 上，点 H は辺 BC 上にあり，四角形 GHCD と四角形 GHEI は直線 GH について対称である。また，点 J は辺 AD と線分 EI との交点で，辺 CD 上の点 K は点 J と直線 GH について対称である。次の会話と２人が考えたことを読み，(1)，(2) の問いに答えよ。



太郎：点 J が辺 AD を３等分する点の１つといえるなら，正方形の１辺の長さを１とすると，線分 JD の長さが [あ] になればいいんだよね。

花子：じゃあ，線分 JD の長さを x とおいてつくった方程式の解が [あ] になるといいのかな。

２人は対称な図形の性質や相似な図形の性質を使って考えた。

AD＝1 とする。JD＝x とおくと，DK＝ [い] と表すことができる。

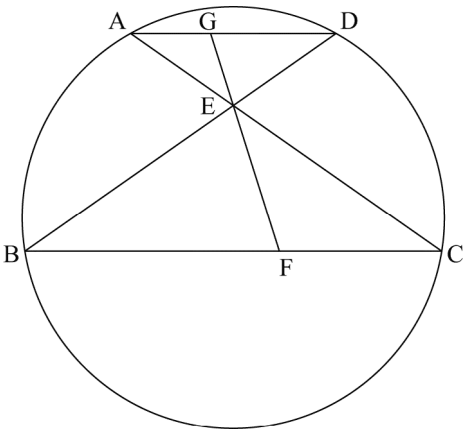
△AEJ は直角三角形より，[う] が成り立つ。これを解くと，

$0<x<1$ より，$x=$ [あ]　　よって，点 J は辺 AD を３等分する点の１つといえる。

(1)　[あ] に当てはまる数，[い] に当てはまる式を，それぞれ書け。

(2)　[う] に当てはまる，x についての方程式を書け。

4 右の図で，4 点 A，B，C，D は円周上にあり，AD // BC で，点 E は直線 AC と直線 BD との交点である。点 F は線分 BC 上の点で BE＝BF であり，点 G は直線 EF と直線 AD との交点である。AD＝6 cm，BC＝12 cm，AC＝11 cm のとき，各問いに答えよ。



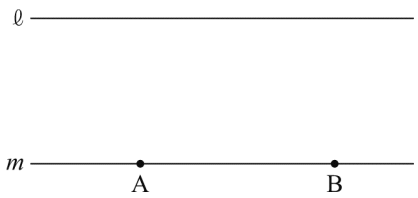
問１　△AEG∽△CEF を証明せよ。

問２　∠ECF＝a° とするとき，∠CEF の大きさを a を用いて表せ。

問３　線分 AB の長さを求めよ。

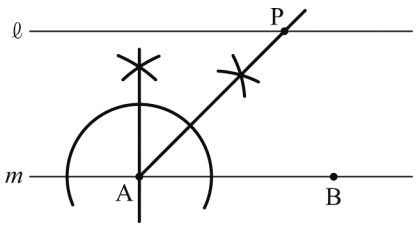
問４　△ABE の面積は△AEG の面積の何倍か。

数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−奈良−文−01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３				
		問４	度			
		問５	個			
		問６				
		問７				
		問８				
		問９	〔作図〕  			
数−18−公−奈良−文−02	2	問１				
		問２				
		問３				
		問４				

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数－18－公－奈良－ス－03	3	問１					
		問２	(1)	㋐			
				㋑			
			(2)				
数－18－公－奈良－ス－04	4	問１	〔証明〕				
		問２					
		問３	cm				
		問４	倍				

数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−奈良−大−01	1	問１	(1)	8	1	
			(2)	36	1	
			(3)	-4	1	
			(4)	$9x+29$	1	
		問２	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$		2	
		問３	ア		2	
		問４	20　度		2	
		問５	10　個		2	
		問６	2，5，7，8		2	
		問７	$\dfrac{5}{9}$		2	
		問８	ウ		2	
		問９	〔作図〕 (例)  		2	
数−18−公−奈良−大−02	2	問１	$0\leqq y\leqq 8$		2	
		問２	ウ，エ		2	
		問３	$y=-5x$		2	
		問４	80π		3	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数−18−公−奈良−K−03	3	問１	イ			2	
		問２	(1)	㋐	$\frac{1}{3}$	1	
				㋑	$\frac{x}{2}$	2	「$\frac{1}{2}-x$」なども可。
			(2)		$\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2=\left(1-\frac{x}{2}\right)^2$	3	「$\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2=\left(\frac{1}{2}+x\right)^2$」など**問２** (1) ㋑を用いた式であれば可。
数−18−公−奈良−K−04	4	問１	〔証明〕 (例) △AEG と△CEF において 対頂角は等しいから ∠AEG＝∠CEF　……① AD // BC より，錯角は等しいから ∠EAG＝∠ECF……② ①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいから △AEG∽△CEF			3	
		問２	$90^\circ-\frac{3}{2}a^\circ$			3	
		問３	7　cm			3	
		問４	$\frac{36}{7}$　倍			4	

数-18-公-奈良-KS-01

1　**問１**　(1) $3-(-5)=3+5=8$

(2) $4\times(-3)^2=4\times9=36$

(3) $12a^2b^2\div(-6ab)\div\frac{1}{2}ab=12a^2b^2\times\left(-\frac{1}{6ab}\right)\times\frac{2}{ab}=-\frac{12a^2b^2\times2}{6ab\times ab}=-4$

(4) $(x+4)(x+5)-(x+3)(x-3)=x^2+9x+20-(x^2-9)=x^2+9x+20-x^2+9=9x+29$

問２　$2x^2+5x+1=0$　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

問３　b 人に 3 個ずつ配ると 2 個余るお菓子の個数は $3b+2$(個)

この個数が a 個と等しいので，**ア**の $a=3b+2$ が数量の関係として正しい。

問４　円周角の定理より∠BAC$=\frac{1}{2}$∠BOC$=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$　O と A を結ぶと，△OAB は OA＝OB の二等辺三角形だから，∠OAB＝∠OBA$=40^\circ$　同様に，△OAC も OA＝OC の二等辺三角形だから，∠OCA＝∠OAC＝∠BAC－∠OAB$=60^\circ-40^\circ=20^\circ$

問５　$\sqrt{25}<\sqrt{a}<\sqrt{36}$だから，$25<a<36$

これを満たす自然数 a は 26，27，28，29，30，31，32，33，34，35 の 10 個。

問６　560 を素因数分解すると，$2^4\times5\times7$

これが 1 から 9 までの異なる 4 つの自然数の積になるように変形すると，$2\times2^3\times5\times7$

よって，4 つの数は，2，5，7，8

問７　(少なくとも 1 個は 5 以上の目が出る確率)＝1－(2 個とも 5 より小さい目が出る確率)　である。

また，2 個のさいころを投げるとき，目の出方は 6×6＝36(通り)

2 個のさいころの目をそれぞれ a，b とする。2 個とも 5 より小さい目となるのは，

(a，b)＝(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，1)，(2，2)，(2，3)，(2，4)，(3，1)，(3，2)，(3，3)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(4，4)の 16 通り。

よって，2 個とも 5 より小さい目が出る確率は，$\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$だから，

少なくとも 1 個は 5 以上の目が出る確率は，$1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$

問８　組み立てたときに「**な**」の下側の辺と「**ら**」の上側の辺が重なるものをさがす。

問９　A を通る直線 m の垂線を作図し，できた 90°の角の二等分線をひいて，ℓとの交点を P とする。

数-18-公-奈良-KS-02

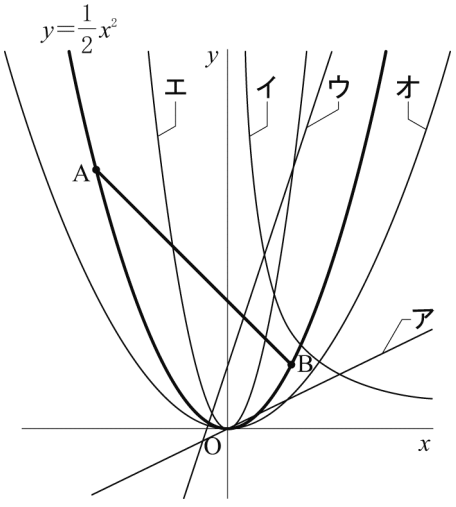
2　**問１**　グラフより，y の最小値は，$x=0$ のときで $y=0$

最大値は，$x=-4$ のときで $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

よって，y の変域は $0\leqq y\leqq8$

問２　右の図のように，**ア**～**オ**の関数のグラフをかいて考えるとよい。

グラフが線分 AB と交わるのは**ウ**，**エ**



問３　A(−4，8)，B(2，2)，C(0，8)，D(−2，2)より，

AC＝0−(−4)＝4，DB＝2−(−2)＝4

よって，四角形 ADBC は，AC // DB，AC＝DB より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから平行四辺形である。

平行四辺形の面積を 2 等分する直線は，2 本の対角線の交点を通る。

また，対角線の交点は，対角線 AB の中点だから，これを M とすると，M の x 座標は，A の x 座標 −4 と B の x 座標 2 の真ん中の値になる。

2−(−4)＝6 だから，M の x 座標は−4 より$\frac{6}{2}$＝3 だけ大きく，−4＋3＝−1

同様に M の y 座標は，A の y 座標 8 と B の y 座標 2 の真ん中の値になる。

8−2＝6 だから，M の y 座標は 8 より$\frac{6}{2}$＝3 だけ小さく，8−3＝5　よって，M(−1，5)

2 点 O，M を通る直線の式を $y=ax$ として，$x=-1$，$y=5$ を代入すると，$5=a\times(-1)$　$a=-5$

よって，$y=-5x$

問４　直線 AB の式を $y=cx+d$ とすると，$c=\frac{2-8}{2-(-4)}=-1$

点 B を通ることから，$y=-x+d$ に $x=2$，$y=2$ を代入して，$2=-2+d$　$d=4$　よって，$y=-x+4$

直線 AB と x 軸の交点を E とすると，E の x 座標は $0=-x+4$ より，$x=4$　よって，E(4，0)

また，A，B から x 軸に垂線 AF，BG をひくと，F(−4，0)，G(2，0)

△AOB を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は，

△AFE を 1 回転させてできる三角錐から，△OAF を 1 回転させてできる円錐，△OBG を 1 回転させてできる円錐，△EBG を 1 回転させてできる円錐を取り除いた立体になる。よって，その体積は，

$\frac{1}{3}\pi\times8^2\times\{4-(-4)\}-\frac{1}{3}\pi\times8^2\times\{0-(-4)\}-\frac{1}{3}\pi\times2^2\times(2-0)-\frac{1}{3}\pi\times2^2\times(4-2)$

$=\frac{512}{3}\pi-\frac{256}{3}\pi-\frac{8}{3}\pi-\frac{8}{3}\pi=80\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

数-18-公-奈良-KS-03

3　**問１**　ノートの罫線は，たがいに平行にひかれている。

問２　(1) ㋐　JD は AD の$\frac{1}{3}$の長さだから，$1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

㋑　J と K を結び，E と C を結ぶ。J と K，E と C はそれぞれ直線 GH について対称だから，JK⊥GH，EC⊥GH　よって，JK//EC

△JKD と△ECF で，平行線の同位角だから∠JKD＝∠ECF　また，∠JDK＝∠EFC＝90°

2 組の角がそれぞれ等しいから，△JKD∽△ECF　よって，JD：EF＝DK：FC

AD＝1 より，EF＝1，FC＝$\frac{1}{2}$　また，JD＝x だから，$x:1=\mathrm{DK}:\frac{1}{2}$　DK＝$\frac{x}{2}$

(2) (1)より IJ＝DK＝$\frac{x}{2}$だから，EJ＝EI−IJ＝$1-\frac{x}{2}$　また，AJ＝AD−JD＝$1-x$

△AEJ で，三平方の定理より，$\mathrm{AE}^2+\mathrm{AJ}^2=\mathrm{EJ}^2$　$\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2=\left(1-\frac{x}{2}\right)^2$

以下，この方程式の解が $x=\frac{1}{3}$であることを確かめる。

$\frac{1}{4}+1-2x+x^2=1-x+\frac{x^2}{4}$　両辺に 4 をかけて、$1+4-8x+4x^2=4-4x+x^2$　$3x^2-4x+1=0$

解の公式より，$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{4\pm2}{6}$　よって，$x=\frac{4+2}{6}=1$，$x=\frac{4-2}{6}=\frac{1}{3}$

$0<x<1$ より，$x=\frac{1}{3}$

4 **問１**　対頂角が等しいことや平行線の錯角が等しいことなどを利用して，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問２　AD // BC より，錯角が等しいから，∠DAC＝∠ACB　$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$に対する円周角だから，∠DAC＝∠DBC
よって，∠ACB＝∠DBC　すなわち，∠EBC＝∠ECB＝a°
△BEC は EB＝EC の二等辺三角形で，∠BEC＝$180^\circ - a^\circ \times 2 = 180^\circ - 2a^\circ$
また，△BEF は BE＝BF の二等辺三角形だから，∠BEF＝$(180^\circ - a^\circ) \div 2 = 90^\circ - \dfrac{a^\circ}{2}$
よって，∠CEF＝∠BEC－∠BEF＝$180^\circ - 2a^\circ - \left(90^\circ - \dfrac{a^\circ}{2}\right) = 90^\circ - \dfrac{3}{2}a^\circ$

問３　△ABC≡△DCB より，点 A，D から辺 BC に下ろした垂線をそれぞれ AH，DI とすると，
△ABH≡△DCI　BH＝CI より，BH＝(12－6)÷2＝3(cm)　△ABH と△ACH で，三平方の定理より，
$AH^2 = AB^2 - BH^2 = AB^2 - 9$　$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 11^2 - (12-3)^2 = 121 - 81 = 40$
よって，$AB^2 - 9 = 40$　$AB^2 = 49$　AB＞0 より，AB＝7(cm)

問４　△DEG は△BEF と相似な二等辺三角形だから，$\mathrm{DG} = \mathrm{DE} = \mathrm{AE} = \dfrac{11}{3}$cm
$\mathrm{AG} = \mathrm{AD} - \mathrm{DG} = 6 - \dfrac{11}{3} = \dfrac{7}{3}$(cm)
△AEG と△AED は，それぞれ AG，AD を底辺とみたときの高さが等しいから，
$\triangle \mathrm{AEG} : \triangle \mathrm{AED} = \mathrm{AG} : \mathrm{AD} = \dfrac{7}{3} : 6 = 7 : 18$
また，△AED と△ABE は，それぞれ ED，BE を底辺とみたときの高さが等しいから，
$\triangle \mathrm{AED} : \triangle \mathrm{ABE} = \mathrm{ED} : \mathrm{BE} = \mathrm{AD} : \mathrm{BC} = 6 : 12 = 1 : 2 = 18 : 36$
よって，△AEG：△ABE＝7：36 だから，△ABE の面積は△AEG の面積の$\dfrac{36}{7}$倍。