Ｒ３　奈良県　公立　数学　問題

数-21-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$-2-5$

(2)　$-3^2\times 9$

(3)　$8a^2b\div(-2ab)^2\times 6ab$

(4)　$(x+7)(x-4)-(x-4)^2$

問２　連立方程式 $\begin{cases}3x+4y=1\\2x-y=-3\end{cases}$ を解け。

問３　２次方程式 $x^2-3x+1=0$ を解け。

問４　$\sqrt{15}$の小数部分を a とするとき，a^2+6a の値を求めよ。

問５　右の表は，A 中学校と B 中学校の 3 年生全生徒を対象に，1 日当たりの睡眠時間を調査し，その結果を度数分布表にまとめたものである。この表から読み取ることができることがらとして適切なものを，次の**ア**～**エ**からすべて選び，その記号を書け。

階級(時間)	度数(人)	
	A 中学校	B 中学校
以上　未満		
4 ～ 5	1	7
5 ～ 6	5	5
6 ～ 7	7	25
7 ～ 8	12	31
8 ～ 9	4	3
9 ～ 10	1	2
計	30	73

ア　5 時間以上 6 時間未満の階級の相対度数は，A 中学校の方が大きい。

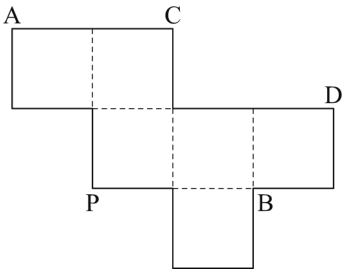
イ　睡眠時間が 8 時間以上の生徒の人数は，A 中学校の方が多い。

ウ　睡眠時間の最頻値（モード）は，B 中学校の方が大きい。

エ　B 中学校の半数以上の生徒が，7 時間未満の睡眠時間である。

問６　**図１**は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体において，頂点 P と頂点 A，B，C，D をそれぞれ結ぶ線分のうち，最も長いものはどれか。次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

図１



ア　線分 PA

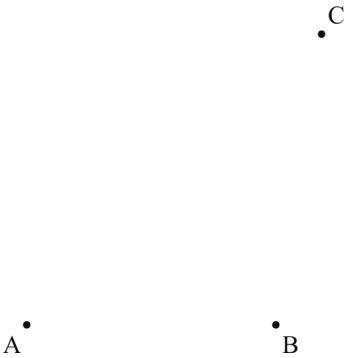
イ　線分 PB

ウ　線分 PC

エ　線分 PD

問７　**図２**のように，3 点 A，B，C がある。次の条件①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

図２



［条件］

①　点 P は，線分 BC 上にある。

②　∠BAP＝30°である。

問８　連続する 4 つの整数のうち，1 つの数を除いた 3 つの整数の和は 2021 である。(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　連続する 4 つの整数のうち，最も小さい数を a とするとき，最も大きい数を a を用いて表せ。

(2)　除いた数を求めよ。

2 花子さんと太郎さんは，ある博物館で入館料の割引キャンペーンが行われることを知り，それぞれ何人かのグループで訪れる計画を立てている。次の［　　］内は，博物館の入館料と，花子さんと太郎さんのそれぞれの計画をまとめたものである。各問いに答えよ。

【博物館の入館料】

◆ 通常料金

大人　500 円　　子ども（中学生以下）　200 円

◆ 特別割引（開館 10 周年記念）

・期日　7 月 17 日（土）～ 7 月 18 日（日）

・内容　大人 1 人につき，同伴している子ども 1 人の入館料が無料。

※入館する子どもには，記念品が必ずプレゼントされる。

◆ 月末割引

・期日　7 月 30 日（金）～ 7 月 31 日（土）

・内容　入館者全員，入館料 50 円引き。

【訪れる計画】

	訪れる日	グループの人数構成
花子	7 月 17 日（土）	大人 2 人，子ども 3 人
太郎	7 月 31 日（土）	大人 3 人，子ども 5 人

問 1　次の［　　］内は，グループの入館料の合計金額に関する花子さんと太郎さんの会話である。この会話を読んで，(1)～(3)の問いに答えよ。

花子：私のグループの場合，入館料の合計金額は［ あ ］円だね。

太郎：私のグループの場合，月末割引の日に訪れる予定だから，特別割引の日に訪れるよりも入館料の合計金額は［ い ］円高くなるよ。

花子：私のグループが月末割引の日に訪れるとしても，入館料の合計金額は，特別割引の日に訪れるより高くなるよ。

太郎：特別割引の日より，月末割引の日に訪れる方が，グループの入館料の合計金額が安くなることはあるのかな。

花子：大人 x 人，子ども y 人のグループで訪れるとして，入館料の合計金額を式に表して考えてみようよ。

(1) ［ あ ］，［ い ］に当てはまる数を書け。

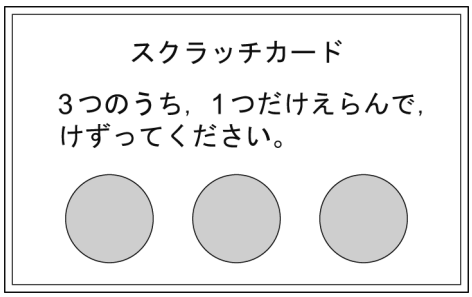
(2) 2 人は，特別割引について考えている中で，x と y の大小関係により，グループの入館料の合計金額を表す式が異なることに気づいた。$x<y$ であるとき，特別割引の日に訪れる場合のグループの入館料の合計金額を x，y を用いて表せ。

(3) 2 人は，グループの入館料の合計金額について，次の［　　］内のようにまとめた。［㋒］に当てはまる数を書け。また，（ X ），（ Y ）に当てはまる語句の組み合わせを，後の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

> 大人の人数より子どもの人数の方が多い場合，2 種類の割引でグループの入館料の合計金額が等しくなるのは，子どもの人数が大人の人数の［㋒］倍のときである。このときより，大人の人数が 1 人（ X ）か，子どもの人数が 1 人（ Y ）と，特別割引の日より，月末割引の日に訪れる方が，グループの入館料の合計金額が安くなる。

ア　X　増える　　Y　増える　　**イ**　X　増える　　Y　減る
ウ　X　減る　　Y　増える　　**エ**　X　減る　　Y　減る

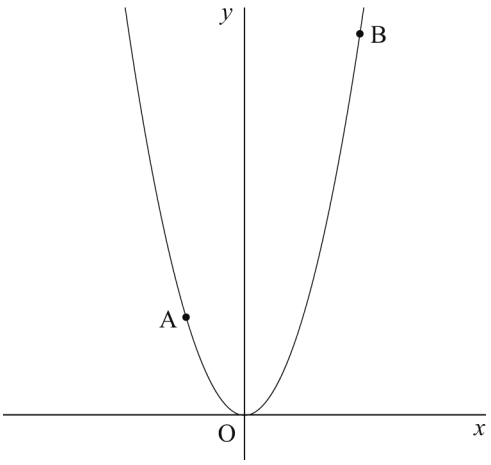
問２　特別割引の日に入館する子どもには，スクラッチカードが配られ，記念品として「クリアファイル」か「ポストカード」のいずれかが必ずプレゼントされる。次の［　　］内は，スクラッチカードとその説明である。花子さんのグループの子ども 3 人のうち，少なくとも 1 人は「クリアファイル」がプレゼントされる確率を求めよ。



3 つの ○ には，A の記号が 1 つ，B の記号が 2 つ隠されています。 ○ を 1 つだけ削り，A が出れば「クリアファイル」，B が出れば「ポストカード」がプレゼントされます。ただし，記号の並び方はカードごとにばらばらです。

数-21-公-奈良-問-03

3　右の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に，2 点 A，B があり，その x 座標はそれぞれ -1，2 である。原点を O として，各問いに答えよ。



問１　a の値が大きくなると，次の(1)，(2)はどのように変化するか。正しいものを，それぞれ**ア**～**ウ**から 1 つずつ選び，その記号を書け。

(1) グラフの開き方
ア　大きくなる　**イ**　小さくなる　**ウ**　変わらない

(2) 線分 AB の長さ
ア　長くなる　　**イ**　短くなる　　**ウ**　変わらない

問２　x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 2$ となる。このときの a の値を求めよ。

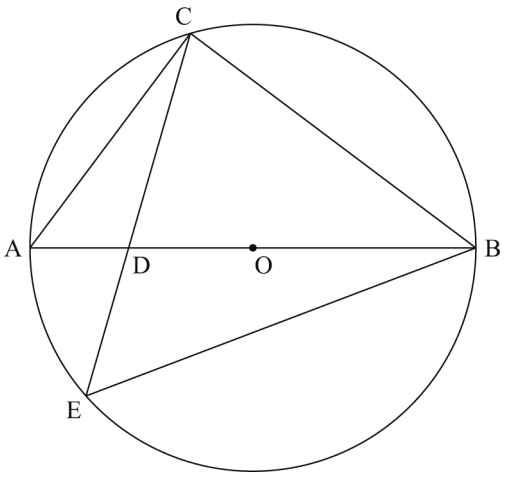
問３　$a=2$ のとき，(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) 線分 OA 上に点 C をとり，直線 BC と y 軸との交点を D とする。また，直線 AB と y 軸との交点を E とする。△BED の面積と△ODC の面積が等しくなるとき，点 C の x 座標を求めよ。

数-21-公-奈良-問-04

4　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に点 C があり，AB＝5 cm，AC＝3 cm である。線分 AB 上に点 D をとり，直線 CD と円 O との交点のうち点 C 以外の点を E とする。ただし，点 D は，点 A，B と一致しないものとする。各問いに答えよ。



問１　△ACD∽△EBD を証明せよ。

問２　∠BAC＝a° とする。BC＝CE のとき，∠OCD の大きさを a を用いて表せ。

問３　∠AOE＝60° のとき，線分 DE の長さは線分 AD の長さの何倍か。

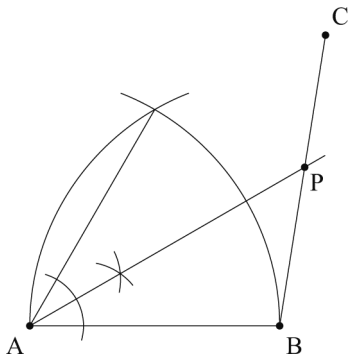
問４　AC＝CD のとき，△OEB の面積を求めよ。

Ｒ３　奈良県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-奈良-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６				
		問７	〔作図〕 C A　　B			
		問８	(1)			
			(2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-奈良-KY-02	2	問１	(1)	㋐		
				㋑		
			(2)	(円)		
			(3)	㋒		
				記号		
		問２				
数-21-公-奈良-KY-03	3	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)			
数-21-公-奈良-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２				
		問３	倍			
		問４	cm^2			

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-奈良-木-01	1	問１	(1)	-7	1	
			(2)	-81	1	
			(3)	$12a$	1	
			(4)	$11x-44$	1	
		問２	$x=-1,\ y=1$		2	
		問３	$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$		2	
		問４	6		2	
		問５	ア，エ		2	
		問６	ウ		2	
		問７	〔作図〕 (例)  		3	
		問８	(1)	$a+3$	1	
			(2)	673	2	

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-奈良-K-02	2	問1	(1)	㋐ 1200	1	
				㋑ 200	1	
			(2)	$300x+200y$ (円)	2	
			(3)	㋒ 3	2	
				記号 **ウ**	2	
		問2	$\frac{19}{27}$		2	
数-21-公-奈良-K-03	3	問1	(1)	**イ**	1	
			(2)	**ア**	1	
		問2	$\frac{1}{2}$		2	
		問3	(1)	$y=2x+4$	2	
			(2)	$-\frac{2}{3}$	3	
数-21-公-奈良-K-04	4	問1	〔証明〕 (例) △ACD と△EBD において 1つの弧に対する円周角は等しいから ∠ACD＝∠EBD ……① 対頂角は等しいから ∠ADC＝∠EDB ……② ①，②より 2組の角がそれぞれ等しいから △ACD∽△EBD		3	
		問2	$90^\circ-a^\circ$		2	
		問3	$\frac{5\sqrt{3}}{6}$ 倍		3	
		問4	$\frac{42}{25}$ cm^2		3	

数-21-公-奈良-KS-01

1　【小問集合】

問１　(4)　$x-4=A$ とおくと，$(x+7)(x-4)-(x-4)^2=(x+7)A+A^2=A(x+7-A)$

A をもとに戻すと，

$A(x+7-A)=(x-4)\{x+7-(x-4)\}=(x-4)(x+7-x+4)=(x-4)\times 11=11x-44$

問４　$3=\sqrt{9}$，$4=\sqrt{16}$より，$\sqrt{15}$の整数部分は 3 だから，$a=\sqrt{15}-3$

a^2+6a を因数分解してから $a=\sqrt{15}-3$ を代入すると，

$a^2+6a=a(a+6)=(\sqrt{15}-3)\{(\sqrt{15}-3)+6\}=(\sqrt{15}-3)(\sqrt{15}+3)=(\sqrt{15})^2-3^2=15-9=6$

問５　ア　5 時間以上 6 時間未満の階級の相対度数を求める式は，A 中学校は$\frac{5}{30}$，B 中学校は$\frac{5}{73}$

値を計算して比べてもよいが，分子が同じとき，分母が小さいほど値は大きいから，

30＜73 より，A 中学校の方が，相対度数が大きいといえる。

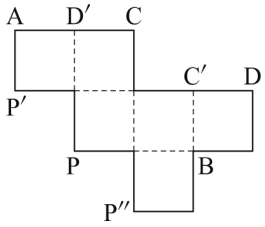
イ　8 時間以上 9 時間未満，9 時間以上 10 時間未満の 2 つの階級の度数の和は，A 中学校は 4＋1＝5(人)，B 中学校は 3＋2＝5(人)だから，A 中学校と B 中学校で同じである。

ウ　度数が最も大きい階級は，A 中学校も B 中学校も 7 時間以上 8 時間未満の階級だから，最頻値は同じである。

エ　B 中学校の 6 時間以上 7 時間未満の階級までの累積度数は，7＋5＋25＝37(人)

生徒数の半分は 73÷2＝36.5 だから，半数以上の生徒が 7 時間未満の睡眠時間であるといえる。

問６　右の図のように，展開図を組み立てたときに点 P と重なる 2 点を P'，P"，点 C と重なる点を C'，点 D と重なる点を D'とし，立方体の 1 辺の長さを 1cm として考える。



ア　P'A は面の正方形の 1 辺となるから，PA＝P'A＝1cm

イ　P"B は面の正方形の対角線となるから，PB＝P"B＝$\sqrt{2}$cm

ウ　点 P，P'，P"と点 C，C'はどの組み合わせでも同じ面の正方形の頂点にならないことから，PC は立方体の対角線となるとわかる。

よって，PC＝$\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$cm

エ　P'D'は正方形の対角線となるから，PD＝P'D'＝$\sqrt{2}$cm

以上より，最も長い線分は，線分 PC である。

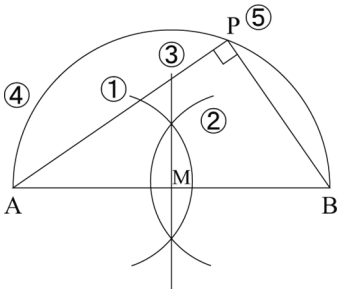
問７　まず，BA を 1 辺とする正三角形を作図して 60°の∠A をつくる。この∠A の二等分線と線分 BC の交点を P とすればよい。

ポイント》【具体的な角度を作図するには】

作図角度は，90°，60°の足し算・引き算や，その 2 倍，$\frac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



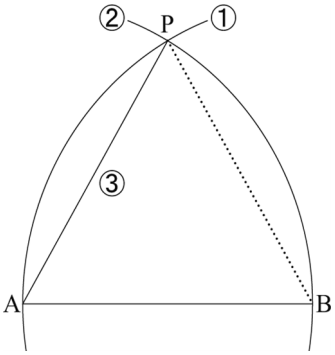
①～③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。

④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。

⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。

60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。

③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。

これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°がかける。

問８　(2) 連続する 4 つの整数を a，$a+1$，$a+2$，$a+3$ とすると，

a を除いた 3 つの整数の和は，$(a+1)+(a+2)+(a+3)=3a+6=3(a+2)$

$a+1$ を除いた 3 つの整数の和は，$a+(a+2)+(a+3)=3a+5=3(a+1)+2$

$a+2$ を除いた 3 つの整数の和は，$a+(a+1)+(a+3)=3a+4=3(a+1)+1$

$a+3$ を除いた 3 つの整数の和は，$a+(a+1)+(a+2)=3a+3=3(a+1)$

$2021=3\times673+2$ と表すことができるから，2021 は $a+1$ を除いた 3 つの整数の和であるとわかる。

このとき，$3\times673+2=3(a+1)+2$ だから，$a+1=673$

ポイント》【余りによる整数の分類】

○の倍数を，整数 n を用いて表すと，$○\times n$ となる。

このことから，○で割ると□余る数は，○の倍数＋□となるので，$○\times n+□$ と表すことができる。

例　3 の倍数を，整数 n を用いて表すと，$3n$ であり，3 で割ると 2 余る数は，$3n+2$ と表せる。

数-21-公-奈良-KS-02

2　【連立方程式の利用・確率】

問１　(2) $x<y$ のとき，特別割引では，子ども y 人のうち，x 人の入館料が無料になるから，

$500x+200(y-x)=500x+200y-200x=300x+200y$(円)

(3) 月末割引では，入館者全員の入館料が 50 円引きになるから，入館料の合計金額は，
$450x+150y$(円)
(2)より，特別割引での入館料の合計金額は$(300x+200y)$円だから，2 種類の割引で入館料の合計金額が等しくなるとき，$450x+150y=300x+200y$ より，$y=3x$ が成り立つ。したがって，入館料の合計金額が等しくなるのは，子どもの人数が大人の人数の 3 倍のときである。
入館料の合計金額の式から，1 人あたりの入館料は，特別割引では大人 300 円，子ども 200 円，月末割引では大人 450 円，子ども 150 円となる。よって，大人 1 人あたりの入館料は特別割引の方が安いから，月末割引の方が，合計金額が安くなるのは，大人が減ったときである。また，子ども 1 人あたりの入館料は月末割引の方が安いから，月末割引の方が，合計金額が安くなるのは，子どもが増えたときである。

問２　3 人のうち少なくとも 1 人は「クリアファイル」がプレゼントされる確率は，少なくとも 1 人は A が出る確率である。この確率は，1−(3 人とも B が出る確率)で求められる。
スクラッチカードの削り方は，3×3×3=27(通り)
3 つの●のうち B が出るのは 2 つだから，3 人とも B が出る削り方は，2×2×2=8(通り)
よって，3 人とも B が出る確率は$\frac{8}{27}$より，求める確率は，$1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$

数-21-公-奈良-KS-03

3　【$y=ax^2$ のグラフ】

問１　(2) 2 点 A，B の x 座標は決まっているから，その差は変わらない。よって，線分 AB の長さは y 座標の差が大きくなれば長くなり，小さくなれば短くなる。2 点 A，B は $y=ax^2$ 上の点だから，それぞれの点の y 座標は，a，$4a$ で，その差は $3a$ である。a が大きくなれば $3a$ も大きくなるので，線分 AB の長さは長くなる。

問３　(1) $a=2$ より，点 A，B の座標は，A(−1，2)，B(2，8)となる。
よって，直線 AB の式を $y=ax+b$ とおくと，$2=-a+b$…㋐　$8=2a+b$…㋑
㋐，㋑を連立方程式として解くと，$a=2$，$b=4$　　よって，$y=2x+4$

(2) 直線 OA は原点と A(−1，2)を通るから，OA の式は，$y=\frac{2}{-1}x=-2x$
よって，点 C の x 座標を c とおくと，点 C は線分 OA 上にあるから，
c の値の範囲は，$-1\leqq c\leqq 0$　　点 C の座標は，C(c，$-2c$)
また，点 D の y 座標を d とおくと，点 D の座標は，D(0，d)
△BED は，線分 ED を底辺とすると，点 B の x 座標の絶対値が高さとなるから，
$\frac{1}{2}\times(4-d)\times 2=4-d$
△ODC は，線分 OD を底辺とすると，点 C の x 座標の絶対値が高さとなり，$c\leqq 0$ だから，
$\frac{1}{2}\times d\times(-c)=-\frac{1}{2}dc$
△BED の面積と△ODC の面積は等しいから，$4-d=-\frac{1}{2}dc$…㋒
直線 BC の式を $y=mx+n$ とおくと，B(2，8)，D(0，d)を通るから，$m=\frac{8-d}{2-0}=\frac{8-d}{2}$
直線 BC の切片は D の y 座標となるから，$n=d$　　よって，$y=\frac{8-d}{2}x+d$
C(c，$-2c$)は直線 BC 上の点だから，$-2c=\frac{8-d}{2}c+d$　　$-4c=8c-dc+2d$　　$dc=12c+2d$…㋓
㋒，㋓より，$4-d=-\frac{1}{2}(12c+2d)$　　$4-d=-6c-d$　　$-6c=4$　　よって，$c=-\frac{2}{3}$

ポイント》【直線の式の求め方】
① $y=ax+b$ とおく。
② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

4 【平面図形】

問２　線分 OA，OC は円 O の半径だから，△ACO は OA＝OC の二等辺三角形なので，∠OCA＝∠BAC＝a°

また，同じ弧に対する円周角だから，∠CEB＝∠BAC＝a°

BC＝CE より△BCE は二等辺三角形だから，

∠CBE＝∠CEB＝a°

よって，△BCE で，三角形の内角の和は 180° だから，

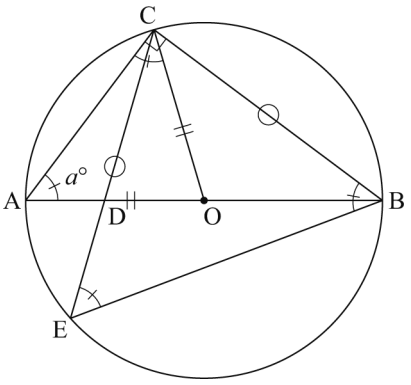
∠ECB＝180°－(∠CBE＋∠CEB)＝180°－2a°

線分 AB は円 O の直径だから，∠ACB＝90° より，

∠DCA＝∠ACB－∠ECB＝90°－（180°－2a°）＝2a°－90°

以上より，∠OCD＝∠OCA－∠DCA＝a°－(2a°－90°)

＝90°－a°



問３　線分 OB，OE は円の半径だから，AB＝5cm より，

$OB=OE=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$cm

円の中心 O から線分 BE に垂線 OM をひくと，EM＝BM

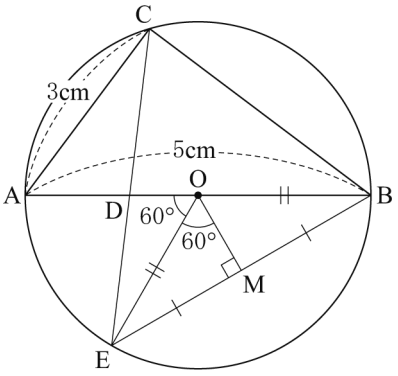
線分 OM は共通だから，△OMB≡△OME

∠AOE＝60° より，∠EOM＝(180°－60°)÷2＝60°

よって，△OME で，OM：OE：EM＝1：2：$\sqrt{3}$だから，

$EM=\frac{\sqrt{3}}{2}OE=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$(cm)，$BE=2EM=2\times\frac{5\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{5\sqrt{3}}{2}$(cm)



問１より，△ACD∽△EBD だから，AD：ED＝AC：EB＝3：$\frac{5\sqrt{3}}{2}$＝6：5$\sqrt{3}$

よって，$\frac{DE}{AD}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$

問４　点 C から線分 AB に垂線 CH をひくと，

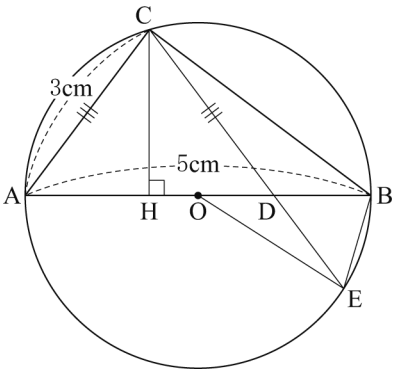
∠ACB＝∠AHC＝90°，∠A は共通だから，△ACB∽△AHC

AB＝5cm，AC＝3cm より，AC：AH＝AB：AC＝5：3 だから，$AH=3\times AC\div 5=3\times 3\div 5=\frac{9}{5}$(cm)

AC＝CD より，△ACD は二等辺三角形だから，

$AD=2AH=2\times\frac{9}{5}=\frac{18}{5}$(cm)

よって，$BD=AB-AD=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$(cm)



△OEB と△EBD は，線分 OB，BD を底辺とすると高さが共通だから，面積の比は，△OEB：△EBD＝OB：BD＝$\frac{5}{2}$：$\frac{7}{5}$＝25：14 より，$\triangle OEB=\frac{25}{14}\triangle EBD$

問１より，△ACD∽△EBD だから，面積の比は，

△ACD：△EBD＝CD^2：BD^2＝3^2：$\left(\frac{7}{5}\right)^2$＝(9×25)：49＝225：49 より，$\triangle EBD=\frac{49}{225}\triangle ACD$

よって，$\triangle OEB=\frac{25}{14}\times\frac{49}{225}\triangle ACD$

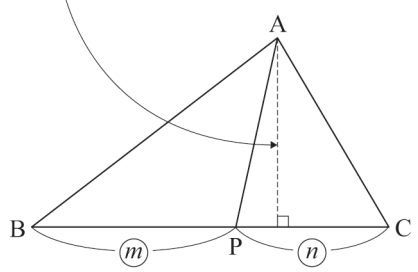
△AHC は辺の長さの比が 3：4：5 の直角三角形だから，$CH=AC\times 4\div 5=\frac{12}{5}$(cm)

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times AD\times CH=\frac{1}{2}\times\frac{18}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{108}{25}$(cm^2)

したがって，△OEB の面積は，$\frac{25}{14}\times\frac{49}{225}\times\frac{108}{25}=\frac{42}{25}$(cm^2)

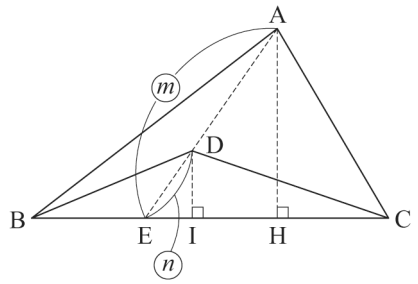
ポイント≫面積比は３パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

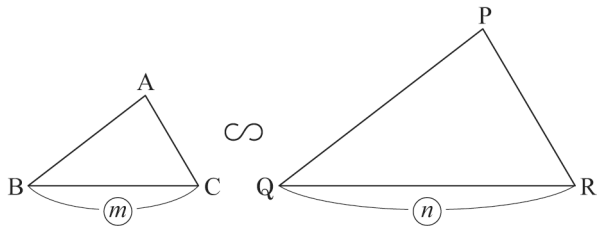
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗＝面積比



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2