Ｒ４　奈良県　公立　数学　問題

数-22-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$3-7$

(2)　$4(x+2)+2(x-3)$

(3)　$12x^2y \div 4x^2 \times 3xy$

(4)　$(x+2)(x+8)-(x+4)(x-4)$

問２　２次方程式 $x^2-6x+2=0$ を解け。

問３　$x=\sqrt{2}+3$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めよ。

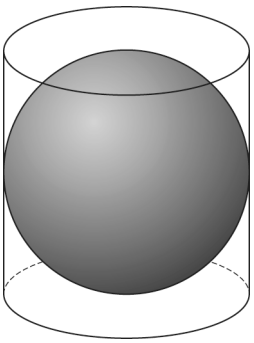
問４　y は x の２乗に比例し，$x=2$ のとき $y=-8$ である。y を x の式で表せ。

問５　右の表は，ある学級の生徒 40 人の通学時間を度数分布表に整理したものである。中央値（メジアン）が含まれる階級の相対度数を求めよ。

階級(分)	度数(人)
以上　未満	
5 ～ 10	2
10 ～ 15	5
15 ～ 20	10
20 ～ 25	6
25 ～ 30	8
30 ～ 35	6
35 ～ 40	2
40 ～ 45	1
計	40

問６　**図１**のように，底面の直径と高さが等しい円柱の中に，直径が円柱の高さと等しい球が入っている。このとき，球の体積は円柱の体積の何倍か。

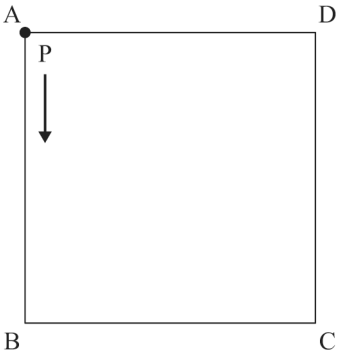
図１



問７　**図２**のような正方形 ABCD があり，点 P が頂点 A の位置にある。2 つのさいころを同時に 1 回投げて，出た目の数の和と同じ数だけ，点 P は頂点 B，C，D，A，B，…の順に各頂点を反時計回りに 1 つずつ移動する。例えば，2 つのさいころの出た目の数の和が 5 のとき，点 P は頂点 B の位置に移動する。

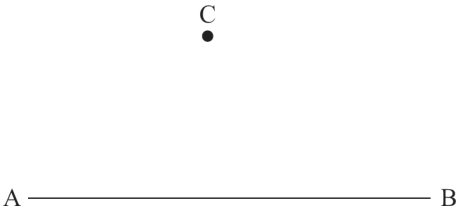
2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき，点 P が頂点 D の位置に移動する確率を求めよ。

図２



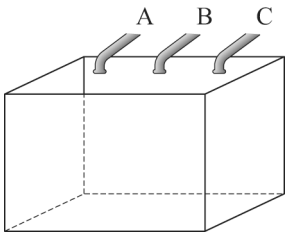
問８　**図３**のように線分 AB と点 C がある。線分 AB 上にあり，∠APC＝45° となる点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

図３



2 図１のように，深さ 50 cm の直方体の容器と給水管 A，B，C がある。この容器が空の状態から，給水管を使って 6 分間水を入れる。この容器では，給水管 A，B，C を使うと，それぞれ毎分 12 cm，毎分 6 cm，毎分 2 cm の割合で水面が高くなる。ただし，給水管は同時に複数使わないものとする。各問いに答えよ。

図１



問１　給水管を A，B の順に使って水を入れる。次の［　　］内は，水を入れ始めてから 6 分後に容器の底から水面までの高さが 50 cm になる場合の給水管 A，B の使用時間の求め方について，太郎さんと花子さんがそれぞれ考えたものである。(1)，(2)の問いに答えよ。

【太郎さんの考え】

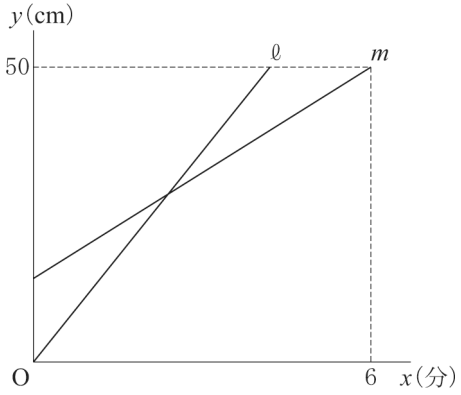
給水管 A の使用時間を a 分，給水管 B の使用時間を b 分とすると，給水管の使用時間の関係と，容器の底から水面までの高さの関係から，右のような連立方程式をつくれば求められる。

$$\begin{cases} a+b=6 \\ \boxed{\text{あ}}=50 \end{cases}$$

【花子さんの考え】

水を入れ始めてから x 分後の容器の底から水面までの高さを y cm とすると，x と y の関係をグラフで表すことができる。給水管を A，B の順に使って水を入れ，水を入れ始めてから 6 分後に容器の底から水面までの高さが 50 cm になる場合は，**図２**のように，容器が空の状態から，給水管 A を使って水を入れることを表す直線ℓと，給水管 B を使って，水を入れ始めてから 6 分後に容器の底から水面までの高さが 50 cm になることを表す直線 m をかいて考えれば求められる。**図２**で，2 直線ℓ，m の傾きは，［　い　］を表している。2 直線ℓ，m の交点は，給水管を A から B に変更するときを表し，その x 座標は，［　う　］を示している。

図２



(1)　［　あ　］に当てはまる式を書け。

(2)　［　い　］，［　う　］に当てはまる語句の組み合わせを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

ア	い	水面が 1 cm 高くなるのにかかる時間	う	給水管 A の使用時間
イ	い	水面が 1 cm 高くなるのにかかる時間	う	給水管 B の使用時間
ウ	い	1 分あたりに高くなる水面の高さ	う	給水管 A の使用時間
エ	い	1 分あたりに高くなる水面の高さ	う	給水管 B の使用時間

問２　給水管をA，Bの順，またはA，Cの順に使って水を入れる。次の［　　］内は，水を入れ始めてから6分後に容器の底から水面までの高さが45 cmになる場合について，**図２**をもとに考えた太郎さんと花子さんの会話である。(1)，(2)の問いに答えよ。

太郎：容器の底から水面までの高さを50 cmから45 cmに変更して水を入れる場合，グラフを使って考えると，どうすればいいのかな。

花子：給水管をA，Bの順に使って水を入れ，水を入れ始めてから6分後に容器の底から水面までの高さが45 cmになることを考えるには，**図２**に，㋮直線を1本かき加えるといいよ。

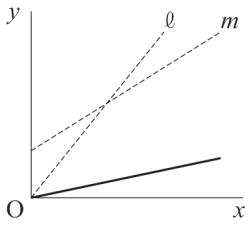
太郎：直線を1本かき加えることで，視覚的に考えることができるね。次に，給水管をA，Cの順に使って水を入れた場合，グラフを使って考えると，どうすればいいのかな。

花子：給水管をA，Bの順に使う場合で考えたときと同じように，給水管をA，Cの順に使って水を入れ，水を入れ始めてから6分後に容器の底から水面までの高さが45 cmになることを考えるには，**図２**に，㋲直線を1本かき加えるといいよ。

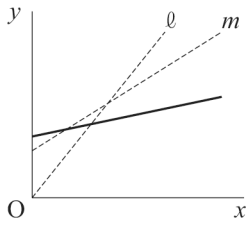
(1)　下線部㋮はどのような直線か。「直線 m」の語を用いて簡潔に説明せよ。

(2)　次の**ア**～**エ**の中に，下線部㋲を適切に表しているグラフが1つある。そのグラフを，**ア**～**エ**から1つ選び，その記号を書け。なお，‥‥‥ 線は，**図２**の直線ℓ，mを示している。

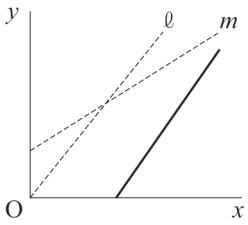
ア



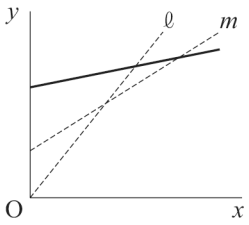
イ



ウ

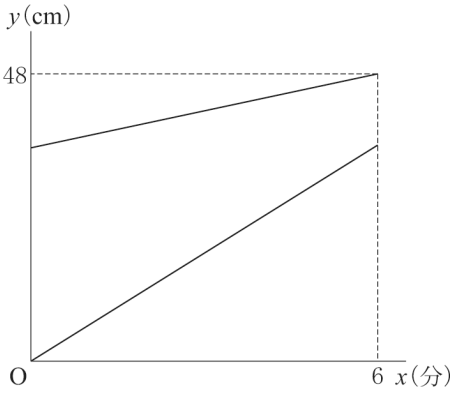


エ



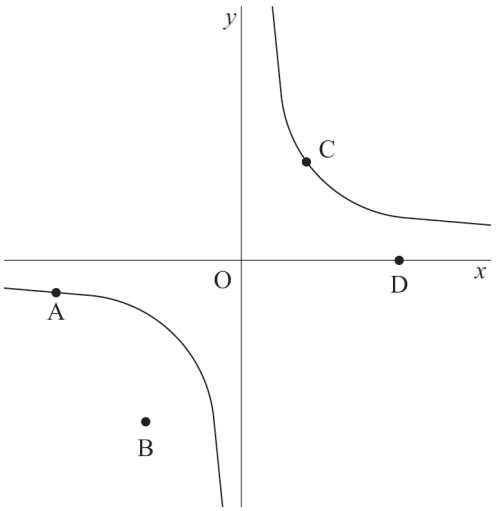
問３　**図３**は，給水管をB，Cの順に使って水を入れ，水を入れ始めてから6分後に容器の底から水面までの高さが48 cmになる場合を考えるために，**図２**を参考に作成した図である。**図３**から，給水管BとCだけを使って水を入れるときは，6分後に水面の高さが48 cmにはならないことがわかる。そこで，給水管Aを加えて，給水管をB，A，Cの順に使って水を入れる。水を入れ始めてから1分後に，給水管をBからAに変更し，その後，AからCに変更することにした。給水管をAからCに変更するのは，給水管Bを使って水を入れ始めてから何分何秒後か。

図３



数-22-公-奈良-問-03

3 右の図で，曲線は関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフである。2 点 A，B の座標はそれぞれ（−6，−1），（−3，−5）である。点 C は曲線上を動く点であり，点 D は x 軸上を動く点である。2 点 C，D の x 座標はどちらも正の数である。原点を O として，各問いに答えよ。



問１　点 C の x 座標が 1 であるとき，点 C の y 座標を求めよ。

問２　2 点 C，D が，OC＝CD を保ちながら動くとき，点 C の x 座標が大きくなるにつれて，△OCD の面積の値はどのようになるか。次の**ア**～**オ**のうち，正しいものを 1 つ選び，その記号を書け。

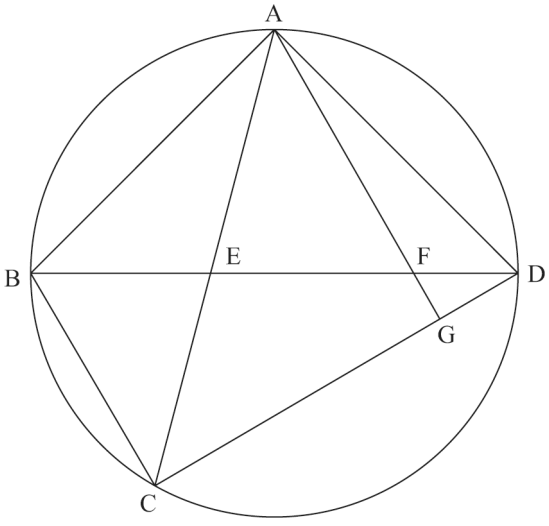
ア　大きくなる。　**イ**　大きくなってから小さくなる。
ウ　小さくなる。　**エ**　小さくなってから大きくなる。
オ　一定である。

問３　△OAB の面積と△OBD の面積が等しくなるように点 D をとるとき，点 D の x 座標を求めよ。

問４　四角形 ABDC が平行四辺形になるように 2 点 C，D をとるとき，2 点 B，D を通る直線の式を求めよ。

数-22-公-奈良-問-04

4 右の図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D があり，AB＝AD である。線分 AC と線分 BD との交点を E とする。また，点 A を通り線分 BC と平行な直線と，線分 BD，線分 CD との交点をそれぞれ F，G とする。各問いに答えよ。



問１　∠ABD＝a° とするとき，∠BCD の大きさを a を用いて表せ。

問２　△AEF∽△CEB を証明せよ。

問３　AB＝6 cm，BC＝4 cm，AC＝8 cm のとき，(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) △ABE の面積は△BCE の面積の何倍か。

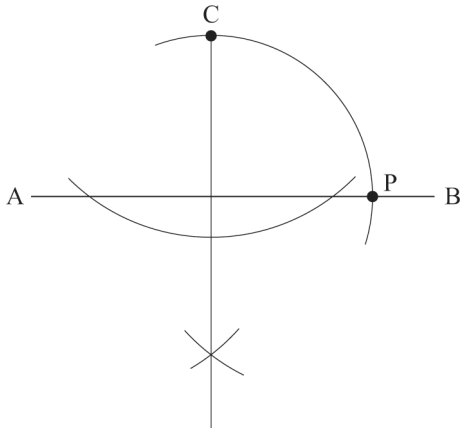
(2) 線分 AG の長さを求めよ。

Ｒ４　奈良県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数−22−公−奈良−KY−01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６		倍		
		問７				
		問８	〔作図〕 C A ——— B			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-奈良-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)			
		問３	分　　秒後			
数-22-公-奈良-KY-03	3	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
数-22-公-奈良-KY-04	4	問１				
		問２	〔証明〕			
		問３	(1)	倍		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-奈良-大-01	1	問１	(1)	-4	1	
			(2)	$6x+2$	1	
			(3)	$9xy^2$	1	
			(4)	$10x+32$	1	
		問２	$x=3\pm\sqrt{7}$		2	
		問３	2		2	
		問４	$y=-2x^2$		2	
		問５	0.15		2	
		問６	$\frac{2}{3}$ 倍		2	
		問７	$\frac{5}{18}$		2	
		問８	〔作図〕 (例)  		3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-奈良-K-02	2	問１	(1)	$12a+6b$	2	
			(2)	**ウ**	1	
		問２	(1)	直線 m を y 軸の負の方向に 5 だけ平行移動した直線。	2	
			(2)	**エ**	2	
		問３	4　分　12　秒後		3	
数-22-公-奈良-K-03	3	問１	6		2	
		問２	**オ**		2	
		問３	$\frac{27}{5}$		3	
		問４	$y=\frac{2}{3}x-3$		3	
数-22-公-奈良-K-04	4	問１	$2a^\circ$		2	
		問２	〔証明〕 (例) △AEF と△CEB において 平行線の錯角は等しいから，AG // BC より ∠EAF＝∠ECB　……① 対頂角は等しいから ∠AEF＝∠CEB　……② ①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいから △AEF∽△CEB		3	
		問３	(1)	$\frac{9}{7}$ 倍	3	
			(2)	$\frac{64}{11}$ cm	3	

数-22-公-奈良-KS-01

1　【小問集合】

問３　$x^2-6x+9=(x-3)^2=\{(\sqrt{2}+3)-3\}^2=(\sqrt{2})^2=2$

問４　y は x の 2 乗に比例するから，関数の式は，$y=ax^2$ とおける。$x=2$ のとき $y=-8$ であるから，
$-8=a\times 2^2$　⇒　$a=-2$　よって，関数の式は，$y=-2x^2$

問５　度数が 40 人のときの中央値は，データを小さい順に並べたときの 20 番目と 21 番目の平均値である。通学時間が 5 分以上 20 分未満の生徒は，2＋5＋10＝17(人)，5 分以上 25 分未満の生徒は，17＋6＝23(人)であることから，中央値は，20 分以上 25 分未満の階級に含まれる。よって，その階級の度数は 6 人であるから，相対度数は，$\frac{6}{40}=0.15$

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問６　円柱の底面の直径と高さ，球の直径はすべて等しいことから，その長さを $2r$ とすると，球の体積は，$\frac{4}{3}\pi r^3$，円柱の体積は，$\pi r^2\times 2r=2\pi r^3$ である。よって，球の体積は円柱の体積の，

$\frac{4}{3}\pi r^3\div 2\pi r^3=\frac{2}{3}$(倍)

問７　2 つのさいころの目の出方は，**図１**のような表で表される。
点 P が頂点 D に位置に移動するのは，2 つのさいころの出た目の数の和が，3，7，11 のときであるから，**図１**の色をつけたマスの場合である。よって，求める確率は，$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

図１

＼	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

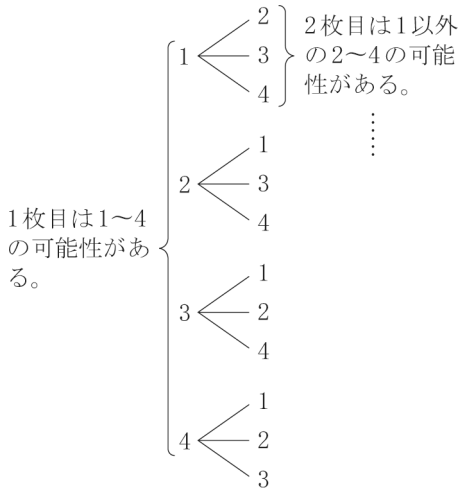
ポイント》確率の求め方

①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

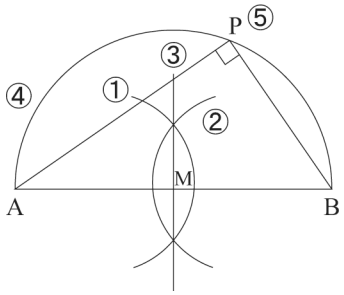


問８

ポイント》具体的な角度を作図するには

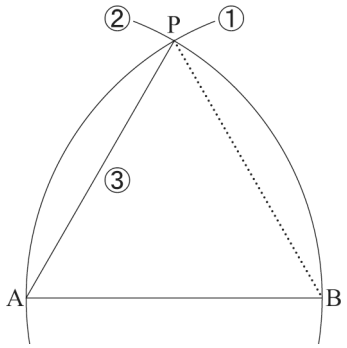
作図でかくことができる角度は，90°，60°の足し算・引き算や 2 倍，$\frac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。
90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



①〜③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。
④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。
⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。
60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。
③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。
これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°がかける。

数-22-公-奈良-KS-02

2 【関数の利用】

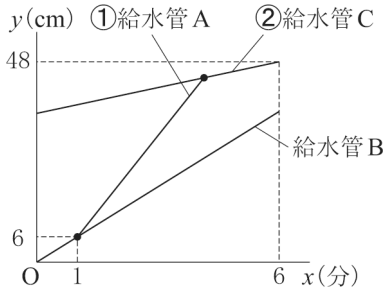
問１ (2) 直線の傾きは，変化の割合に等しい。変化の割合は，x の増加量に対する y の増加量の割合，すなわち，水を入れた時間に対する水面の高さの割合である。よって，傾きは，1 分あたりに高くなる水面の高さを表している。また，2 直線ℓと m の交点は，給水管を A から B に変更するときを表すから，そのときまで給水管 A を使用していたことになる。よって，2 直線ℓと m の交点の x 座標は，給水管 A の使用時間を示している。

問２ (1) 給水管 B を使って，水を入れ始めてから 6 分後に水面の高さが 45cm になることを表すグラフは，直線 m と平行で，点(6，45)を通るグラフである。

(2) 給水管 C を使って水を入れることを表す直線は，直線ℓ，m よりも傾きが小さい(ただし，右上がり)。よって，**ウ**は誤り。また，給水管 C を使って，水を入れ始めてから 6 分後に水面の高さが 45cm になるようにするには，直線が点(6，45)を通ればよい。よって，正しいグラフは，**エ**である。

問３ 給水管 B で水を入れ始めてから 1 分後に，給水管 A を使って水を入れることを表す直線①をかき加えると，**図１**のようになる。この直線①と，給水管 C を使って水を入れることを表す直線②との交点の x 座標を考えればよい。

図１



まず，給水管 B で 1 分間水を入れると，水面の高さは 6cm になることから，直線①は点(1，6)を通り，傾きが 12 である直線である。

よって，式を $y=12x+c$ とおき，$(x,\ y)=(1,\ 6)$を代入すると，

$6=12\times1+c \quad \Rightarrow \quad c=-6$

ゆえに，直線①の式は，$y=12x-6$

次に，直線②は点(6，48)を通り，傾きが 2 である直線である。よって，式を $y=2x+d$ とおき，$(x,\ y)=(6,\ 48)$を代入すると，$48=2\times6+c \quad \Rightarrow \quad c=36$　ゆえに，直線②の式は，$y=2x+36$

したがって，2 直線①，②の交点の x 座標は，連立方程式 $\begin{cases} y=12x-6 \\ y=2x+36 \end{cases}$ を解くことで，$x=\dfrac{21}{5}=4\dfrac{12}{60}$ と求められる。

ゆえに，給水管を A から C に変更するのは，給水管 B を使って水を入れ始めてから，4 分 12 秒後である。

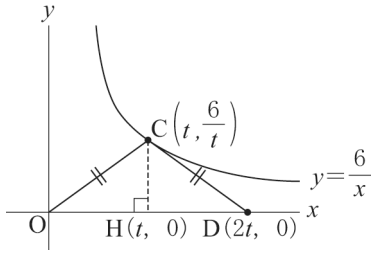
数-22-公-奈良-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問１ 点 C は，曲線 $y=\dfrac{6}{x}$ 上にあるから，$x=1$ を代入することで，$y=\dfrac{6}{1}=6$

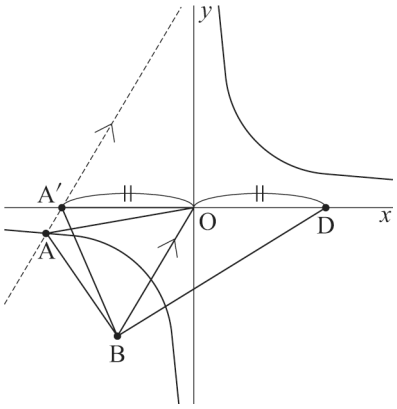
問２ OC＝CD なので，△OCD は二等辺三角形である（**図１**）。ここで，点 C の座標を$\left(t,\ \dfrac{6}{t}\right)$とおき，点 C から x 軸に垂線 CH をひくと，点 H の座標は$(t,\ 0)$となる。二等辺三角形の性質から OH＝HD なので，点 D の座標は$(2t,\ 0)$とわかる。ここで，$\triangle OCD=\dfrac{1}{2}\times OD\times CH=\dfrac{1}{2}\times2t\times\dfrac{6}{t}=6$ となることから，△OCD の面積は，点 C の x 座標である t の値が大きくなっても，常に一定であることがわかる。

図１



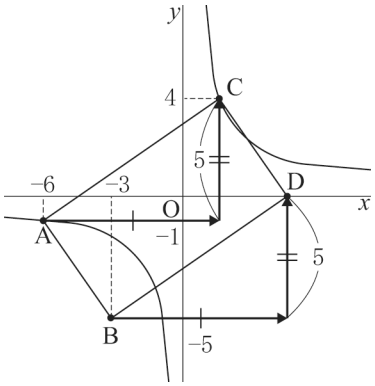
問３　**図２**のように，点 A を通り直線 BO に平行な直線と，x 軸との交点を A′とすると，△OAB＝△OA′B となる。
よって，△OA′B＝△OBD だから，OA′＝OD である。
直線 AA′の傾きは，直線 BO の傾き$\dfrac{0-(-5)}{0-(-3)}=\dfrac{5}{3}$と等しいため，直線 AA′の式は，$y=\dfrac{5}{3}x+a$ とおける。
直線 AA′が点 A(−6，−1)を通ることから，
$-1=\dfrac{5}{3}\times(-6)+a \quad \Rightarrow \quad a=9$　よって，直線 AA′の式は，
$y=\dfrac{5}{3}x+9$
したがって，点 A′が x 軸上にあることから，その x 座標は，
$0=\dfrac{5}{3}x+9 \quad \Rightarrow \quad x=-\dfrac{27}{5}$
よって，OA′＝OD より，点 D の x 座標は，$\dfrac{27}{5}$

図２



問４　**図３**のように，四角形 ABDC が平行四辺形であることから，点 A から点 C までの y 座標の増加量は，点 B から点 D までの y 座標の増加量 0−(−5)＝5 と等しい。
よって，点 C の y 座標は，−1＋5＝4 である。点 C は，曲線 $y=\dfrac{6}{x}$上にあるから，その x 座標は，
$4=\dfrac{6}{x} \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{3}{2}$　すなわち，$\mathrm{C}\left(\dfrac{3}{2},\ 4\right)$
また，点 B から点 D までの x 座標の増加量は，点 A から点 C までの x 座標の増加量 $\dfrac{3}{2}-(-6)=\dfrac{15}{2}$と等しい。よって，点 D の x 座標は，$-3+\dfrac{15}{2}=\dfrac{9}{2}$である。すなわち，$\mathrm{D}\left(\dfrac{9}{2},\ 0\right)$
したがって，2 点 $\mathrm{B}(-3,\ -5)$，$\mathrm{D}\left(\dfrac{9}{2},\ 0\right)$を通る直線の式を，$y=bx+c$ とおくと，
$-5=-3b+c$，$0=\dfrac{9}{2}b+c$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くと，$b=\dfrac{2}{3}$，$c=-3$
よって，求める直線の式は，$y=\dfrac{2}{3}x-3$

図３



数-22-公-奈良-KS-04

4　【平面図形】

問１　AB＝AD より，△ABD は二等辺三角形だから，∠ABD＝∠ADB＝a°
$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角より，∠ACB＝∠ADB＝$a$°，$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角より，∠ACD＝∠ABD＝$a$°
よって，∠BCD＝∠ACB＋∠ACD＝a°＋a°＝2a°

問３　(1) 図１のように，∠ACD＝∠ADE＝a°，∠CAD＝∠DAE より，△ACD∽△ADE だから，AC：AD＝AD：AE

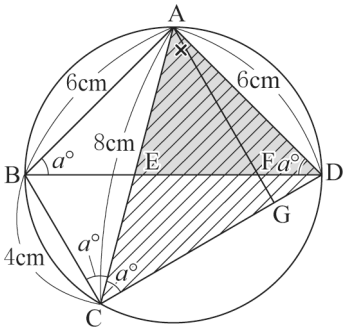
⇒　8：6＝6：AE　⇒　AE＝$\frac{9}{2}$cm

よって，EC＝AC－AE＝8－$\frac{9}{2}$＝$\frac{7}{2}$(cm)

したがって，AE：EC＝$\frac{9}{2}$：$\frac{7}{2}$＝9：7 より，

△ABE：△BCE＝9：7 だから，△ABE の面積は，△BCE の面積の$\frac{9}{7}$倍である。

図１



(2) 図２のように，∠BCE＝∠ACD＝a°，$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角より，∠CBE＝∠CAD … ①

したがって，△BCE∽△ACD

よって，BC：AC＝BE：AD　⇒　4：8＝BE：6　⇒　BE＝3cm

また，図３のように，∠BCE＝∠ADE＝a°，①より，∠CBE＝∠DAE

したがって，△BCE∽△ADE

よって，BC：AD＝CE：DE　⇒　4：6＝$\frac{7}{2}$：DE　⇒　DE＝$\frac{21}{4}$cm

したがって，BD＝BE＋DE＝3＋$\frac{21}{4}$＝$\frac{33}{4}$(cm)

さらに，BC // AG より，錯角は等しいから，∠GAC＝∠ACB＝a°

よって，図４のように，∠ABD＝∠GAC＝a°，∠ADB＝∠GCA＝a°より，△ABD∽△GAC

したがって，BA：AG＝BD：AC　⇒　6：AG＝$\frac{33}{4}$：8　⇒　AG＝$\frac{64}{11}$cm

図２

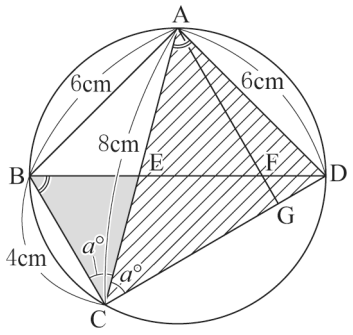


図３

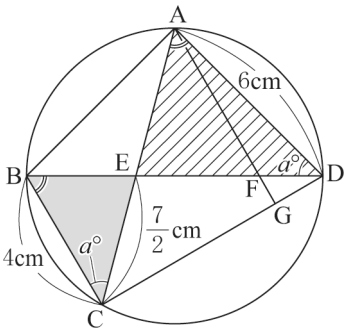


図４

