R５　奈良県　公立　数学　問題

数-23-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の**(1)**～**(4)**を計算せよ。

(1) $7-(-6)$

(2) $15+(-4)^2\div(-2)$

(3) $(x+2)(x-5)-2(x-1)$

(4) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{27}$

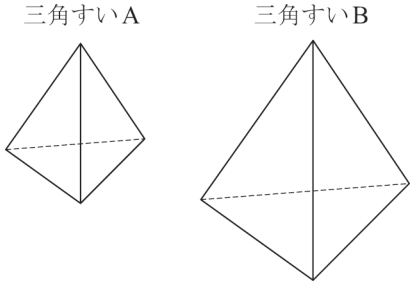
問２　連立方程式 $\begin{cases} x+4y=5 \\ 4x+7y=-16 \end{cases}$ を解け。

問３　２次方程式 $x^2+5x+1=0$ を解け。

問４　$a<0$，$b<0$ のとき，$a+b$，$a-b$，ab，$\dfrac{a}{b}$ のうちで，式の値が最も小さいものはどれか。

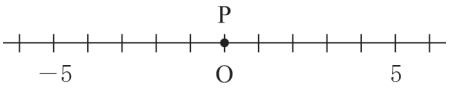
問５　**図１**の２つの三角すいA，Bは相似であり，その相似比は２：３である。三角すいAの体積が $24\ \mathrm{cm}^3$ であるとき，三角すいBの体積を求めよ。

図１



問６　**図２**で，数直線上を動く点 P は，最初，原点 O にある。点 P は，1 枚の硬貨を 1 回投げるごとに，表が出れば正の方向に 1 だけ移動し，裏が出れば負の方向に 2 だけ移動する。硬貨を 3 回投げて移動した結果，点 P が原点 O にある確率を求めよ。

図２



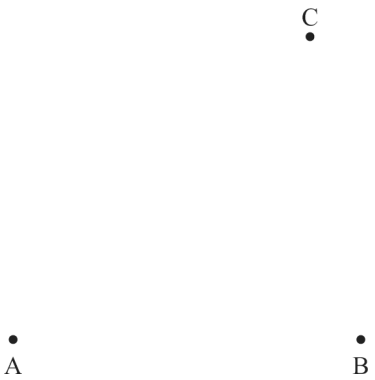
問７　**図３**のように，3 点 A，B，C がある。次の条件①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

［条件］

① △PAB は，線分 AB を底辺とする二等辺三角形である。

② 直線 AB と直線 PC は平行である。

図３



問８　A 中学校の 1 年生 75 人と 3 年生 90 人に，通学時間についてアンケートをした。**図４**は，その結果について，累積相対度数を折れ線グラフに表したものである。例えば，このグラフから，1 年生では，通学時間が 10 分未満の生徒が，1 年生全体の 42%であることを読み取ることができる。**図４**から読み取ることができることがらとして適切なものを，次の**ア**～**オ**から全て選び，その記号を書け。

ア　通学時間の中央値は，1 年生の方が 3 年生よりも大きい。

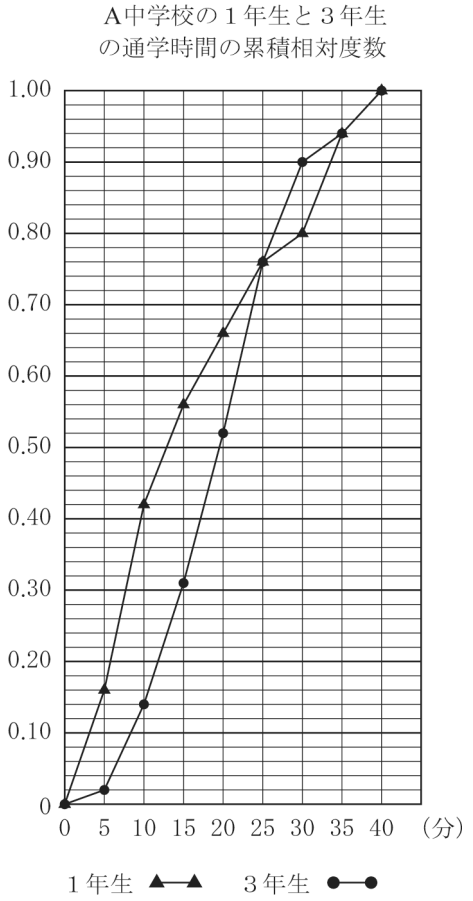
イ　通学時間が 20 分未満の生徒は，1 年生も 3 年生も半分以上いる。

ウ　通学時間が 25 分未満の生徒の人数は，1 年生も 3 年生も同じである。

エ　通学時間が 25 分以上 30 分未満の生徒の人数は，3 年生の方が 1 年生よりも多い。

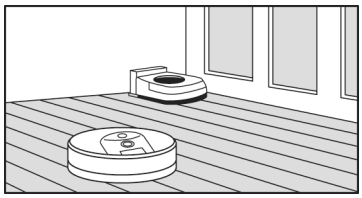
オ　全体の傾向としては，1 年生の方が 3 年生よりも通学時間が短いといえる。

図４



数-23-公-奈良-問-02

2 太郎さんと花子さんは，ロボット掃除機が部屋を走行する様子を見て，動く図形について興味をもった。次の［　　］内は，いろいろな図形の内部を円や正方形が動くとき，円や正方形が通過する部分について考えている，太郎さんと花子さんの会話である。



花子：長方形の内部を円や正方形が動くとき，正方形は，長方形の内部をくまなく通過できるね。でも，円は，長方形の内部で通過できないところがあるよ。正方形は，どんな図形の内部でも，くまなく通過できるのかな。

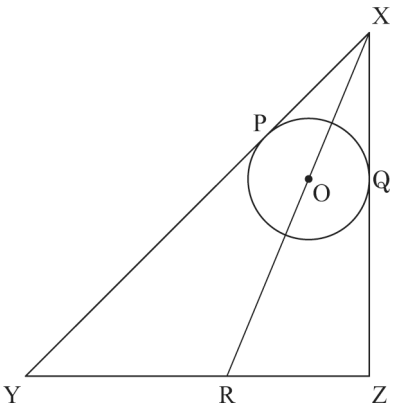
太郎：どうかな。三角形の内部では，円も正方形も通過できないところがあるよ。いろいろな図形の内部を円や正方形が動く場合，通過できるところに違いがあるね。

花子：直角二等辺三角形の内部を円や正方形が動くときについて，真上から見た図をかいて考えてみよう。

XZ＝YZ，∠XZY＝90 ° の直角二等辺三角形 XYZ の内部を，円 O，正方形 ABCD が動くとき，各問いに答えよ。ただし，円周率はπとする。

問1　**図1**で，円 O は辺 XY，XZ に接しており，2 点 P，Q はその接点である。また，点 R は直線 XO と辺 YZ との交点である。**(1)**～**(3)**の問いに答えよ。

図1



(1) ∠POQ の大きさを求めよ。

(2) 線分 XR 上にある点はどのような点か。「辺」と「距離」の語を用いて簡潔に説明せよ。

(3) 円 O の半径が 2 cm であるとき，線分 XP の長さを求めよ。

問２　次の［　　］内は，△XYZ の内部を，正方形 ABCD が動く場合について考えている，太郎さんと花子さんの会話である。**(1)**，**(2)**の問いに答えよ。

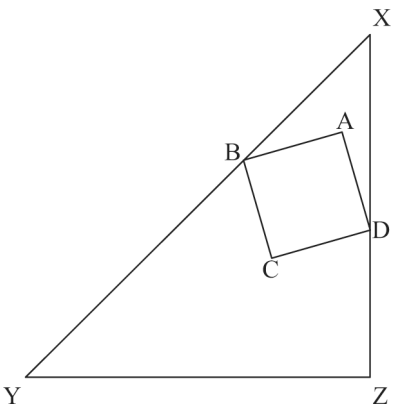
花子：**図２**のように，正方形 ABCD が，点 X に最も近づくように，正方形 ABCD の 2 点 B，D がそれぞれ辺 XY，XZ 上にある図をかいたよ。

太郎：**図２**の正方形 ABCD で，点 X に最も近いのは，点 A だね。

花子：そうだね。2 点 X，A 間の距離はどのくらいの長さになっているのかな。**図２**からわかることは何だろう。

太郎：点 A を中心として 2 点 B，D を通る円をかくと，点 X も円 A の周上にありそうだね。

図２



花子：円 A で，$\overset{\frown}{BD}$に対する中心角は∠BAD になるね。∠BAD＝90 ° で，∠BXD＝45 ° だから，∠BXD は$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角になっているね。点 X は円 A の周上にあるといえるよ。

太郎：2 点 X，A 間の距離は［　**あ**　］と等しいといえるね。

花子：正方形 ABCD が動いて，辺 XY，XZ 上の 2 点 B，D の位置が変わっても，2 点 X，A 間の距離について同じことがいえるから，正方形 ABCD が，△XYZ の内部をくまなく動くとき，正方形 ABCD が通過した部分の面積もわかるね。

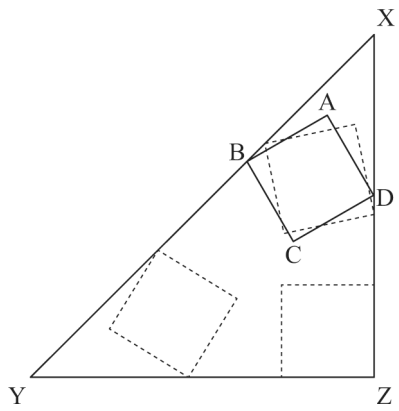
(1)［　**あ**　］に当てはまる語句を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

ア　正方形 ABCD の対角線の長さ　　**イ**　正方形 ABCD の 1 辺の長さ

ウ　正方形 ABCD の対角線の長さの半分　　**エ**　正方形 ABCD の 1 辺の長さの半分

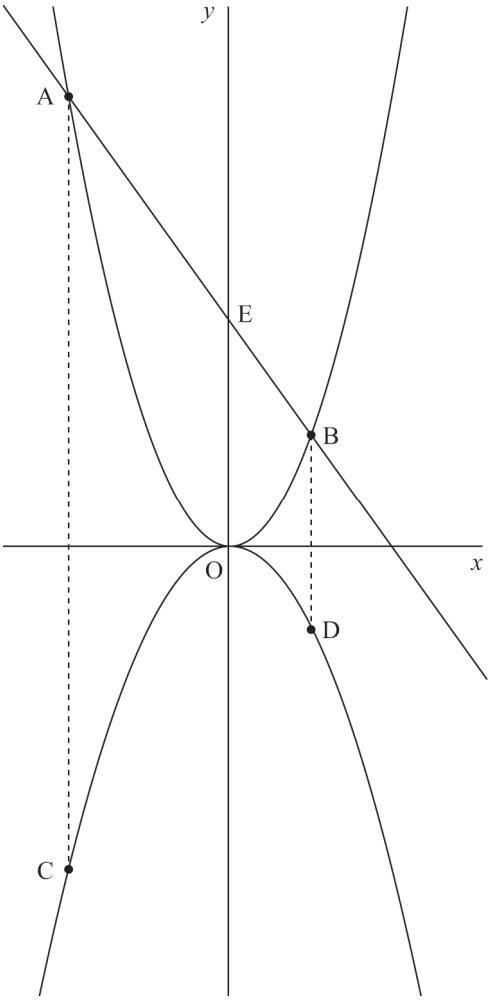
(2) **図３**のように，正方形 ABCD が，△XYZ の内部をくまなく動くとき，正方形 ABCD が通過した部分の面積を求めよ。ただし，XZ＝10 cm，AB＝3 cm とする。

図３



数-23-公-奈良-問-03

3 右の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に，2 点 A，B があり，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，2 点 C，D がある。2 点 A，C の x 座標は -4 であり，2 点 B，D の x 座標は 2 である。2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を E とする。原点を O として，各問いに答えよ。



問1 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

問2 2 点 C，D を通る直線の式を求めよ。

問3 a の値が大きくなるとき，それにともなって小さくなるものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

ア 直線 AB の傾き

イ 線分 AB の長さ

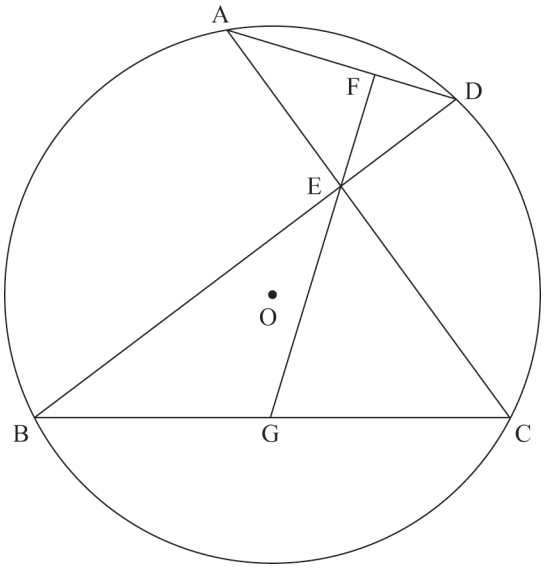
ウ △OAB の面積

エ AE：EB の比の値

問4 直線 OD が四角形 ACDB の面積を 2 等分するとき，a の値を求めよ。

数-23-公-奈良-問-04

4 右の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にある。点 E は線分 AC と線分 BD との交点で AC⊥BD であり，点 F は線分 AD 上の点で EF⊥AD である。点 G は直線 EF と線分 BC との交点である。各問いに答えよ。



問1 △AEF∽△BCE を証明せよ。

問2 ∠DAE＝a ° とするとき，∠BGE の大きさを a を用いて表せ。

問３　DE＝3 cm，AE＝4 cm，BE＝8 cm のとき，**(1)**，**(2)**の問いに答えよ。

(1) △CEG の面積を求めよ。

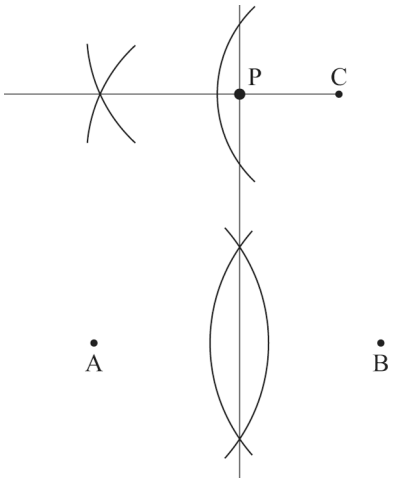
(2) 円 O の半径を求めよ。

Ｒ５　奈良県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-奈良-R7-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2				
		問3				
		問4				
		問5		cm^3		
		問6				
		問7	〔作図〕 C A　　B			
		問8				

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-奈良-KY-02	2	問1	(1)	度		
			(2)			
			(3)	(cm)		
		問2	(1)			
			(2)	(cm^2)		
数-23-公-奈良-KY-03	3	問1				
		問2				
		問3				
		問4				
数-23-公-奈良-KY-04	4	問1	〔証明〕			
		問2				
		問3	(1)	cm^2		
			(2)	cm		

Ｒ５　奈良県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-奈良-K-01	1	問１	(1)	13	1	
			(2)	7	1	
			(3)	x^2-5x-8	1	
			(4)	$-\sqrt{3}$	1	
		問２	$x=-11,\ y=4$		2	
		問３	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$		2	
		問４	$a+b$		2	
		問５	81　cm^3		2	
		問６	$\dfrac{3}{8}$		2	
		問７	〔作図〕 (例)  		2	
		問８	イ，エ，オ		3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-奈良-K 02	2	問１	(1)	135　度	1	
			(2)	2 辺 XY，XZ から距離が等しい点。	2	
			(3)	$2+2\sqrt{2}$　(cm)	2	
		問２	(1)	イ	2	
			(2)	$50-\frac{9}{4}\pi$　(cm^2)	3	
数-23-公-奈良-K 03	3	問１	$-8 \leqq y \leqq 0$		2	
		問２	$y=x-4$		2	
		問３	ア		3	
		問４	$\frac{7}{10}$		3	
数-23-公-奈良-K 04	4	問１	〔証明〕 (例) △AEF と△BCE において 仮定から ∠AFE＝90°　……① ∠BEC＝90°　……② ①，②より ∠AFE＝∠BEC　……③ 1 つの弧に対する円周角は等しいから ∠EAF＝∠CBE　……④ ③，④より 2 組の角がそれぞれ等しいから △AEF∽△BCE		3	
		問２	180°−2a°		2	
		問３	(1)	12　cm^2	3	
			(2)	$\frac{5\sqrt{5}}{2}$　cm	3	

数-23-公-奈良-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(2)**　$15+(-4)^2\div(-2)=15+16\div(-2)=15-8=7$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

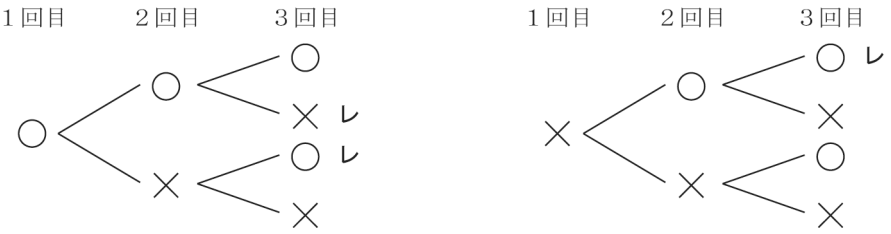
⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　4つのうち，ab と $\frac{a}{b}$ は必ず正の数であり，$a+b$ は必ず負の数，$a-b$ は正の数にも負の数にもなりえる。ここで $b<0$ であるから，常に $b<-b$ であり，$a+b<a-b$ となるため最も値が小さいのは $a+b$

問５　2つの三角すい A，B の相似比が 2：3 であるから，体積比は $2^3:3^3=8:27$　よって，求める体積を $x\,\mathrm{cm}^3$ とすると，$24:x=8:27$　$x=81\,\mathrm{cm}^3$

問６　硬貨の表が出ることがらを○，裏が出ることがらを×で表すと，硬貨を 3 回投げたときの表裏の出方は**図１**のようになる。点 P が原点 O にあるのは，表が 2 回，裏が 1 回出たときだから，**レ**印を付けた 3 通りが条件を満たす。よって，求める確率は$\frac{3}{8}$

図１



問７　条件①から，点 P は 2 点 A，B から等距離にあるので，点 P は線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上に存在する。また，AB が ℓ と垂直であることに注目すると，AB // PC となるには，ℓ と PC も垂直に交わる必要がある。よって，ℓ に対して点 C からおろした垂線と ℓ の交点が，点 P である。

問８　**ア**：累積相対度数が 0.50 になるところが中央値である。グラフから 1 年生は 10 分以上 15 分未満の階級に中央値があるのに対して，3 年生は 15 分以上 20 分未満の階級に中央値があると読み取れる。よって，誤り。

イ：20 分未満の累積相対度数は，1 年生では 0.66，3 年生では 0.52 となっており，正しい。

ウ：25 分未満の累積相対度数は 0.76 で等しいが，1 年生は 75 人のデータ，3 年生は 90 人のデータなので，生徒の人数は違う。よって，誤り。

エ：25 分以上 30 分未満の階級の相対度数は，その階級の累積相対度数から，1 つ前の階級の累積相対度数を引くことで求まるので，3 年生は 0.90−0.76=0.14，1 年生は 0.80−0.76=0.04 である。よって，それぞれの人数は，1 年生で 0.04×75=3(人)，3 年生で 0.14×90=12.6(人)となり，正しい。

オ：20 分未満の累積相対度数の値を見ると，全ての階級で 1 年生の方が値が大きい。つまり，1 年生の方が，より多くの割合の生徒の通学時間が 20 分未満であることが分かるため，正しい。

数-23-公-奈良-KS-02

2　【平面図形】

問１　**(1)**　2 辺 XY，XZ は，円 O と 2 点 P，Q でそれぞれ接するので，∠XPO=∠XQO=90°　また，∠PXQ は直角二等辺三角形の鋭角であるから，∠PXQ=45°

よって，四角形 APOQ の内角に注目すると，

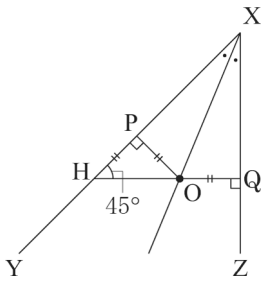
90°+90°+45°+∠POQ=360°　よって，∠POQ=135°

(2) 直角三角形において斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいことから，△XOP≡△XOQ であり，∠PXO=∠QXO であるから，XR は∠YXZ の二等分線である。よって，線分 XR 上にある点は，そ

の角をなす 2 辺 XY，XZ から距離が等しい点である。

(3) 直線 OQ と辺 XY の交点を点 H とすると，△XQH と△POH はどちらも直角二等辺三角形である。△POH において PO＝PH＝2 cm なので，HO＝$2\sqrt{2}$ cm，よって，HQ＝$(2+2\sqrt{2})$cm　よって，XQ＝HQ，XP＝XQ より，XP＝HQ＝$2+2\sqrt{2}$ (cm)

図１

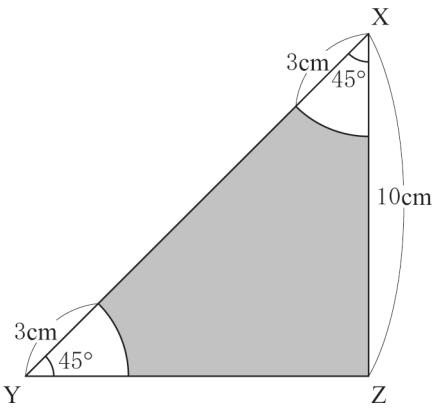


問２　**(1)**　太郎さんと花子さんの会話から，点 X が円 A 上にあるため，XA＝AB＝AD であること，つまり，XA が正方形の 1 辺の長さと等しいことがわかる。

(2) 前問から，点 B，D の位置が変わっても，XA の長さは一定であることが分かる。つまり，XA＝3 cm であり，点 X を中心とするおうぎ形の中を，正方形 ABCD は通過できないことがわかる。これは，点 Y においても同様なので，求める面積は**図２**の色を付けた部分である。求める面積は，△XYZ－(おうぎ形の面積)×2

＝$10\times10\times\frac{1}{2}-\left(\pi\times3^2\times\frac{45}{360}\right)\times2=50-\frac{9}{4}\pi$(cm^2)

図２



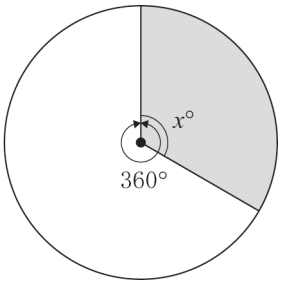
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積)　×　$\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周)　×　$\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！

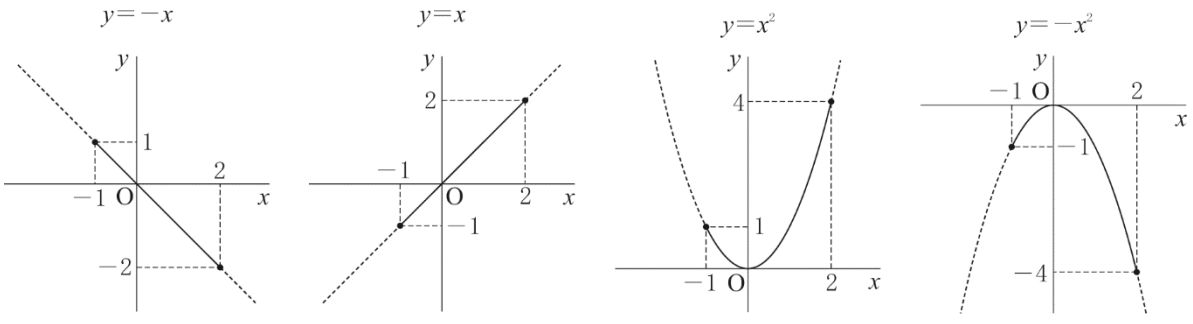


数-23-公-奈良-KS-03

3　【関数のグラフと図形】

問１　変域内に原点を含むことから，最大値は 0 である。またグラフの形から，最小値は $x=-4$ のときで，その値は－8

ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



$-2\leqq y\leqq1$　　$-1\leqq y\leqq2$　　$0\leqq y\leqq4$　　$-4\leqq y\leqq0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　2 点 C，D はともに関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点であることから，それぞれの座標は C(－4，－8)，D(2，－2)とわかる。よって，直線 CD の式を $y=bx+c$ とおき，$(x,\ y)=(-4,\ -8)$,

(2, −2)をそれぞれ代入して，$-8=-4b+c$，$-2=2b+c$ を得る。この 2 式を連立方程式として解くと，$b=1$，$c=-4$ となるから，直線 CD の式は，$y=x-4$

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 3 2 点 A，B はともに関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であることから，それぞれの座標は A$(-4, 16a)$，D$(2, 4a)$と表される。ここで，直線 AB の傾きは，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{4a-16a}{2-(-4)}=-2a$ となり，この式の値は a が大きくなるとき，それにともなって小さくなる。

問 4 △ACD と△DBA の底辺をそれぞれ AC，DB とすると，AC // BD より，その高さは等しい。よって，明らかに AC＞DB だから，△ACD＞△DBA である。したがって，直線 OD が四角形 ACDB の面積を 2 等分するのは，直線 OD が線分 AC と交わるときであり，その交点を F とする。△AFB と△DBF と△FCD の底辺をそれぞれ AF，DB，FC とすると，AC // BD より，その高さは等しいから，△AFB＋△DBF＝△FCD となるのは，AF＋DB＝FC のときである。

原点と点 D(2，−2)を通る直線 OD の式は，$y=-x$ だから，点 F の座標は F(−4，4)である。よって，$AF=16a-4$，$DB=4a-(-2)=4a+2$，$FC=4-(-8)=12$ だから，$16a-4+4a+2=12$ より，$a=\dfrac{7}{10}$

数-23-公-奈良-KS-04

4 【平面図形】

問 2 同じ弧に対する円周角なので，∠DBC(∠EBG)$=a°$ 2 組の角がそれぞれ等しいことから，△ADE∽△EDF であり，∠FED$=a°$ この角に対する対頂角なので，∠BEG$=a°$ ここで△BGE の内角に注目すると，∠EBG＝∠BEG$=a°$なので，∠BGE$=180°-2a°$

問 3 **(1)** 円周角の定理より，∠DAE＝∠CBE，∠ADE＝∠BCE だから，2 組の角がそれぞれ等しいので，△AED∽△BEC よって，AE：BE＝DE：CE 4：8＝3：CE CE＝6 cm

問 2 より，∠EBG＝∠BEG だから，△BGE は BG＝EG の二等辺三角形である。△BGE の頂角 BGE の二等分線と底辺 BE の交点を H とすると，BH＝HE，GH⊥BE

CE⊥BE だから，GH // CE なので，△BCE で平行線と線分の比より，BG：GC＝BH：HE＝1：1

したがって，$\triangle CEG=\dfrac{1}{2}\triangle BCE=\dfrac{1}{2}\times BE\times CE\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\times 8\times 6\times\dfrac{1}{2}=12(\text{cm}^2)$

(2) AC＝AE＋EC＝10(cm) △BCE で三平方の定理より，$BC^2=BE^2+CE^2=8^2+6^2=100$ BC＞0 より，BC＝10 cm よって，△ACB は AC＝BC の二等辺三角形である。点 C から辺 AB に垂線 CM をおろすと，線分 CM 上に点 O は存在する。ここで，△AEB において三平方の定理を用いると，AE＝4 cm，BE＝8 cm から，AB$=4\sqrt{5}$ cm となる。よって，AM$=4\sqrt{5}\div 2=2\sqrt{5}$ cm となり，△ACM で三平方の定理を用いると，$CM^2=AC^2-AM^2=100-20=80$ CM＞0 より，CM$=4\sqrt{5}$ cm 円 O の半径を R cm とすると，AO＝BO＝CO＝R cm，OM＝CM−CO$=4\sqrt{5}-$R(cm)となり，△AOM で三平方の定理を用いると，$AO^2=OM^2+AM^2$ $R^2=(4\sqrt{5}-R)^2+(2\sqrt{5})^2$ から，R$=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ cm

図１

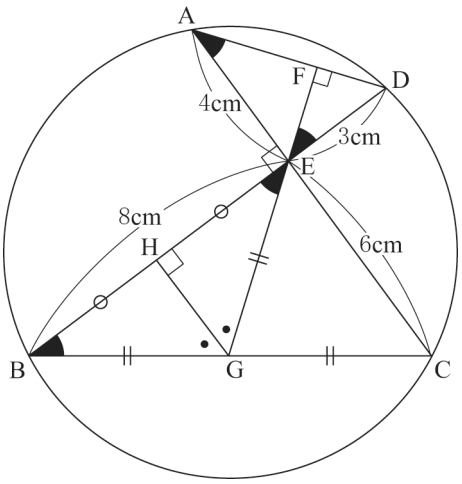
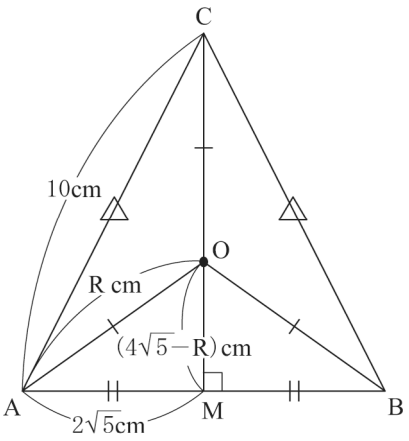


図２



ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）