Ｒ６　奈良県　公立　数学　問題

数-24-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$-3-(-7)$

(2)　$3(2x-1)+x-4$

(3)　$10xy^2 \div 5y \times 2x$

(4)　$(x+4)(x-4)-(x-3)^2$

問２　2 次方程式 $x^2+x-5=0$ を解け。

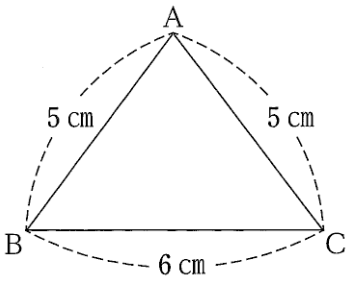
問３　「1 本 x 円の鉛筆 3 本と 1 冊 y 円のノート 5 冊の代金の合計は，500 円より高い」という数量の関係を不等式で表せ。

問４　y は x に反比例し，$x=-6$ のとき $y=4$ である。$y=3$ のときの x の値を求めよ。

問５　2 つのさいころ A，B を同時に投げるとき，A のさいころの出る目の数が B のさいころの出る目の数より大きくなる確率を求めよ。

問６　**図１**で，△ABC は AB＝AC＝5 cm，BC＝6 cm の二等辺三角形である。この二等辺三角形を，辺 BC を軸として１回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率はπとする。

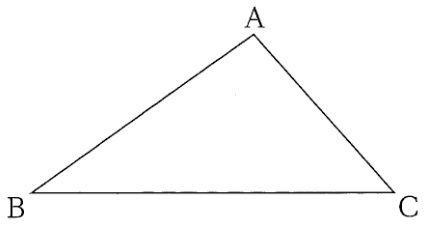
図１



問７　**図２**のように，△ABC がある。次の条件①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

［条件］
① ∠ABP＝∠CBP である。
② BP⊥CP である。

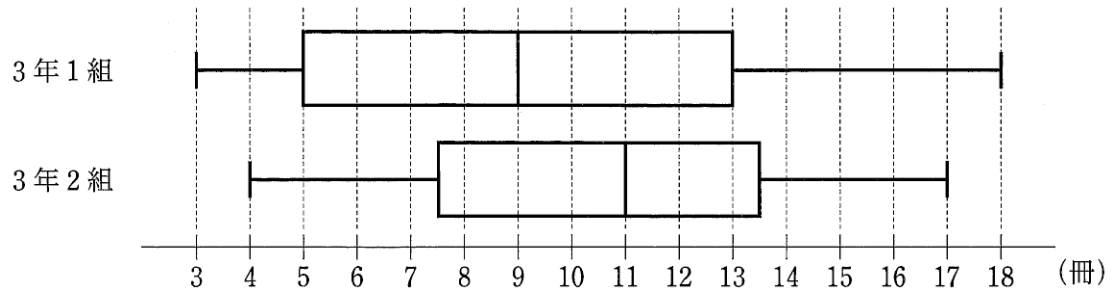
図２



問８　太郎さんと花子さんは，A 中学校の図書委員である。(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) 太郎さんと花子さんは，3 年 1 組の生徒 36 人と 3 年 2 組の生徒 37 人が 1 学期に読んだ本の冊数を調べた。**図３**は，その結果をそれぞれ箱ひげ図に表したものである。**図３**の 2 つの箱ひげ図から読み取ることができることがらとして適切なものを，後の**ア**～**エ**から全て選び，その記号を書け。

図３



ア　読んだ本の冊数の範囲は，1 組よりも 2 組の方が大きい。

イ　1 組で，読んだ本の冊数の第 1 四分位数は，5 冊である。

ウ　2 組で，読んだ本の冊数が 14 冊以上である生徒は，9 人いる。

エ　1 組，2 組ともに，読んだ本の冊数が 13 冊である生徒は，少なくとも 1 人はいる。

(2) 次の［　　］内は，A 中学校の全校生徒 240 人が 1 学期に読んだ本の冊数の平均について考えた，花子さんと太郎さんの会話である。下線部のように言える理由を簡潔に書け。

花子：1 学期に読んだ本の冊数の平均を調べるために，全校生徒 240 人を母集団とする標本調査をしたいね。

太郎：3 年 1 組の生徒を標本として選ぶのはどうかな。3 年 1 組の生徒 36 人が 1 学期に読んだ本の冊数の平均は 9.6 冊だったよ。

花子：<u>その標本の取り出し方は適切ではない</u>よ。

2 **写真１**のように，箱詰めされた缶ジュースが 40 本ある。太郎さんと花子さんは，**写真２**のように詰め替えると，缶ジュースが 41 本入ったことから，箱の中にどのように缶ジュースを詰めるかで，入る本数が変わることに興味をもった。**図１**，**図２**はそれぞれ**写真１**，**２**をもとに，箱を長方形 ABCD，缶を円として表した図である。AB＝10 cm，AD＝16 cm，円の半径を 1 cm として，各問いに答えよ。

写真１



写真２



図１

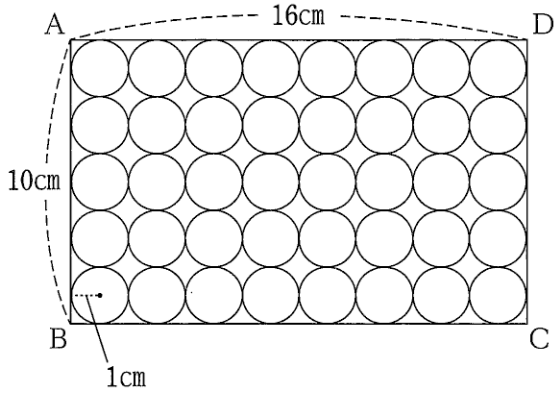
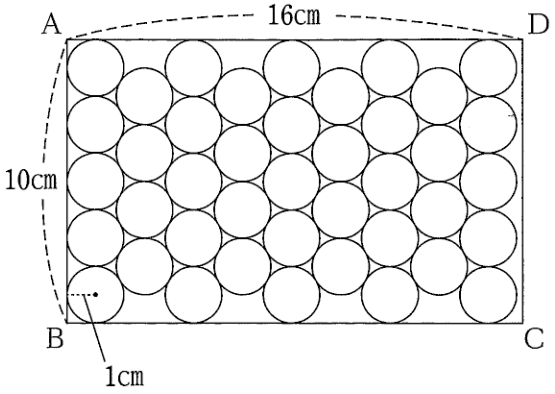


図２



問１　次の［　　］内は，**図１**，**図２**を見て考えた，花子さんと太郎さんの会話である。(1)，(2)の問いに答えよ。

花子：**図１**では，円は左から縦に 5 個ずつ 8 列並んでいて，**図２**では，円は左から縦に 5 個，縦に 4 個，……と交互に 9 列並んでいるね。

太郎：**図２**の並べ方のほうが円と円のすきまが小さいから 1 列多く入ったのかな。

花子：**図２**の一部分を取り出して考えると，隣り合う円は接しているから，**図３**で，長さ a は［ あ ］cm，**図４**で，円の左端から右端までの長さ b は（ い ）cm だね。

太郎：それじゃあ，全体の長さはどうなるかな。

花子：**図５**で，左から 9 列並べた円の左端から右端までの長さ c は（ う ）cm だね。$\sqrt{3}=1.73$ として［ う ］の近似値を求めると，**図２**の並べ方で長方形 ABCD 内に左から 9 列並べられることも確かめられたよ。

図３

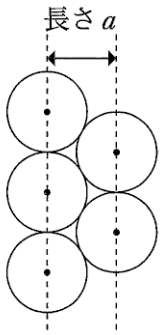


図４

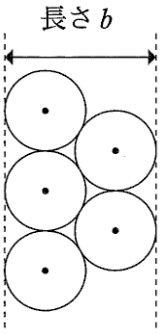
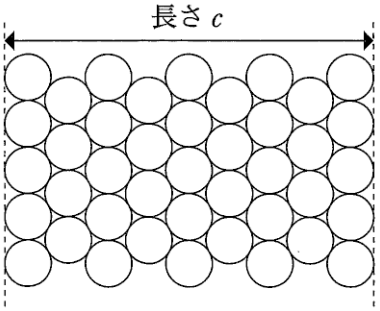


図５



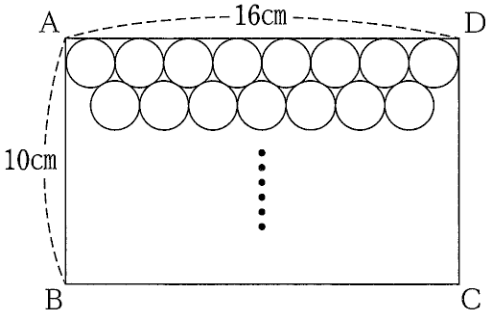
(1)　［ あ ］，［ い ］，［ う ］に当てはまる数を，それぞれ書け。

(2) 次の**【太郎さんの考え】**が正しいか正しくないかを，根拠を示して説明せよ。ただし，$\sqrt{3}=1.73$ とする。

【太郎さんの考え】

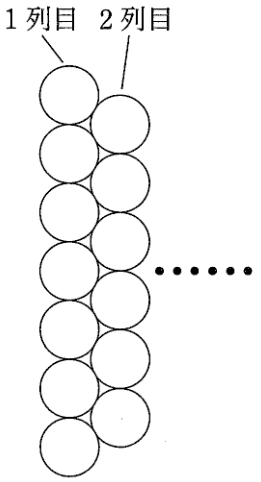
図２のように並べると，**図２**のほうが**図１**より，1 列多く並べられたので，**図６**のように，上から横に 8 個，横に 7 個，……と交互に並べると，長方形 ABCD 内に上から 6 列並べられるはずだ。

図６



問２　太郎さんと花子さんは，**図７**のように，円を左から縦に 7 個，縦に 6 個，……と交互に n 列目まで並べていくときの，円の個数について考えた。1 列目から n 列目まで並べた円の個数を，n が偶数のときと，n が奇数のときについて，それぞれ n を用いた式で表せ。

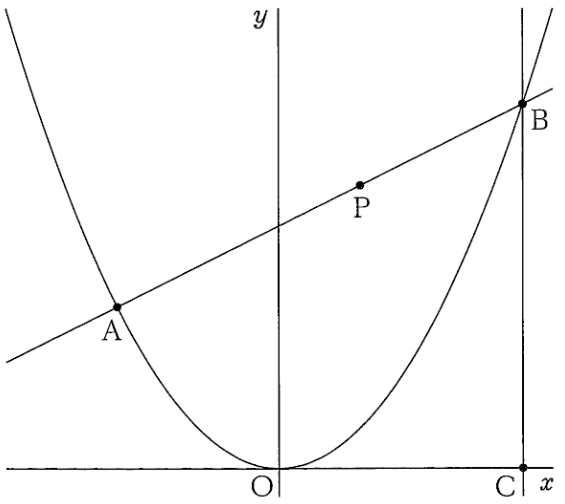
図７



数-24-公-奈良-問-03

3　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。2 点 A，B は放物線上の点であり，その x 座標はそれぞれ -4，6 である。点 C は点 B を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点であり，点 P は線分 AB 上を点 A から点 B まで動く点である。原点を O として，各問いに答えよ。

問１　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq 6$ のとき，y の変域を求めよ。



問２　点 P が線分 AB 上を点 A から点 B まで動くと，(1)，(2)の値はどのように変化するか。正しいものを，それぞれ**ア**～**オ**から 1 つずつ選び，その記号を書け。

(1) ∠OCP の大きさ

ア　大きくなる。　　**イ**　小さくなる。　　**ウ**　一定である。

エ　大きくなってから小さくなる。　　**オ**　小さくなってから大きくなる。

(2) 線分 OP の長さ

ア　大きくなる。　　**イ**　小さくなる。　　**ウ**　一定である。

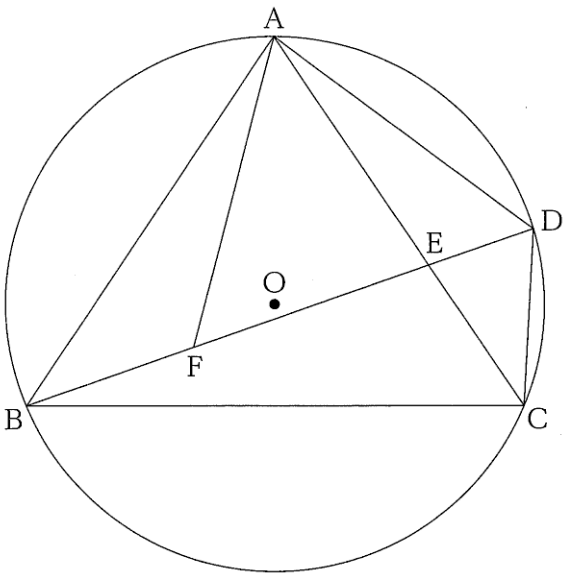
エ　大きくなってから小さくなる。　　**オ**　小さくなってから大きくなる。

問３　△BCP の面積が 21 のとき，点 P の x 座標を求めよ。

問４　線分 OA 上に点 D，線分 OB 上に点 E を AB // DE になるようにとる。△ODE の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{16}$ であるとき，直線 DE の式を求めよ。

数-24-公-奈良-問-04

4　右の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，AB＝AC である。点 E は線分 BD と線分 AC との交点である。点 F は線分 BD 上にあり，CD＝BF である。各問いに答えよ。



問１　△ABF≡△ACD を証明せよ。

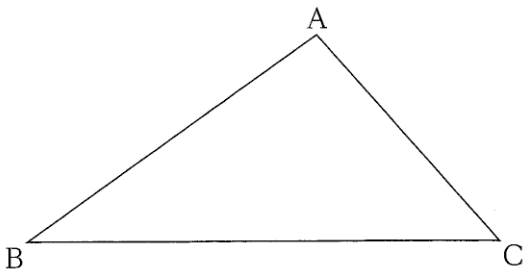
問２　∠BAC＝a° とするとき，∠ACB の大きさを a を用いて表せ。

問３　AB＝5 cm，BD＝6 cm，CD＝2 cm のとき，(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) 線分 AD の長さを求めよ。

(2) △ABF の面積は△AED の面積の何倍か。

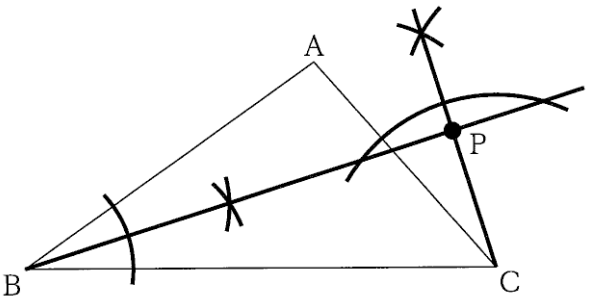
Ｒ６　奈良県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-奈良-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６		cm^3		
		問７	〔作図〕  			
		問８	(1)			
			(2)			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-奈良-KY-02	2	問１	(1)	㋐			
				㋑			
				㋒			
			(2)				
		問２	偶数のとき　　個				
			奇数のとき　　(個)				
数-24-公-奈良-KY-03	3	問１					
		問２	(1)				
			(2)				
		問３					
		問４					

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-奈良-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２				
		問３	(1)	cm		
			(2)	倍		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-奈良-木-01	1	問１	(1)	4	1	
			(2)	$7x-7$	1	
			(3)	$4x^2y$	1	
			(4)	$6x-25$	1	
		問２	$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$		2	
		問３	$3x+5y>500$		2	
		問４	-8		2	
		問５	$\dfrac{5}{12}$		2	
		問６	32π　cm^3		2	
		問７	〔作図〕 (例)  		2	
		問８	(1)	イ，ウ	2	
			(2)	A 中学校の生徒を無作為に抽出していないから。	2	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-奈良-ト-02	2	問１	(1)	㋐	$\sqrt{3}$	2	
				㋑	$2+\sqrt{3}$	1	
				㋒	$2+8\sqrt{3}$	1	
			(2)	(例) 上から 6 列並べた円の上端から下端までの長さは，$2+5\sqrt{3}=2+5\times1.73$ を計算して，10.65 cm となるので，AB＝10 cm より大きい。 よって，太郎さんの考えは正しくない。		2	
		問２	偶数のとき　$\frac{13}{2}n$　個			2	
			奇数のとき　$\frac{13}{2}n+\frac{1}{2}$　(個)			2	
数-24-公-奈良-ト-03	3	問１	$0 \leqq y \leqq 9$			2	
		問２	(1)	ア		1	
			(2)	オ		1	
		問３	$\frac{4}{3}$			3	
		問４	$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$			3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-奈良-木-04	4	問１	〔証明〕 (例) △ABF と△ACD において 仮定から AB＝AC　……① BF＝CD　……② 1 つの弧に対する円周角は等しいから ∠ABF＝∠ACD　……③ ①，②，③より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABF≡△ACD		3	
		問２	$90^\circ - \frac{1}{2}a^\circ$		2	
		問３	(1)	$\sqrt{13}$ cm	2	
			(2)	$\frac{21}{13}$ 倍	3	

数-24-公-奈良-KS-01

1　【小問集合】

問１　(4)　$(x+4)(x-4)-(x-3)^2=x^2-16-(x^2-6x+9)=x^2-16-x^2+6x-9=6x-25$

問２　２次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

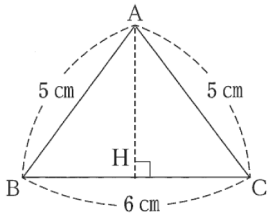
問４　y は x に反比例するので $y=\dfrac{a}{x}$ とおいて $x=-6$，$y=4$ を代入すると，$4=\dfrac{a}{-6}$ より $a=-24$

よって，反比例の式は $y=-\dfrac{24}{x}$ となる。この式に $y=3$ を代入すると $x=-8$ である。

問５　A のさいころの出る目を a，B のさいころの出る目を b として目の組み合わせを $(a,\ b)$ で表すと，A のさいころの出る目が B のさいころの出る目より大きいのは，(2，1)，(3，1)，(3，2)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(5，1)，(5，2)，(5，3)，(5，4)，(6，1)，(6，2)，(6，3)，(6，4)，(6，5) の 15 通り。すべての目の出方は 36 通りなので，求める確率は，$\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$ である。

問６　二等辺三角形△ABC の頂角 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，点 H は底辺 BC を 2 等分するので BH＝CH であるから，辺 BC を軸として△ABC を 1 回転させてできる立体は，合同な三角形△ABH と△ACH を 1 回転させてできる同じ体積の円すいを合わせたものである。よって，△ABH を 1 回転させてできる円すい V の体積を 2 倍して求めればよい。V の底面は半径 AH の円，高さは BH＝3cm である。直角三角形 ABH について三平方の定理より，

図１



$AH^2=AB^2-BH^2=5^2-3^2=16$ なので，底面の面積は，$\pi\times AH^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

よって，求める体積は，$2\times\left(\dfrac{1}{3}\times16\pi\times3\right)=32\pi\,(\text{cm}^3)$ である。

問７　［条件］①より，直線 BP は∠ABC の二等分線であるとわかる。

［条件］②より点 C から①でかいた角の二等分線に垂線をひいたときの交点が点 P である。

まず，点 B を中心に辺 BA，辺 BC と交わる円をかき，さらにそれぞれの交点を中心とした同じ半径の円をかいてできる交点を Q とすると，半直線 BQ は∠ABC の二等分線である。次に，点 C を中心に半直線 BQ と 2 か所で交わる円をかき，さらにそれぞれの交点を中心とした同じ半径の円をかいてできる交点を R とすると，CR⊥BQ である。よって半直線 CR と半直線 BQ との交点が求める点 P である。

問８　(1)　**ア**　1 組の最大値は 18 冊，最小値は 3 冊だから範囲は 18－3＝15 (冊)　　2 組の最大値は 17 冊，最小値は 4 冊だから範囲は 17－4＝13 (冊)　　範囲は 1 組のほうが 2 組より大きいので誤り。

イ　1 組の第 1 四分位数は 5 冊だから正しい。

ウ　2 組の人数は 37 人なので第 3 四分位数 13.5 冊は 28 番目と 29 番目の値の平均値である。28 番目の値を a，29 番目の値を b とすると $a+b=27$　　a は中央値の 11 冊以上，b は最大値の 17 冊以下であり，さらに $a\leqq b$ をみたす $(a,\ b)$ の組み合わせを調べると，(13，14)，(12，15)，(11，16) なので，いずれも 29 番目の値 b は 14 冊以上とわかる。また，29 番目から 37 番目まで 9 人いる。よって，読んだ冊数が 14 冊以上である生徒は 9 人いるから正しい。

エ　1 組の人数は 36 人であり第 3 四分位数 13 冊は 27 番目と 28 番目の平均値だが，例えば 27 番目が 12 冊，28 番目が 14 冊である場合も考えられるので，読んだ冊数がちょうど 13 冊であるとはいえないから誤り。

よって，正しいのは**イ**と**ウ**である。

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

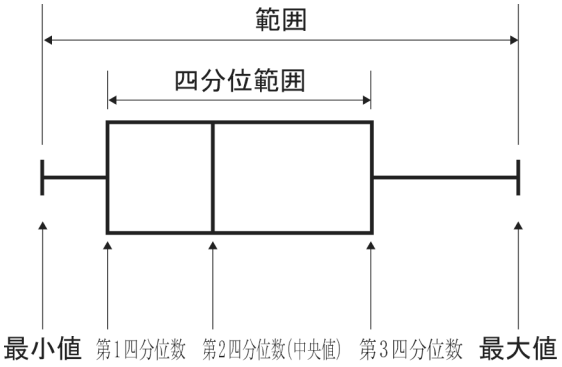
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの

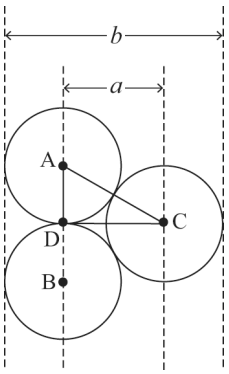


数-24-公-奈良-KS-02

2 【式の計算の利用】

問 1 (1) ともに接する 3 つの円の中心を**図 1** のように A，B，C として，AB の中点を D とすると，点 D は 2 つの円の接点である。△ABC は正三角形だから AD：DC＝1：$\sqrt{3}$ であり円の半径は 1 cm だから DC＝a＝$\sqrt{3}$ cm…㋐　長さ b は長さ a の両端に半径をたしたものだから，b＝2＋a＝2＋$\sqrt{3}$ (cm)…㋑　また，9 列並べたときは長さ a の幅が 8 列並び，その両端に半径をたしたものだから，c ＝2＋8×a＝2＋8$\sqrt{3}$ (cm)…㋒

図 1



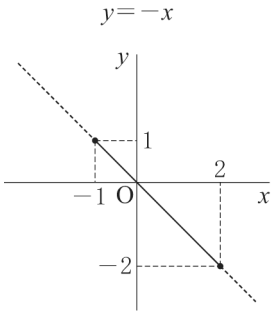
問 2 奇数列目は縦に 7 個，偶数列目は縦に 6 個並ぶので，n が偶数のときは 2 列で (7＋6) 個，4 列で (7＋6)×2(個)，6 列で (7＋6)×3(個)，……と数えると n 列目で (7＋6)×$\frac{n}{2}$(個)，すなわち$\frac{13}{2}n$ 個である。また，n が奇数のときは (n－1) 列目で偶数列目となる。そこに残りの奇数列目の 7 個をたせばよいから，$\frac{13(n-1)}{2}+7=\frac{13}{2}n+\frac{1}{2}$ となる。

数-24-公-奈良-KS-03

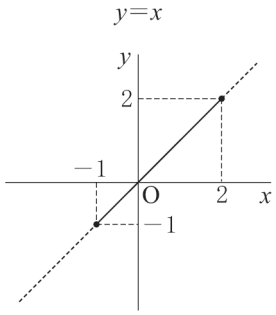
3 【関数のグラフと図形】

問 1 グラフより，y の変域は $y \geqq 0$　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ に x＝6 を代入すると，$y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$ なので，y の変域は $0 \leqq y \leqq 9$ である。

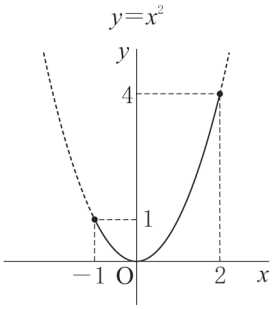
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



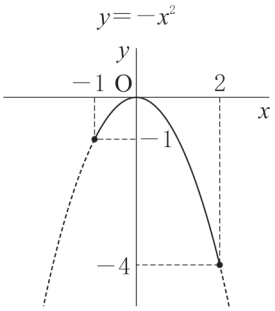
$-2 \leqq y \leqq 1$



$-1 \leqq y \leqq 2$



$0 \leqq y \leqq 4$



$-4 \leqq y \leqq 0$

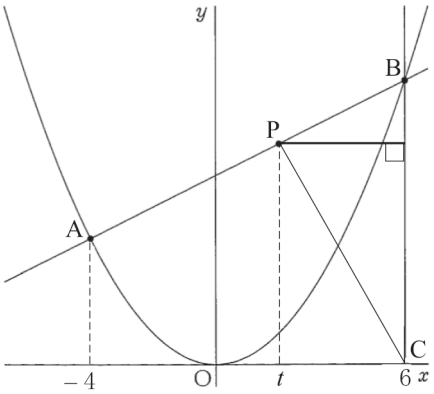
特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　(1) 点 P が右へ移動するにつれ，直線 CP の傾きは右下がりになっていく。
すなわち，∠OCP の大きさは大きくなっていくので**ア**が正しい。

(2) 点 P が点 A から動いたとき線分 AB 上でいったん OP⊥AB となり，そのときの OP の長さが最小であるから，はじめは小さくなっていき最小値をとったあとは大きくなっていくので**オ**が正しい。

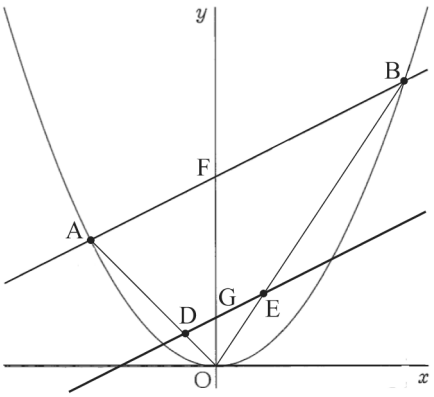
問３　△BCP の底辺を線分 BC とすると，高さは点 C の x 座標と点 P の x 座標の差である。点 B の y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$ であり，点 P の x 座標を t とすると，$-4 \leqq t \leqq 6$ だから高さは $6-t$　　△BCP の面積は，$\frac{1}{2}\times 9\times(6-t)=21$　　これを解いて $t=\frac{4}{3}$ である。

図１



問４　まず直線 AB の式を求める。直線の式を $y=ax+b$ とおいて A(−4，4)，B(6，9) を代入すると $\begin{cases}4=-4a+b\\9=6a+b\end{cases}$ である。この連立方程式を解くと $a=\frac{1}{2}$，$b=6$ となるので直線 AB の式は，$y=\frac{1}{2}x+6$ となる。ここで切片を F(0，6) としておく。次に△ODE と△OAB について
∠DOE＝∠AOB，平行線の同位角は等しいから
∠ODE＝∠OAB，2 組の角がそれぞれ等しいので
△ODE∽△OAB である。
△ODE＝$\frac{1}{16}$×△OAB なので，△ODE と△OAB の面積の比は $1:16=1^2:4^2$ であり，相似である 2 つの図形の面積の比は相似比の 2 乗になるので，△ODE と△OAB の相似比は OD：OA＝1：4 である。
ここで直線 DE の切片を点 G とすると，直線 AB と直線 DE は平行だから OD：OA＝OG：OF である。すなわち，OG：OF＝1：4 なので，OG：6＝1：4 だから OG＝$\frac{3}{2}$ となり，直線 DE の切片は $\frac{3}{2}$ である。傾きは直線 AB の傾きと等しく $\frac{1}{2}$ だから，求める直線 DE の式は $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ となる。

図２

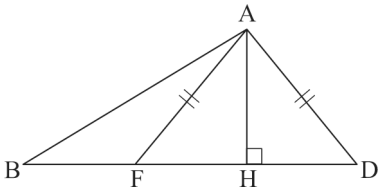


4 【平面図形】

問２　△ABCは二等辺三角形なので,底角は等しく∠ABC＝∠ACBである。また三角形の内角の和は180°だから 2×∠ACB＋a°＝180°　　これを∠ACBについて解くと∠ACB＝90°－$\frac{1}{2}a$°となる。

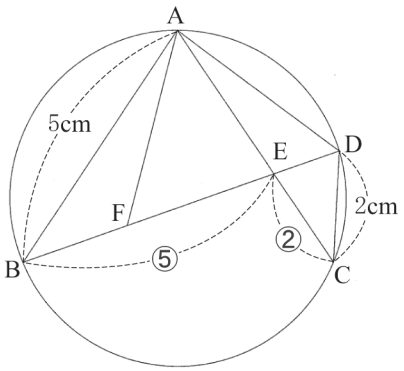
問３　(1) △ABF≡△ACD より，対応する辺の長さは等しいから AF＝AD なので，△AFD は二等辺三角形である。∠A から底辺 FD に垂線 AH をひくと FH＝DH
また，BF＝CD＝2cm，BD＝6cm なので FD＝4cm だから FH＝2cm とわかるので BH＝4cm となる。直角三角形 ABH について三平方の定理より $AH^2=AB^2-BH^2=5^2-4^2=9$
そして直角三角形 ADH について三平方の定理より，
$AD^2=AH^2+HD^2=9+2^2=13$
AD＞0 より，$AD=\sqrt{13}$ (cm) である。

図１



(2) △ABF と△AED は高さが等しいので，面積の比は底辺の比 BF：ED と等しい。△ABE と△DCE について弧 BC に対する円周角だから∠BAE＝∠CDE，対頂角は等しいから∠AEB＝∠DEC，2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABE∽△DCE
相似比は，AB：DC＝5：2 である。ED＝$x$cm とおくと，
$AE=\frac{5}{2}x$cm なので，EB＝6－x(cm)，$EC=5-\frac{5}{2}x$(cm)，
EB：EC＝5：2 だから，$(6-x):\left(5-\frac{5}{2}x\right)=5:2$
これを解くと，$x=\frac{26}{21}$

図２



△ABF：△AED＝BF：ED＝2：$\frac{26}{21}$＝21：13 なので，
△ABF＝△AED×$\frac{21}{13}$ となり，△ABF の面積は△AED の$\frac{21}{13}$倍である。