Ｒ３　新潟県　公立　数学　問題

数-21-公-新潟-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$6-13$　を計算しなさい。

問２　$2(3a+b)-(a+4b)$　を計算しなさい。

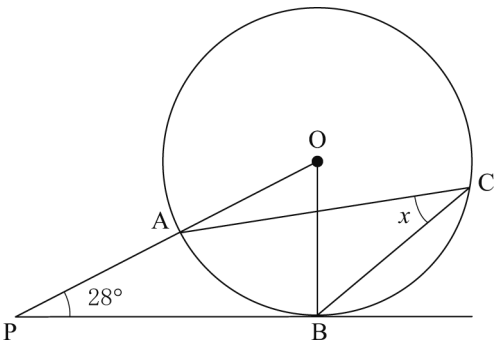
問３　$a^3b^5 \div ab^2$　を計算しなさい。

問４　$\sqrt{14}\times\sqrt{2}+\sqrt{7}$　を計算しなさい。

問５　２次方程式 $x^2+7x+5=0$　を解きなさい。

問６　y は x の２乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=12$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。

問７　右の図のように，円 O の円周上に３つの点 A，B，C があり，線分 OA の延長と点 B を接点とする円 O の接線との交点を P とする。∠APB＝28°であるとき，∠x の大きさを答えなさい。



問８　右の表は，ある中学校の生徒 80 人の通学距離を調べ，度数分布表にまとめたものである。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

階級(m)	度数(人)
以上　未満	
0 ～ 200	3
200 ～ 400	20
400 ～ 600	16
600 ～ 800	12
800 ～ 1000	23
1000 ～ 1200	6
計	80

(1) 200 m 以上 400 m 未満の階級の相対度数を，小数第 2 位まで答えなさい。

(2) 通学距離の中央値がふくまれる階級を答えなさい。

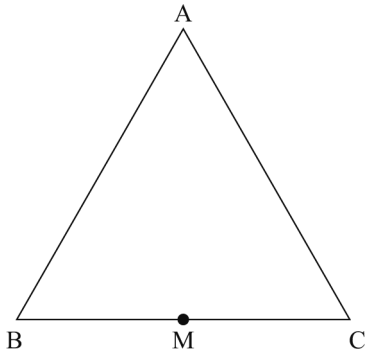
数-21-公-新潟-問-02

2　次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　連続する 2 つの自然数がある。この 2 つの自然数の積は，この 2 つの自然数の和より 55 大きい。このとき，連続する 2 つの自然数を求めなさい。

問２　赤玉 1 個，白玉 2 個，青玉 2 個が入っている袋 A と，赤玉 2 個，白玉 1 個が入っている袋 B がある。袋 A，袋 B から，それぞれ 1 個ずつ玉を取り出すとき，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率を求めなさい。

問３　下の図のような，正三角形 ABC があり，辺 BC の中点を M とする。辺 BC 上にあり，∠BDA＝105°となる点 D を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図は解答用紙に行い，作図に使った線は消さないで残しておくこと。



3 下の**図１**のように空(から)の水そうがあり，P，Q からそれぞれ出す水をこの中に入れる。最初に，P，Q から同時に水を入れ始めて，その 6 分後に，Q から出す水を止め，P からは出し続けた。さらに，その 4 分後に，P から出す水も止めたところ，水そうの中には 230 L の水が入った。

P，Q から同時に水を入れ始めてから，x 分後の水そうの中の水の量を y L とする。下の**図２**は，P，Q から同時に水を入れ始めてから，水そうの中の水の量が 230 L になるまでの，x と y の関係をグラフに表したものである。このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，P，Q からは，それぞれ一定の割合で水を出すものとする。

図１

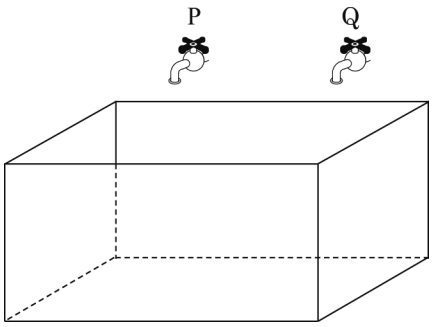
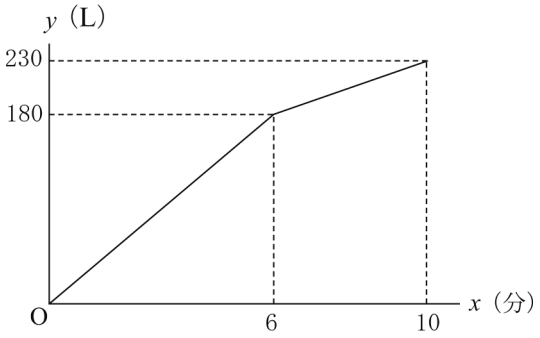


図２



問１　**図２**について，$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，直線の傾きを答えなさい。

問２　**図２**について，$6 \leqq x \leqq 10$ のとき，x と y の関係を $y=ax+b$ の形で表す。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) b の値を答えなさい。

(2) 次の文は，b の値について述べたものである。このとき，文中の ［　　］ に当てはまる最も適当なものを，下の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その符号を書きなさい。

> b の値は，P，Q から同時に水を入れ始めてから，水そうの中の水の量が 230 L になるまでの間の，［　　］ と同じ値である。

ア　「P から出た水の量」と「Q から出た水の量」の和

イ　「P から出た水の量」から「Q から出た水の量」を引いた差

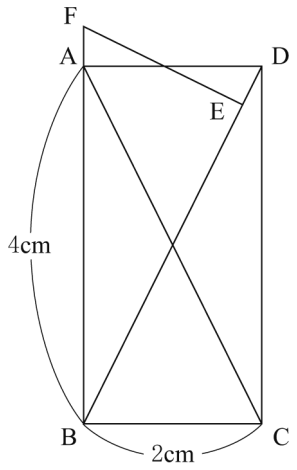
ウ　P から出た水の量

エ　Q から出た水の量

問３　P から出た水の量と，Q から出た水の量が等しくなるのは，P，Q から同時に水を入れ始めてから何分何秒後か，求めなさい。

4 右の**図１**のように，AB＝4 cm，BC＝2 cm の長方形 ABCD があり，△ACD≡△FBE となるように，対角線 BD 上に点 E を，辺 BA の延長上に点 F をそれぞれとる。このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

図１



問１　線分 DE の長さを答えなさい。

問２　次の文は，ある中学校の数学の授業での，先生と生徒の会話の一部である。この文を読んで，あとの(1)～(4)の問いに答えなさい。

先生：　厚紙に，上の**図１**の△FBE と合同な△PQR を作図し，これを切り取ります。また，次のページの**図２**のように，半直線 OX と，OX に垂直な半直線 OY を紙にかきます。この紙の上に，切り取った△PQR を，次のページの**図３**のように，頂点 Q を点 O と，辺 PQ を半直線 OY と，それぞれ重ねて置き，次の手順Ⅰ，Ⅱに従って動かします。このとき，頂点 R の動きについて，何か気づくことはありますか。

手順

Ⅰ　**図３**の△PQR の位置から，頂点 P を半直線 OY 上で，頂点 Q を半直線 OX 上で，それぞれ矢印の向きに動かす。次のページの**図４**は，頂点 P が半直線 OY 上のある点を，また，頂点 Q が半直線 OX 上のある点を，それぞれ通るときのようすを表したものである。

Ⅱ　次のページの**図５**のように，頂点 P が点 O と重なったとき，△PQR を動かすことを終了する。

ケン：　頂点 R は，ある１つの直線上を動いているような気がします。不思議ですね。

ナミ：　ある１つの直線上を動くのなら，その直線は点 O を通りそうです。

先生：　それが正しいかどうかを確かめるために，∠ROX に注目してみましょう。

ナミ：　**図３**では，∠QRP の大きさが［　**ア**　］度だから，∠ROX の大きさは∠RPQ の大きさと等しくなります。

先生：　そうですね。では，**図４**で，点 O と頂点 R を結ぶと同じことが言えるでしょうか。

リエ：　**図４**で，3 点 P，Q，R を通る円をかくと，∠QRP の大きさは［　**ア**　］度だから，△PQR の辺［　**イ**　］はその円の直径になります。

先生：　今のリエさんの考え方を使って，∠ROX の大きさは∠RPQ の大きさと等しくなることが証明できます。この証明をノートに書いてみましょう。

ナミ：　できました。

ケン：　私もできました。**図５**でも，∠ROX の大きさは∠RPQ の大きさと等しくなるので，頂点 R は，点 O を通る 1 つの直線上を動くと言えます。

先生：　そのとおりです。よくできました。次に，手順Ⅰ，Ⅱに従って△PQR を動かしたときの頂点 R の道のりを，頂点 R の動きをふまえて求めてみましょう。

リエ：　はい。頂点 R が動いた道のりは［ ウ ］cm です。

図２

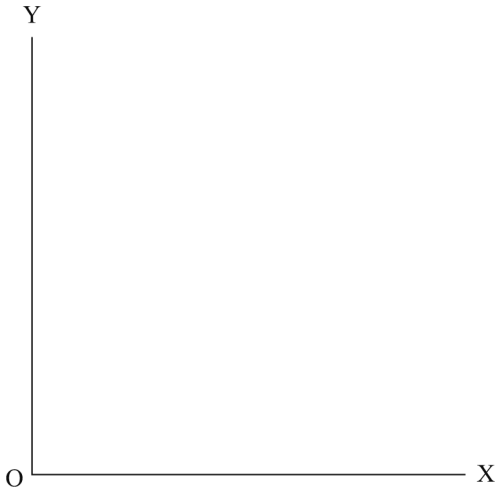


図３

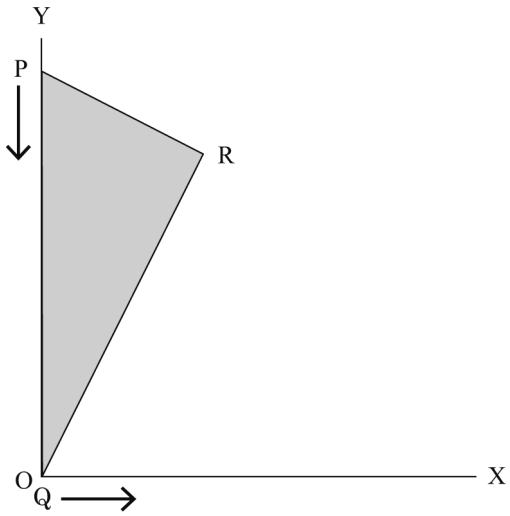


図４

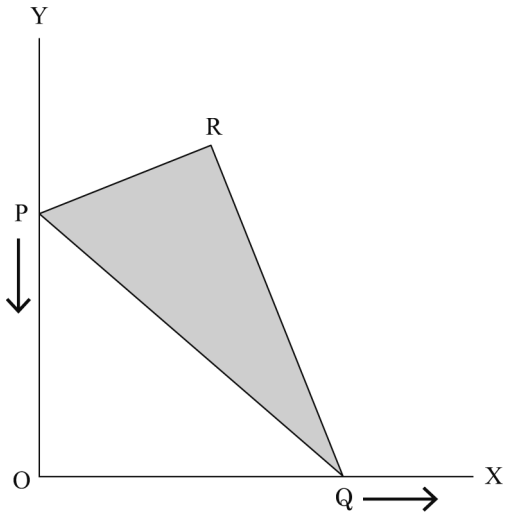
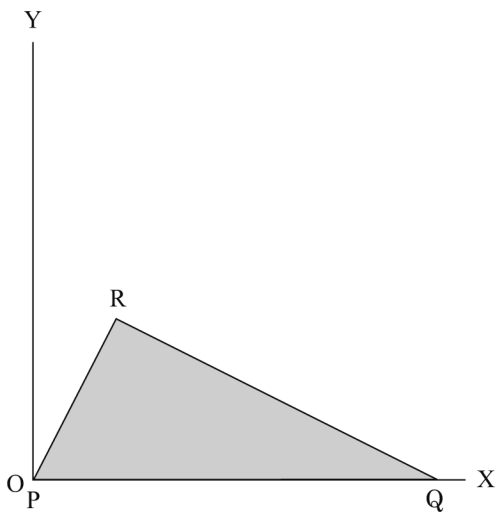


図５



(1)［ ア ］に入る値を答えなさい。

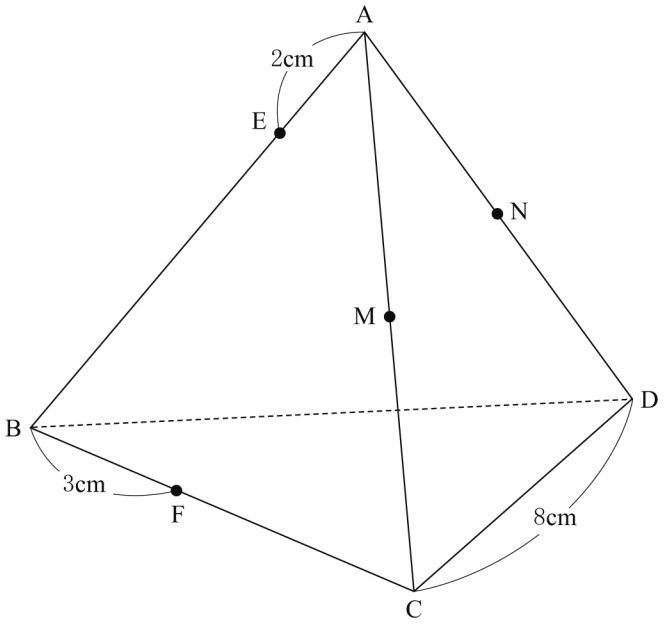
(2)［ イ ］に入る，△PQR の辺はどれか，答えなさい。

(3) 下線部分について，リエさんの考え方を使って，**図４**で∠ROX の大きさが∠RPQ の大きさと等しくなることを証明しなさい。

(4)［ ウ ］に入る値を求めなさい。

数-21-公-新潟-問-05

5 下の図のような1辺の長さが8 cmの正四面体ABCDがあり，辺AC，ADの中点をそれぞれM，Nとする。また，辺AB上にAE＝2 cmとなるような点Eをとり，辺BC上にBF＝3 cmとなるような点Fをとる。このとき，次の**問1**～**問3**に答えなさい。



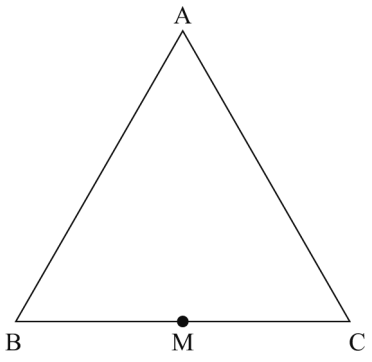
問1　線分MNの長さを答えなさい。

問2　△AEM∽△BFEであることを証明しなさい。

問3　5点F，C，D，N，Mを結んでできる四角すいの体積は，三角すいEAMNの体積の何倍か，求めなさい。

Ｒ３　新潟県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-新潟-KY-01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５	$x=$			
		問６				
		問７	$\angle x=$　　度			
		問８	(1)			
			(2)	m 以上　　m 未満		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-新潟-KY-02	2	問１	〔求め方〕 答 ＿＿＿＿＿＿＿＿		
		問２	〔求め方〕 答 ＿＿＿＿＿＿＿＿		
		問３			

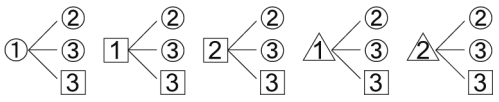
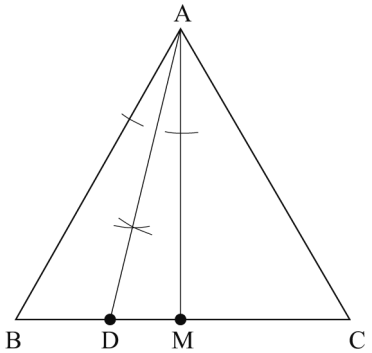
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-新潟-KY-03	3	問１				
		問２	(1)	$b=$		
			(2)			
		問３	〔求め方〕 答　　分　　秒後			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−21−公−新潟−KY−04	4	問１		cm		
		問２	(1)			
			(2)			
			(3)	〔証明〕		
			(4)	〔求め方〕 答　　cm		

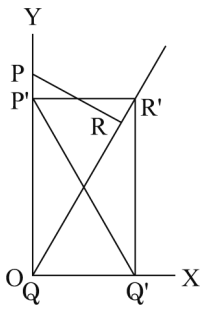
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-新潟-KY-05	5	問１	cm		
		問２	〔証明〕		
		問３	〔求め方〕 答　　倍		

数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-新潟-大-01	1	問１	-7		4	
		問２	$5a-2b$		4	
		問３	a^2b^3		4	
		問４	$3\sqrt{7}$		4	
		問５	$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$		4	
		問６	$y=3x^2$		4	
		問７	$\angle x=$　31　度		4	
		問８	(1)	0.25	2	
			(2)	600　m 以上　800　m 未満	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−21−公−新潟−K−02	2	問１	〔求め方〕 (正答例) 連続する 2 つの自然数は，n を自然数とすると，n，$n+1$ とおける。2 つの自然数の積は，和より 55 大きいから $n(n+1)=n+n+1+55$ $(n-8)(n+7)=0$ n は自然数だから $n=8$ 求める 2 つの自然数は 8，9 答　8，9	6	
		問２	〔求め方〕 (正答例) 袋 A に入っている赤玉を ①, 白玉を 1, 2, 青玉を △1, △2, 袋 B に入っている赤玉を ②, ③, 白玉を 3 とおく。玉の取り出し方は 15 通りあり，玉の色が異なるのは 11 通りある。  よって，求める確率は$\frac{11}{15}$ 答　$\frac{11}{15}$	6	
		問３	(正答例)  	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-新潟-木-03	3	問１	30		4	
		問２	(1)	$b=105$	4	
			(2)	エ	4	
		問３	〔求め方〕 (正答例) グラフから，P からは毎分$\frac{25}{2}$L の水が出ていることがわかる。求める時間を x 分とすると $105=\frac{25}{2}\times x$ だから，$x=\frac{42}{5}=8+\frac{24}{60}$ よって，求める時間は 8 分 24 秒後 答　8 分 24 秒後		6	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-新潟-下-04	4	問１		$2\sqrt{5}-4$　cm	4	
		問２	(1)	90	2	
			(2)	PQ	2	
			(3)	〔証明〕 (正答例) 3 点 P，O，Q を通る円をかくと，∠POQ＝90°だから，辺 PQ はこの円の直径になる。3 点 P，Q，R を通る円も PQ が直径になるので，4 点 P，O，Q，R は同じ円周上にあることがわかる。したがって，円周角の定理から， ∠ROX＝∠RPQ	5	
			(4)	〔求め方〕 (正答例) 線分 OR の長さが最も長くなるのは，  ∠RQO＝90°になるときである。このときの頂点 P，Q，R をそれぞれ P'，Q'，R'とおく。辺 PQ と半直線 OY が重なっているときの R を考えると，RR'＝$2\sqrt{5}-4$ である。また，辺 PQ と半直線 OX が重なっているときの R を R"とおくと，R'R"＝$2\sqrt{5}-2$ よって，求める道のりは， $2\sqrt{5}-4+2\sqrt{5}-2=4\sqrt{5}-6$ 答　$4\sqrt{5}-6$　cm	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-新潟-K-05	5	問１	4　cm	5	
		問２	〔証明〕 (正答例) △AEM と△BFE において， △ABC は正三角形だから， ∠MAE＝∠EBF＝60°…① AE＝2 cm で，点 M は AC の中点だから， AM＝4 cm　また，BF＝3 cm， BE＝AB－AE＝6 cm よって， AE：BF＝AM：BE＝2：3 …② ①，②より 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから， △AEM∽△BFE	5	
		問３	〔求め方〕 (正答例) 中点連結定理より MN // CD だから， △AMN∽△ACD であり，相似比は 1：2 で，面積比は 1：4 となる。 よって，△AMN と四角形 CDNM の面積比は 1:3 である。 また，CF＝5 cm だから， AE：CF＝2：5＝1：$\frac{5}{2}$ したがって，四角すい FCDNM の体積は， 三角すい EAMN の体積の $3\times\frac{5}{2}=\frac{15}{2}$倍である。 答　$\frac{15}{2}$ 倍	5	

数-21-公-新潟-KS-01

1　【小問集合】

問５　解の公式より，$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-20}}{2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

問７　円の接線と，接点を通る円の半径は垂直に交わるから，$\angle OBP=90^\circ$
三角形の内角の和は 180° だから，
$\angle AOB=180^\circ-(\angle OPB+\angle OBP)=180^\circ-(28^\circ+90^\circ)=62^\circ$
$\angle AOB$ は$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角，$\angle ACB$ は$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから，円周角の定理より，
$\angle x=\dfrac{1}{2}\times62^\circ=31^\circ$

問８　(1) 200m 以上 400m 未満の階級の度数は 20 人，度数の合計は 80 人だから，$\dfrac{20}{80}=\dfrac{1}{4}=0.25$

(2) 度数の合計は 80 人だから，中央値は，小さい方から数えて 40 番目と 41 番目の値の平均値である。
400m 以上 600m 未満の階級までの累積度数は 3＋20＋16＝39(人)だから，40 番目と 41 番目の値は，どちらも 600m 以上 800m 未満の階級にふくまれる。

ポイント》【代表値】
⇒データの特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。
①　平均値…1 つ 1 つのデータ値の合計をその総数でわった値
②　中央値（メジアン）…調べるデータの値を大きさ順に並べたときの中央の値
　⇒データ総数が偶数のとき…中央にある 2 つの値の平均＝中央値
③　最頻値（モード）…データ中で，最も多く出てくる値

数-21-公-新潟-KS-02

2　【小問集合】

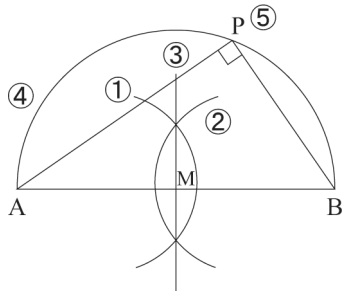
問３　$\angle BDA>90^\circ$ だから，点 D は線分 BM 上にあり，
$\angle ADM=180^\circ-\angle ADB=180^\circ-105^\circ=75^\circ$
△ABC は正三角形で，点 M は辺 BC の中点だから，点 A，M を結ぶ直線をひくと，
$\angle BMA=90^\circ$，$\angle MAB=60^\circ\div2=30^\circ$
△AMD で，内角の和は 180° だから，$\angle MAD=180^\circ-(\angle ADM+\angle DMA)$より，
$\angle MAD=180^\circ-(75^\circ+90^\circ)=15^\circ=\dfrac{1}{2}\times\angle MAB$
したがって，$\angle MAB$ の二等分線と辺 BC の交点を D とすればよい。

ポイント》【具体的な角度を作図するには】

作図でかくことができる角度は，90°，60°のたし算・ひき算や 2 倍，$\dfrac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１

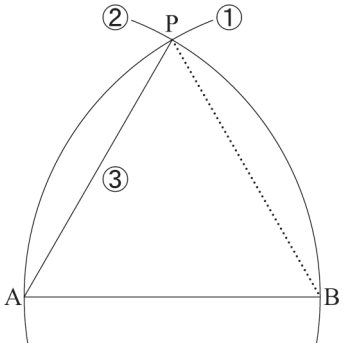


①～③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。

④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。

⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。
60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。

③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。

これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°がかける。

数-21-公-新潟-KS-03

3　【1 次関数の利用】

問１　グラフより，原点(0，0)と点(6，180)を通る直線の傾きを求めればよいから，$\frac{180}{6}=30$

問２　(1) グラフより，2 点(6，180)，(10，230)を通る直線の切片を求める。

$y=ax+b$ で，$a=\frac{230-180}{10-6}=\frac{50}{4}=\frac{25}{2}$より，$y=\frac{25}{2}x+b$ に $x=6$，$y=180$ を代入すると，$y=\frac{25}{2}\times6+b$ より，$b=180-75=105$

(2) $0\leqq x\leqq6$ のときの直線の傾きから，P と Q から 1 分あたりに出る水の量の合計は 30L。

$6\leqq x\leqq10$ のときの直線の傾きから，P から 1 分あたりに出る水の量は$\frac{25}{2}$L。よって，Q から 1 分あたりに出る水の量は，$30-\frac{25}{2}=\frac{35}{2}$(L)

したがって，P から出た水の量は，$\frac{25}{2}\times10=125$(L)，Q から出た水の量は，$\frac{35}{2}\times6=105$(L)より，**エ**が適当。

問３　Q から出た水の量は，$0\leqq x\leqq6$ で 105L，$6\leqq x\leqq10$ では 0L である。P からは $0\leqq x\leqq10$ の間，水が出続けているから，求める時間は，$105\div\frac{25}{2}=\frac{42}{5}=8+\frac{2}{5}=8+\frac{24}{60}$(分後)より，8 分 24 秒後。

ポイント》【直線の式の求め方】

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x，y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

数-21-公-新潟-KS-04

4 【平面図形】

問１　△DBC は，BC＝2cm，DC＝4cm，∠BCD＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，

$DB^2=BC^2+DC^2=2^2+4^2=20$　　DB＞0 より，$DB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)

△ACD≡△FBE より，BE＝CD＝4cm だから，$DE=DB-BE=2\sqrt{5}-4$(cm)

問２　(4) 頂点 R は，右の図の直線 OR 上を R から R'へ動いた後，R'から R"へ動く。

△ACD≡△FBE であり，△PQR≡△FBE,

△P'Q'R'≡△PQR だから，**問１**より，

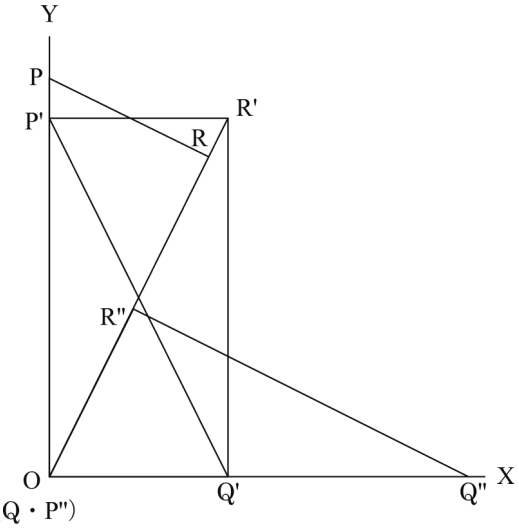
$RR'=DE=2\sqrt{5}-4$(cm)

また，$OR'=DB=2\sqrt{5}$(cm)，△P"Q"R"≡△PQR より P"R"＝PR＝2cm だから，

$R'R"=OR'-P"R"=2\sqrt{5}-2$(cm)

よって，頂点 R が動いた道のりは，

$RR'+R'R"=2\sqrt{5}-4+2\sqrt{5}-2=4\sqrt{5}-6$(cm)



数-21-公-新潟-KS-05

5 【空間図形】

問１　点 M，N は辺 AC，AD の中点だから，△ACD において，中点連結定理より，

$MN=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 8=4$(cm)

問３　四角すい FCDNM の底面を四角形 CDNM，三角すい EAMN の底面を△AMN として考える。

問１より，△AMN は 1 辺 4cm の正三角形だから，△AMN∽△ACD で，相似比は 1：2

よって，四角すい FCDNM と三角すい EAMN の底面積の比は，

四角形 CDNM：△AMN＝(△ACD－△AMN)：△AMN＝$(2^2-1^2):1^2=3:1$

また，辺 CD の中点を O とし，点 B, F，E から△ACD にひいた垂線と，△ACD との交点をそれぞれ G，H，I とする。線分 BG，FH は△BCN にふくまれるから，∠BCG＝∠FCH,

∠BGC＝∠FHC＝90°より，

△BCG∽△FCH

線分 BG，EI は△ABO にふくまれるから，∠BAG＝∠EAI,

∠BGA＝∠EIA＝90°より，

△BAG∽△EAI

△BCG と△FCH の相似比は，

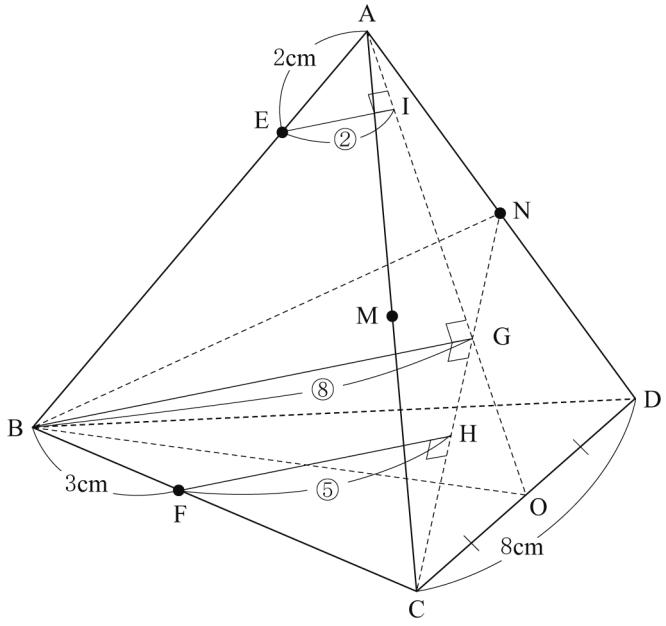
BC：FC＝8：(8－3)＝8：5 だから，

BG：FH＝8：5

△BAG と△EAI の相似比は，

BA：EA＝8：2 だから，

BG：EI＝8：2



よって，四角すい FCDNM と三角すい EAMN の高さの比は，FH：EI＝5：2

したがって，四角すい FCDNM と三角すい EAMN の体積の比は，(3×5)：(1×2)＝15：2

四角すい FCDNM の体積は，三角すい EAMN の体積の$\frac{15}{2}$倍。