H28　大分県　公立　数学　問題

数-16-公-大分-問-01

1　次の**問１**～**問７**に答えなさい。

問１　次の**(1)**～**(5)**の計算をしなさい。

(1)　$-3+8$

(2)　$(-2)^3 \div 4 - 3^2$

(3)　$7(2a-3b)-5(3a-4b)$

(4)　$\dfrac{x-3y}{4}+\dfrac{-x+y}{6}$

(5)　$\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{12}$

問２　2 次方程式　$(x-1)(x+2)=7(x-1)$　を解きなさい。

問３　あるラーメン店のメニューには，A ラーメン 700 円と B ラーメン 800 円の 2 種類がある。ある日，2 種類のラーメンが合わせて 100 杯売れ，売り上げ金額は合計 76100 円であった。
A ラーメンは何杯売れたか求めなさい。ただし，料金は消費税込みの金額である。

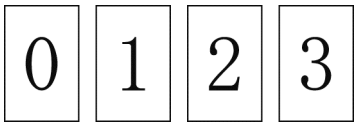
問４　下の〔表〕は，ある学校のバスケットボールチームの選手の身長を度数分布表に整理したものである。

最頻値を求めなさい。

〔表〕

階級（cm）以上　未満	度数（人）
140 ～ 150	1
150 ～ 160	4
160 ～ 170	□
170 ～ 180	3
180 ～ 190	2
計	15

問５　右の図のように，0 から 3 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。この 4 枚のカードをよくきってから 1 枚ずつ 2 回続けてひく。

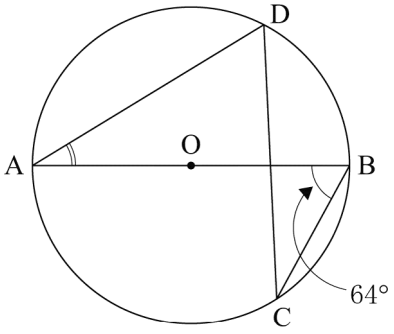


ひいた 2 枚のカードに書かれた数の積が 3 以下である確率を求めなさい。

ただし，どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。

問６　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に 2 点 C，D があり，AD＝CD である。

∠ABC＝64 °のとき，∠BAD の大きさを求めなさい。

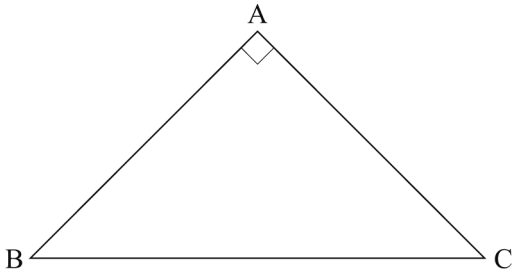


問7　下の図のように，∠A＝90°，AB＝AC である△ABC がある。

次の［条件］①，②をともに満たす点 D，E をそれぞれ辺 AB，AC 上に作図しなさい。

［条件］	①	△ABC と△ADE は相似である。
	②	△ADE の面積は△ABC の面積の $\frac{1}{2}$ 倍である。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないこと。

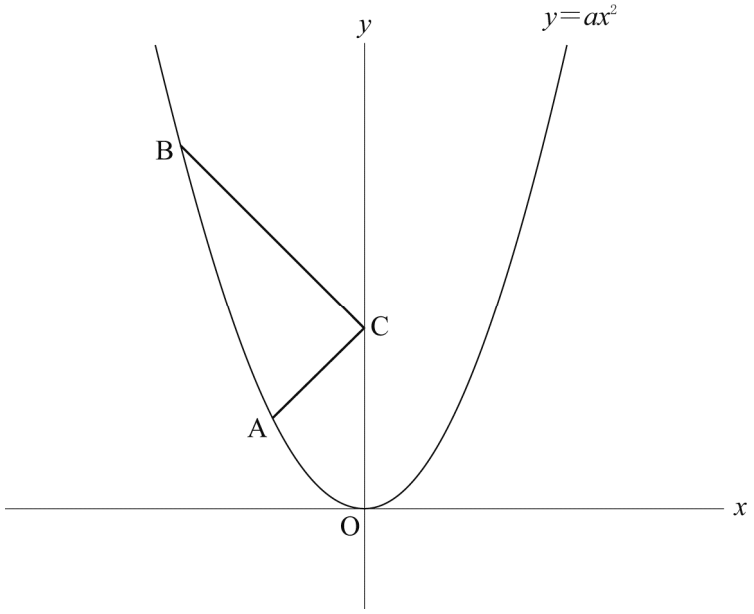


数-16-公-大分-問-02

2　次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1　下の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の座標は $(-3,\ 3)$，点 B の x 座標は−6 である。また，y 軸上に点 C があり，点 C の y 座標は正である。

次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

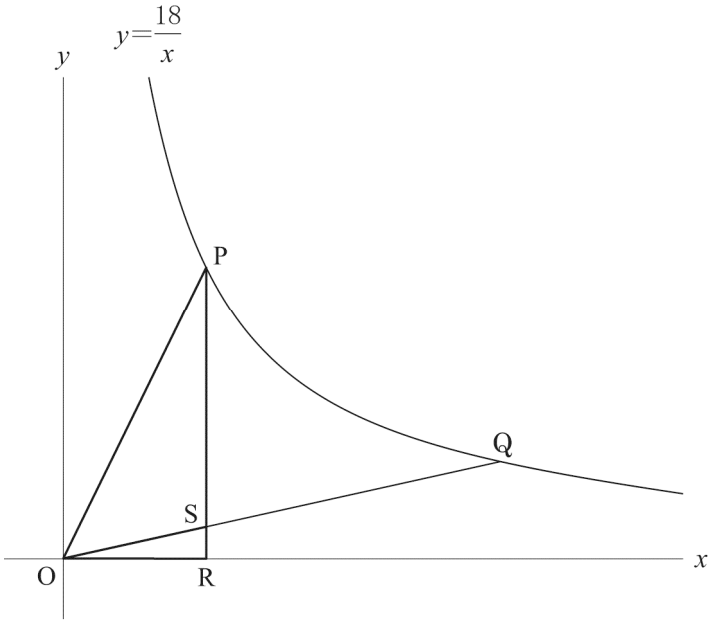


(1) a の値を求めなさい。

(2) 線分 AC と線分 BC の長さの和 AC＋BC がもっとも小さくなるときの，点 C の y 座標を求めなさい。

問２　下の図のように，関数 $y=\dfrac{18}{x}\ (x>0)$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，点 Q の x 座標は点 P の x 座標の 3 倍である。また，点 P を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点を R とし，線分 PR と線分 OQ の交点を S とする。

次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。



(1) △OPR の面積を求めなさい。

(2) △OPS の面積を求めなさい。

数-16-公-大分-問-03

3 下の会話は，中学生のあつしくんとさくらさんが，先生から出された課題について話しているときのものである。

会話を読んで，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

［先生から出された課題］

異なる 2 つの自然数を自由に選び，それら 2 つの自然数の和を A，大きい方の自然数から小さい方の自然数をひいた差を B とする。さらに，A の 2 乗から B の 2 乗をひいた差を X とする。

このとき，X はいつでもある自然数の倍数になっている。どんな自然数の倍数になっているか予想して，それが成り立つわけを説明しなさい。

あつしくん： まずは，具体的な数で考えてみてはどうかな？
異なる 2 つの自然数として，2 と 3 を選ぶと X＝24，3 と 4 を選ぶと X＝48，4 と 5 を選ぶと X＝80 になるよね。

さくらさん： 24，48，80 はどれも 8 の倍数になっているから，X はいつでも 8 の倍数になると考えていいのかな？

・・・・・・・・・・・・

あつしくん： そうとは限らないんじゃないかな。
たとえば，異なる 2 つの自然数として，**ア** と **イ** を選ぶと X＝ **ウ** になるから，このとき，X は 8 の倍数ではないよね。

さくらさん： じゃあ，X はいつでも 4 の倍数になるのかな？
いつでも成り立つわけを説明するためには，授業で学習した文字と式を利用すればいいのよね。

あつしくん： そうだったね。やってみよう。

・・・・・・・・・・・・

あつしくん： 確かに，X はいつでも 4 の倍数になるんだ。次のようにして説明できたよ。

［説明］

選んだ 2 つの自然数を a，b $(a>b)$ とすると，

エ

さくらさん： そうね。わたしも同じように説明できたわ。

問１　会話の中の下線部のことがらが**正しくない**ことを示す例となるように，［ア］，［イ］に適する数を求めなさい。また，その［ア］，［イ］を用いて［ウ］に適する数を求めなさい。

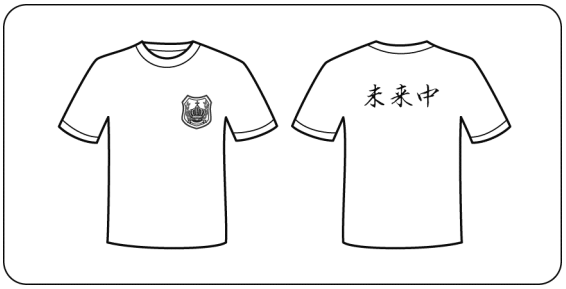
問２　会話の中の［エ］に続きを書き，［説明］を完成させなさい。

問３　X＝2016 となる異なる 2 つの自然数のうち，B の値がもっとも小さくなるものを求めなさい。

数-16-公-大分-問-04

4　ある部活動でオリジナルTシャツを作ることになった。

オリジナル T シャツ



オリジナル T シャツのデザインは部員が決め，部員と保護者から購入希望をとることにした。

1 枚あたりの購入金額は，製作にかかった料金を購入枚数でわって求めることとする。

部長のかずおくんは，安く製作するにはどの会社に頼めばよいかを考えるため，2 つの会社の料金のシステムをインターネットで調べた。

下の〔表〕は，かずおくんが調べた 2 つの会社の料金のシステムをまとめたものである。ただし，どちらの会社の料金も消費税込みの金額である。

〔表〕

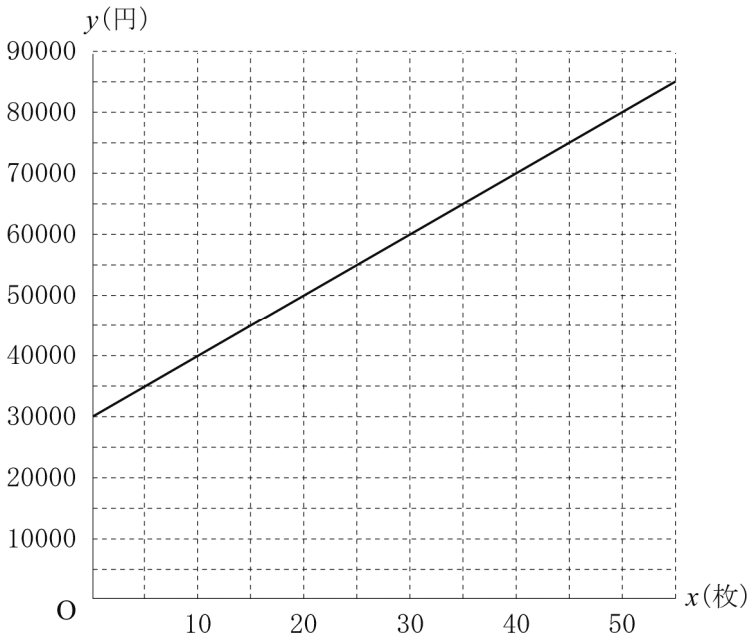
会　社	料　金　の　シ　ス　テ　ム
A　社	20 枚目まではオリジナル T シャツ 1 枚につき 2000 円かかり， 21 枚目からはオリジナル T シャツ 1 枚につき 1500 円かかる。 例　10 枚購入する場合，料金は，2000×10＝20000 (円) 30 枚購入する場合，料金は，2000×20＋1500×10＝55000 (円)
B　社	製版代として 30000 円かかり，オリジナル T シャツ 1 枚につき 1000 円かかる。 例　20 枚購入する場合，料金は，30000＋1000×20＝50000 (円)

(注) 製版代は，プリントするときの元になる版をつくるために必要な料金のことである。

次に，オリジナル T シャツを x 枚作るときの料金を y 円として，x と y の関係をグラフで表し，2 つの会社の料金を比較することにした。

下の〔図〕は，B 社の x と y の関係をグラフに表したものである。

〔図〕



次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　A 社の x と y の関係を表すグラフを解答欄の〔図〕にかき入れなさい。

問２　部員は 25 名である。25 枚のオリジナル T シャツを購入する場合，どちらの会社の料金が安いかは**グラフ**から判断できる。その方法を説明しなさい。

問３　かずおくんは，1 枚あたりの購入金額を 1800 円より安くする場合を考えた。

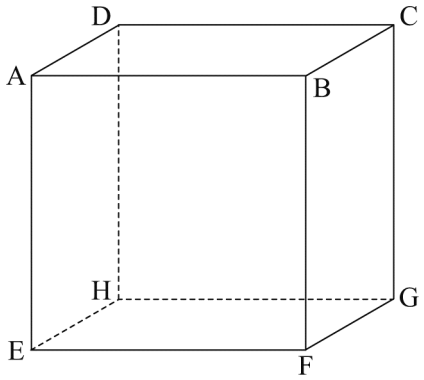
次の［かずおくんの考え］の，［ **ア** ］，［ **イ** ］に適する数を求めなさい。

［かずおくんの考え］

1 枚あたりの購入金額を 1800 円より安くする場合，［ **ア** ］枚以上［ **イ** ］枚以下のとき，A 社の料金の方が B 社の料金よりも安くなる。

数-16-公-大分-問-05

5 右の図のように，1 辺の長さが 4 cm の立方体 ABCD－EFGH がある。
次の**問１**～**問３**に答えなさい。



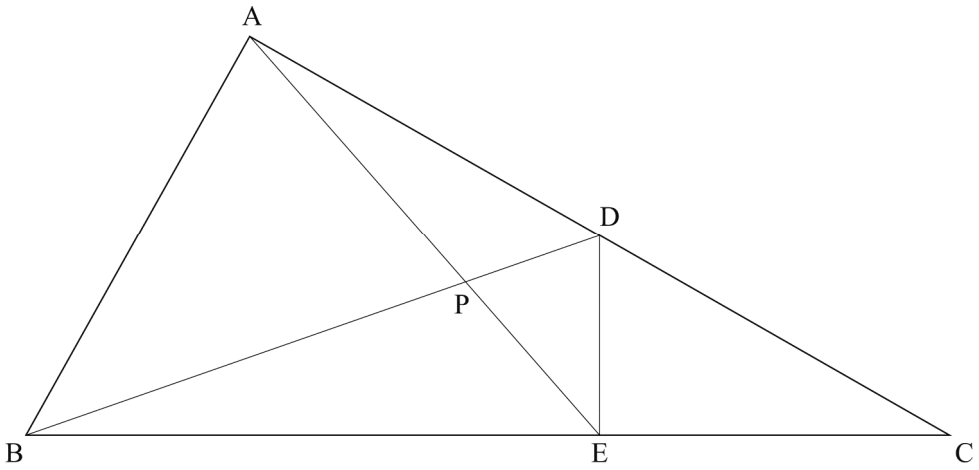
問１　立方体の 8 つの頂点から異なる 2 点を選び，その点を結んで線分をつくる。
できる線分のうち，長さがもっとも長くなるときの線分の長さを求めなさい。
また，そのときの線分をすべて答えなさい。

問２　立方体の 8 つの頂点から異なる 3 点を選び，その点を結んで三角形をつくる。
できる三角形のうち，面積がもっとも大きくなるときの三角形の面積を求めなさい。

問３　立方体の 8 つの頂点から，次の［ア］，［イ］のようにして異なる 4 点を選び，その点を結んで三角すいをつくる。
［ア］(2)で考えた面積がもっとも大きくなる場合の三角形の頂点を 3 点選ぶ。
［イ］［ア］以外の 5 つの頂点から 1 点を選ぶ。
このときできる三角すいのうち，体積がもっとも大きくなるときの三角すいの体積を求めなさい。

数-16-公-大分-問-06

6 下の図のような△ABC があり，∠ACB＝30 °，∠BAC＝90 °，BC＝12 cm である。点 D は辺 AC の中点，点 E は∠CED＝90 °となる辺 BC 上の点である。また，線分 AE と線分 BD の交点を P とする。次の**問１**～**問３**に答えなさい。

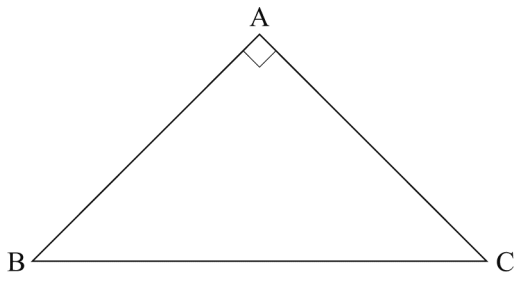


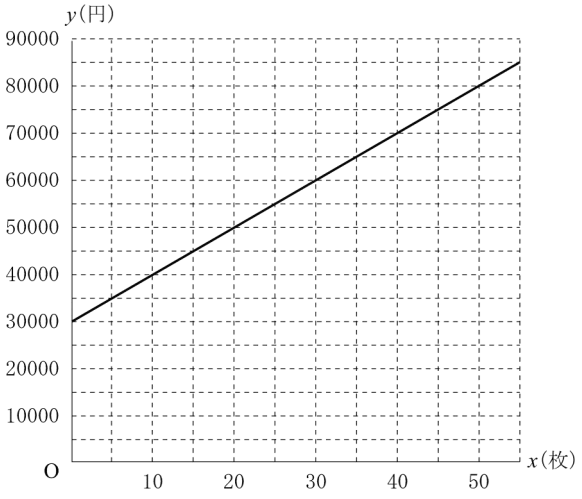
問１　線分 CD の長さを求めなさい。

問２　△ACE∽△BCD であることを証明しなさい。

問３　線分 BP の長さを求めなさい。

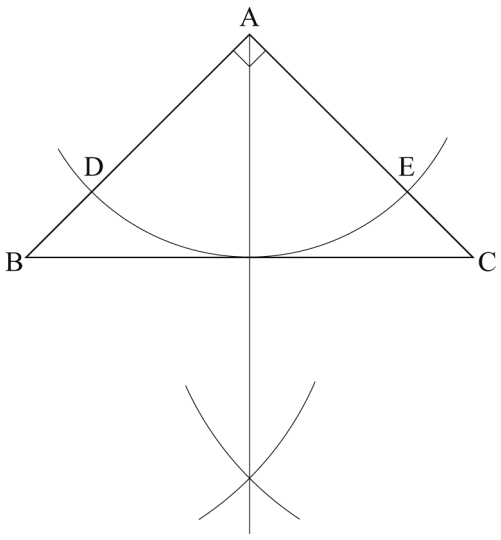
H28　大分県　公立　数学　解答用紙

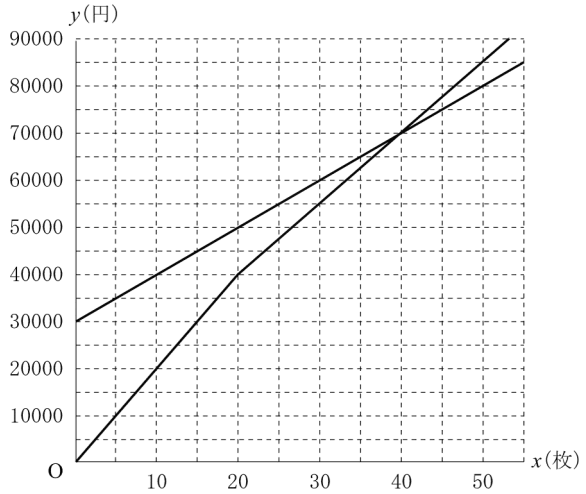
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-大分-KN-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問2	$x=$			
		問3	(杯)			
		問4	(cm)			
		問5				
		問6	∠BAD＝　　(度)			
		問7				

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="5">数-16-公-大分-N-02</td><td rowspan="5">2</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td colspan="5">$a=$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5">(y 座標)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="5"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-16-公-大分-N-03</td><td rowspan="3">3</td><td>問１</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td><td>ウ</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="6">〔説明〕
選んだ 2 つの自然数を a，b $(a>b)$ とすると，
エ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="6">と</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">数-16-公-大分-N-04</td><td rowspan="4">4</td><td>問１</td><td colspan="6">〔図〕

</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="6"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>ア</td><td colspan="5"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td colspan="5"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大分-N-05	5	問1	(長さ)　　(cm)		
			(線分)		
		問2	(cm^2)		
		問3	(cm^3)		
数-16-公-大分-N-06	6	問1	(cm)		
		問2	〔証明〕		
		問3	(cm)		

H28　大分県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大分-K01	1	問1	(1)	5	2	
			(2)	-11	2	
			(3)	$-a-b$	2	
			(4)	$\frac{x-7y}{12}$	2	
			(5)	$2\sqrt{3}$	2	
		問2		$x=1,\ 5$	2	
		問3		39　(杯)	2	
		問4		165　(cm)	2	
		問5		$\frac{5}{6}$	2	
		問6		$\angle BAD=32$　(度)	2	
		問7		(解答例)  	2	

	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-大分-K-02	2	問1	(1)	$a=\frac{1}{3}$	1	
			(2)	(y 座標)　6	2	
		問2	(1)	9	1	
			(2)	8	2	
数-16-公-大分-K-03	3	問1	(解答例) ア 1　イ 3　ウ 12		2	
		問2	〔説明〕 選んだ 2 つの自然数を a，b $(a>b)$ とすると， **エ** (解答例) A$=a+b$，B$=a-b$ より X$=$A$^2-$B^2 $=(a+b)^2-(a-b)^2$ $=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$ $=4ab$ a，b は自然数だから，$4ab$ は 4 の倍数である。 したがって，X はいつでも 4 の倍数である。		3	
		問3	21　と　24		3	
数-16-公-大分-K-04	4	問1	〔図〕  		2	
		問2	(解答例)　A 社と B 社のグラフにおいて，x の値が 25 のときの y の値が小さい A 社が安いと判断する。		2	
		問3	ア	34	2	
			イ	39	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大分-K-05	5	問１	(長さ)　$4\sqrt{3}$ (cm)	2	
			(線分)　AG，BH，CE，DF	1	
		問２	$8\sqrt{3}$ (cm^2)	2	
		問３	$\frac{64}{3}$ (cm^3)	3	
数-16-公-大分-K-06	6	問１	$3\sqrt{3}$ (cm)	2	
		問２	〔証明〕 (解答例) △ACE と△BCD において △ABC は 90°，60°，30°である直角三角形だから AC：BC＝$\sqrt{3}$ ：2 △CDE は 30°，60°，90°である直角三角形だから CE：CD＝$\sqrt{3}$ ：2 よって，AC：BC＝CE：CD　…① また，共通な角だから， ∠ACE＝∠BCD　…② ①，②より， 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから △ACE∽△BCD	3	
		問３	$\frac{30\sqrt{7}}{13}$ (cm)	3	

数－16－公－大分－KS－01

1　**問1**　**(1)**　$-3+8=+(8-3)=5$

(2)　$(-2)^3\div4-3^2=-8\div4-9=-2-9=-11$

(3)　$7(2a-3b)-5(3a-4b)=14a-21b-15a+20b=-a-b$

(4)　$\dfrac{x-3y}{4}+\dfrac{-x+y}{6}=\dfrac{3(x-3y)+2(-x+y)}{12}=\dfrac{3x-9y-2x+2y}{12}=\dfrac{x-7y}{12}$

(5)　$\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{12}=3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

問2　$x-1=A$ とおくと，$A(x+2)=7A$，$A(x+2-7)=0$，$(x-1)(x-5)=0$　よって，$x=1$，5

$(x-1)(x+2)=7(x-1)$，$x^2+x-2=7x-7$，$x^2-6x+5=0$　左辺を因数分解して，$(x-1)(x-5)=0$ としてもよい。

問3　A ラーメンが x 杯売れたとすると，B ラーメンは $(100-x)$ 杯売れた。

売り上げについて，$700x+800(100-x)=76100$

両辺を 100 でわって，$7x+8(100-x)=761$　よって，$x=39$ (杯)

問4　〔表〕の［　　］の度数は，$15-(1+4+3+2)=5$ (人) より最頻値は 160 以上 170 未満の階級値 165 cm である。

問5　2 枚のカードの引き方は全部で，0－1，0－2，0－3，1－2，1－3，2－3 の 6 通りで，積が 3 以下であるのは 2－3 以外の 5 通りあるから，求める確率は $\dfrac{5}{6}$

問6　円周角の定理より，$\angle ADC=\angle ABC=64^\circ$，線分 AB は円の直径より，$\angle ACB=90^\circ$ だから，

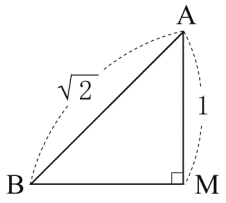
$\triangle ABC$ で，$\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+64^\circ)=26^\circ$

また，$AD=CD$ より，$\angle DAC=\angle DCA=(180^\circ-64^\circ)\div2=58^\circ$

よって，$\angle BAD=\angle DAC-\angle BAC=58^\circ-26^\circ=32^\circ$

問7　［条件］①より，DE // BC で，［条件］②より AD：AB＝AE：AC＝$1:\sqrt{2}$

右の図の直角二等辺三角形を考えれば，AM：AB＝$1:\sqrt{2}$ となるから，点 A を通る辺 BC の垂線をかき，BC との交点を M とすると，点 A を中心に半径 AM の円弧をかけばよい。



数－16－公－大分－KS－02

2　**問1**　**(1)**　$y=ax^2$ に $x=-3$，$y=3$ を代入して，$3=a\times(-3)^2$，$a=\dfrac{1}{3}$

(2)　$y=\dfrac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入して，$y=\dfrac{1}{3}\times(-6)^2=12$ より，B$(-6,\ 12)$

AC＋BC は，点 A と y 軸について対称点 A′$(3,\ 3)$と点 B を結んだ直線が y 軸と交わる点を C としたときにもっとも小さくなる。A′B の傾きは $\dfrac{3-12}{3+6}=-1$ で，$y=-x+b$ とおくと，$3=-3+b$，$b=6$ となり，これが点 C の y 座標である。

問2　点 P の x 座標を a とすると，$P\left(a,\ \dfrac{18}{a}\right)$，$Q\left(3a,\ \dfrac{6}{a}\right)$，R$(a,\ 0)$

(1)　$\triangle OPR=\dfrac{1}{2}\times a\times\dfrac{18}{a}=9$

(2)　直線 OQ は，$y=\dfrac{2}{a^2}x$ と表せて，$x=a$ を代入すると $y=\dfrac{2}{a}$ より，$S\left(a,\ \dfrac{2}{a}\right)$ となる。

よって，$\triangle OSR=\dfrac{1}{2}\times a\times\dfrac{2}{a}=1$　$\triangle OPS=\triangle OPR-\triangle OSR=9-1=8$

数－16－公－大分－KS－03

3　**問1**　1 と 3 を選ぶと，A＝4，B＝2 より，$X=A^2-B^2=16-4=12$ となり，X は 8 の倍数ではない。

ほかに (1 と 4)，(3 と 5)，(3 と 7) などでもよい。

問２　X が 4×(自然数) の形で表せればよい。

問３　**問２**より，X＝4*ab* とおくと，4*ab*＝2016 より *ab*＝504　504＝$2^3\times3^2\times7$ と素因数分解できる。B＝*a*－*b* が最小となる 2 数 *a*，*b* は *a*＝24，*b*＝21 のときである。

数－16－公－大分－KS－04

4　**問１**　0≦*x*≦20 のとき，*y*＝2000*x*…①

21≦*x* のとき，*y*＝1500(*x*－20)＋2000×20 より，*y*＝1500*x*＋10000…②　①，②のグラフをかく。

問２　グラフで *y* の値が小さい方が安い。

問３　**問１**でかいたグラフに，*y*＝1800*x* のグラフをかくと，②と *x*＝34 のあたりで交わる。*x*＝33 のとき，A 社の料金は *y*＝1500×33＋10000＝59500 (円) で，１枚あたり 59500÷33＝1803 あまり 1

x＝34 のとき，A 社の料金は *y*＝1500×34＋10000＝61000 (円) で，1 枚あたり 61000÷34＝1794 あまり 4　よって，34 枚以上のとき，A 社の料金は 1 枚あたり 1800 円より安くなる。

また，グラフより，A 社の料金は 40 枚で，B 社の料金と等しくなる。

よって，39 枚以下なら，A 社の方が B 社より安くなる。

数－16－公－大分－KS－05

5　**問１**　2 点を結んでできる線分でもっとも長いものの 1 つは AG＝$\sqrt{4^2+4^2+4^2}$ ＝$4\sqrt{3}$ (cm)で，もっとも長い線分は AG，BH，CE，DF

問２　面積がもっとも大きい三角形の 1 つは△AFC である。△AFC は 1 辺の長さが$4\sqrt{2}$ cm の正三角形で，A から辺 FC へ垂線 AH をひくと，AH^2＝($4\sqrt{2}$)^2－($2\sqrt{2}$)^2＝24 より，AH＝$2\sqrt{6}$ cm であるから，△AFC＝$\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{3}$ (cm^2)

問３　［ア］で△AFC を選ぶと，三角すい H－AFC の体積がもっとも大きくなる。求める体積は立方体から三角すい H－AEF の体積の 4 倍をひいたものなので，$4^3-\left(\frac{1}{3}\times8\times4\right)\times4=\frac{64}{3}$ (cm^3)

数－16－公－大分－KS－06

6　**問１**　△ABC は，∠ACB＝30 °，∠BAC＝90 °の直角三角形であるから AC：BC＝$\sqrt{3}$ ：2

よって，AC＝$\frac{BC\times\sqrt{3}}{2}=\frac{12\times\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ (cm)　点 D は AC の中点だから，CD＝$\frac{AC}{2}=3\sqrt{3}$ (cm)

問２　△ABC と△CDE の直角三角形の辺の比から，「2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」という相似条件を導く。

問３　AB＝$\frac{1}{2}$BC＝6 (cm)，AD＝CD＝$3\sqrt{3}$ cm

△ABD で三平方の定理より，BD^2＝6^2＋($3\sqrt{3}$)^2＝63 だから，BD＝$3\sqrt{7}$ cm である。

点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと，BH＝3 cm，AH＝$3\sqrt{3}$ cm である。

また，DE＝$\frac{3\sqrt{3}}{2}$cm，CE＝HE＝$\frac{9}{2}$cm である。

△AHE で三平方の定理より，AE^2＝($3\sqrt{3}$)^2＋$\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{189}{4}$だから，AE＝$\frac{3\sqrt{21}}{2}$cm である。

BP＝*x* cm，AP＝*y* cm とすると，PE＝AE－AP＝$\left(\frac{3\sqrt{21}}{2}-y\right)$cm

△PBE∽△PAD だから，PB：PA＝BE：AD より，$x:y=\frac{15}{2}:3\sqrt{3}=5:2\sqrt{3}$，$5y=2\sqrt{3}\,x$…①

△PAB∽△PDE だから，PB：PE＝AB：DE より，$x:\left(\frac{3\sqrt{21}}{2}-y\right)=6:\frac{3\sqrt{3}}{2}=4:\sqrt{3}$，$4\left(\frac{3\sqrt{21}}{2}-y\right)=\sqrt{3}\,x$，$6\sqrt{21}-4y=\sqrt{3}\,x$…②　①，②を解いて，$x=\frac{30\sqrt{7}}{13}$，$y=\frac{12\sqrt{21}}{13}$ より，BP＝$\frac{30\sqrt{7}}{13}$cm である。