H31　大分県　公立　数学　問題

数-19-公-大分-問-01

1　次の**問1**～**問7**に答えなさい。

問1　次の**(1)**～**(5)**の計算をしなさい。

(1)　$-6-1$

(2)　$-3^2-(-2)^3$

(3)　$6a+b-(3a-5b)$

(4)　$\dfrac{2x+y}{3}+\dfrac{5x-7y}{6}$

(5)　$(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2$

問2　2 次方程式　$x(x-3)=2$　を解きなさい。

問3　ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 130 であるとき，a の値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

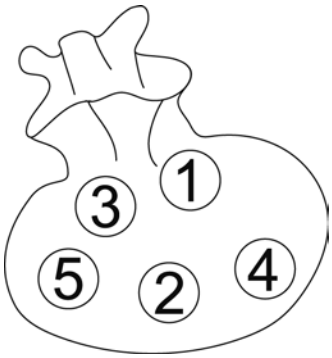
問4　家から学校までの道のりは 1200 m である。最初の x m を分速 60 m で歩き，残りの道のりを分速 120 m で走った。家から学校までにかかった時間を，x を使った式で表しなさい。

問５　右の図のように，1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている袋がある。

　この袋から玉を 1 個取り出して数字を調べ，それを袋にもどしてから，また，玉を 1 個取り出して数字を調べる。

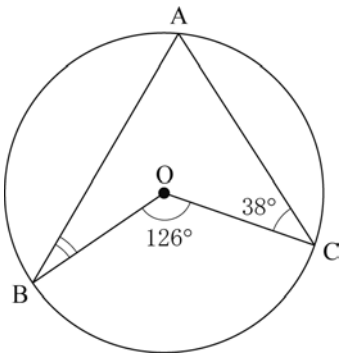
　取り出した 2 個の玉に書いてある数の和が，3 の倍数になる確率を求めなさい。

　ただし，どの玉を取り出すことも，同様に確からしいものとする。



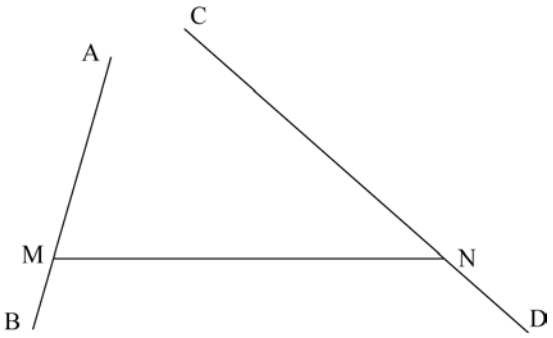
問６　右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C がある。

　∠BOC＝126 °，∠OCA＝38 °のとき，∠ABO の大きさを求めなさい。



問７　下の図のように，線分 AB，CD 上にそれぞれ点 M，N をとる。線分 MN 上にあって，2 つの線分 AB，CD からの距離が等しくなる点 P を，作図によって求めなさい。

　ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないこと。

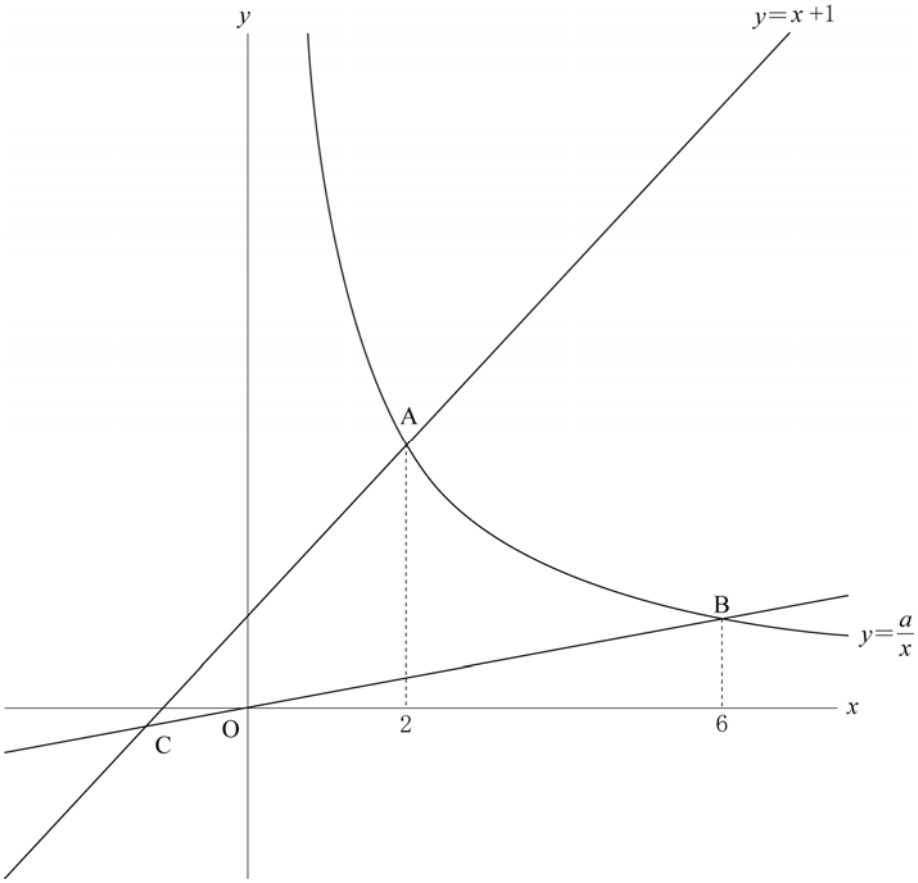


数-19-公-大分-問-02

2 下の**図1**のように，関数 $y=\frac{a}{x}$ $(x>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，それぞれの x 座標は 2，6 である。関数 $y=\frac{a}{x}$ $(x>0)$ と関数 $y=x+1$ のグラフは，点 A で交わる。また，原点と点 B を通る直線と，関数 $y=x+1$ のグラフの交点を C とする。ただし，$a>0$ とする。

次の**問1**～**問3**に答えなさい。

図1



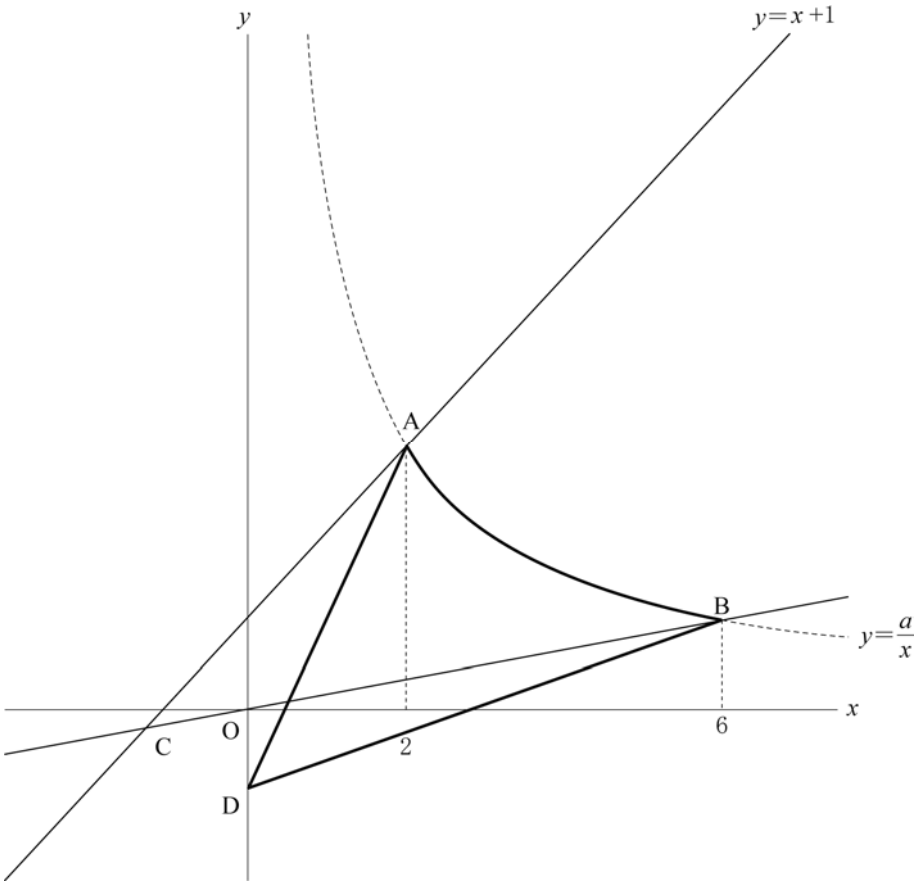
問1 a の値を求めなさい。

問2 点 C の座標を求めなさい。

問３　下の**図２**のように，y 軸上に点 D をとり，関数 $y=\frac{a}{x}$ $(2 \leqq x \leqq 6)$ のグラフと，線分 DA，DB で囲まれた図形の面積が，関数 $y=\frac{a}{x}$ $(2 \leqq x \leqq 6)$ のグラフと，線分 CA，CB で囲まれた図形の面積と等しくなるようにする。

点 D の y 座標を求めなさい。ただし，点 D の y 座標は負とする。

図２



数-19-公-大分-問-03

3 かずおさんは，プロジェクターで映し出した画面の大きさと視聴者が見やすい位置について考えることにした。

下の**図１**のように，教室の前方の壁にプロジェクターで映し出した画像を**画面**とし，**図２**のように，プロジェクターのレンズから画面までの距離を**投影距離**とする。

図１

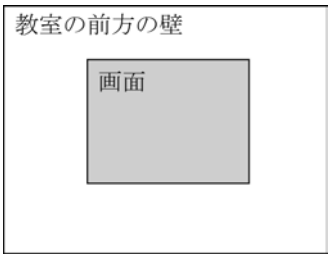
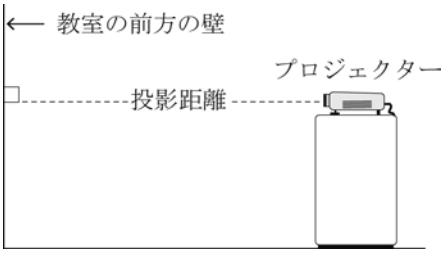


図２



下の**表**は，かずおさんが，投影距離に対して，画面の縦の長さと横の長さを調べた結果をまとめたものの一部である。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

表

投影距離，画面の縦の長さと横の長さ

投影距離　〔m〕	2	3	4	5
画面の縦の長さ　〔m〕	1	$\frac{3}{2}$	2	ア
画面の横の長さ　〔m〕	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{8}{3}$	イ

問１　かずおさんは，**表**から投影距離と画面の縦の長さ，投影距離と画面の横の長さの間には，それぞれ関係があることに気づいた。

表の中の［ア］，［イ］に適する数を，求めなさい。

問２　かずおさんは，**表**から縦の長さと横の長さの積で求められる画面の面積と，投影距離の間には関係があることに気づいた。

投影距離が x m のときの画面の面積を y m^2 として，y を x の式で表しなさい。

問３　下の**図３**のように，視聴者の目の位置から画面までの距離を**視聴距離**とする。

図３



かずおさんは，投影距離が$\frac{3}{2}$m の位置にプロジェクターを設置して映してみたところ，教室の後ろの席から画面を見ると画面が小さすぎて見づらかった。そこで，投影距離が$\frac{3}{2}$m のときの画面の面積の 2 倍となる位置に，プロジェクターを設置しなおし固定した。プロジェクターの位置を決めたことで，投影距離も決まった。

ところが，今度は，教室の前の席から画面を見ると画面が大きすぎて見づらかった。

そこで，プロジェクターの位置を変えずに，見やすい視聴距離を考えることにした。

視聴距離を決める目安の 1 つとして，下の［基準］を用いた。

［基準］ 視聴距離が画面の対角線の長さより長くなると見やすい。

［基準］に沿って，視聴距離は何 m より長いとよいか，求めなさい。

数-19-公-大分-問-04

4　ある工場には，機械 A と機械 B がそれぞれ何台かずつある。機械 A と機械 B が製造している品物はすべて同じである。

どの機械 A も，1 日に製造する品物の個数はすべて同じであり，その中に含まれる不良品の割合は，すべて 2%である。

どの機械 B も，1 日に製造する品物の個数はすべて同じであり，その中に含まれる不良品の割合は，すべて 0.5%である。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　機械 A を 1 台使って品物を製造した。

1 日に製造した品物がすべて入った箱の中から 100 個を無作為に取り出して，その全部に印をつけた。これを，箱の中にもどしてよく混ぜた。その後，ふたたび箱の中から 150 個を無作為に取り出したところ，印のついた品物が 5 個あった。

1 台の機械 A が 1 日に製造した品物の個数は，およそ何個と推測できるか，求めなさい。

問２　機械 A と機械 B を 1 台ずつ同時に使って品物を製造し，この 2 台で 1 日に製造した品物の個数を合わせると，その中に含まれる不良品の割合は 1.4%であった。

ただし，1 台の機械 A が 1 日に製造した品物の個数は，**問１**で得られた結果とする。

次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) 1 台の機械 B が 1 日に製造した品物の個数を求めなさい。

(2) 次に，この工場にある機械 A と機械 B をすべて同時に使って品物を製造した。

すべての機械で 1 日に製造した品物の個数を合わせると 18000 個であり，その中に含まれる不良品の割合は 1%であった。

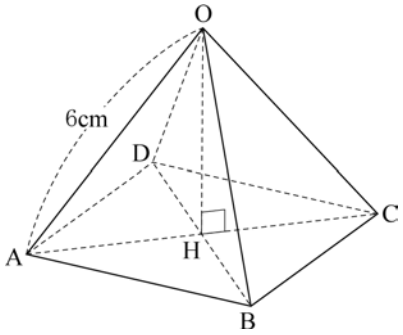
この工場には，機械 A と機械 B がそれぞれ何台あるか，求めなさい。

数-19-公-大分-問-05

5　右の**図１**のように，すべての辺の長さが 6 cm の鉄でできた正四角すい OABCD のおもりがある。底面の正方形 ABCD の対角線の交点を H とすると，線分 OH は底面 ABCD に垂直である。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

図１



問１　線分 AH の長さを求めなさい。

問２　正四角すい OABCD の体積を求めなさい。

問３　右の**図２**のように，半球の形をした容器がある。

この容器いっぱいに水を入れて，容器を固定する。

図１の正四角すい OABCD の底面 ABCD と水面が平行な状態を保ったまま，正四角すい OABCD を容器の水の中に静かに沈めたところ，容器から水があふれた。

図３のように，頂点 A，B，C，D を半球の形をした容器の内側にぴったりとくっつけて，正四角すい OABCD を静止させた。このとき，水面と辺 OA，OB，OC，OD の交点が各辺の中点となった。

次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとする。

(1) 正四角すい OABCD を静止するまで沈めたときに，あふれた水の体積を求めなさい。

(2) 半球の形をした容器の半径を求めなさい。

図２

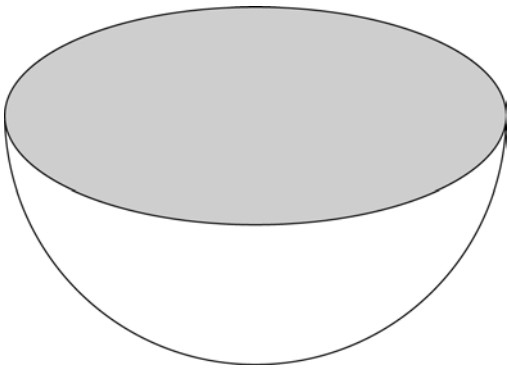
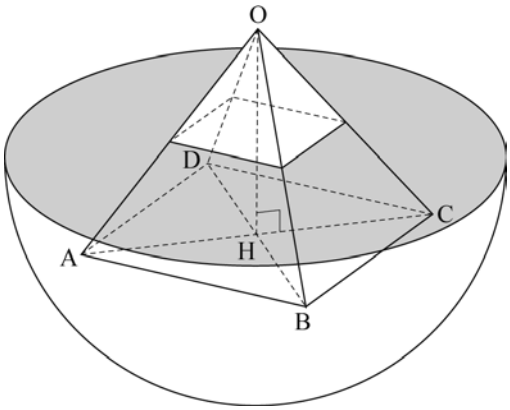


図３



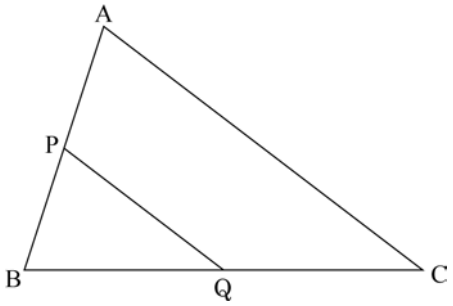
数-19-公-大分-問-06

6　右の**図１**のような△ABC がある。辺 AB，BC の中点をそれぞれ P，Q とする。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　AC＝6 cm とするとき，線分 PQ の長さを求めなさい。

図１



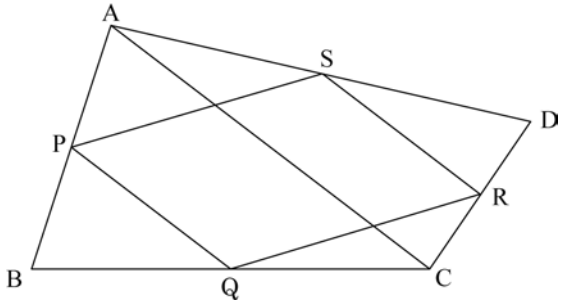
問２　△ABC の外部に点 D をとり，四角形 ABCD をつくる。四角形 ABCD の辺 CD，AD の中点をそれぞれ R，S とする。

次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) 右の**図２**のように，4 点 P，Q，R，S を結んで四角形 PQRS をつくる。

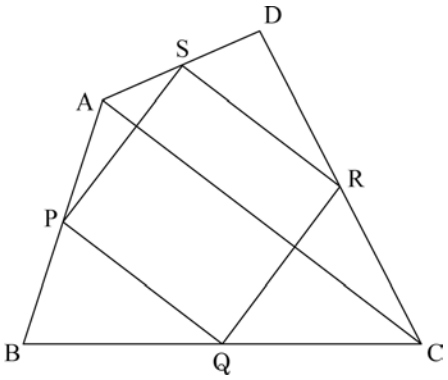
この四角形 PQRS が平行四辺形であることを証明しなさい。

図２



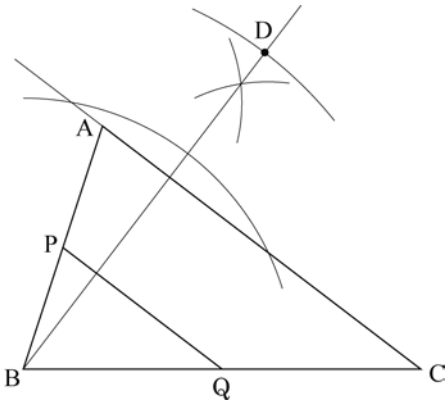
(2) 右の**図３**のように，平行四辺形 PQRS が正方形になるような点 D の位置について考える。

図３



△ABC から，この点 D の位置を決める作図の 1 つとして，下の［作図方法］で，右の**図４**のような作図をした。

図４



［作図方法］
1　点Bを通る線分ACの垂線をひく。(AC⊥BD)
2　AC＝BD となる点 D をとる。

次の［説明］は，上の［作図方法］から求めた点 D によってできる平行四辺形 PQRS が正方形であることを，説明したものである。

［説明］
正方形は，4 つの角がすべて等しく，4 つの辺がすべて等しい四角形であるので，
平行四辺形 PQRS が正方形になるための条件は，［ I ］である。
よって，［ I ］であることを示す。

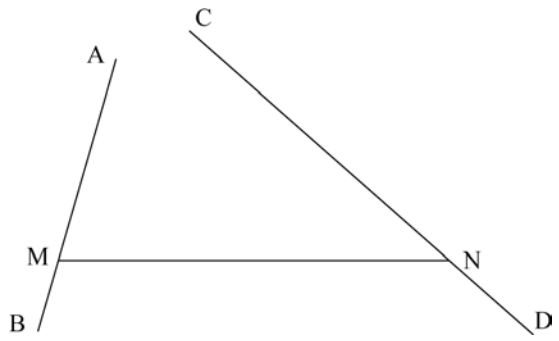
II

ゆえに，［ I ］であるので，平行四辺形 PQRS は正方形である。

［ I ］には最も適当なものを下の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書き，［II］には，AC⊥BD，AC＝BD を用いて続きを書き，［説明］を完成させなさい。

ア　PQ⊥PS，PR＝QS　　**イ**　PQ⊥PS，PQ＝PS
ウ　PQ⊥PS，SP⊥SR　　**エ**　PQ＝PS

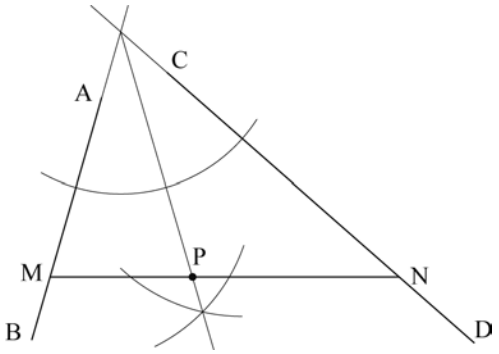
H31　大分県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-大分-N-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問2	$x=$			
		問3				
		問4	(分間)			
		問5				
		問6	∠ABO＝　　(度)			
		問7				
数-19-公-大分-N-02	2	問1	$a=$			
		問2	C(　　,　　)			
		問3	(y 座標)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-大分-N-03	3	問1	ア			
			イ			
		問2				
		問3		(m より長い)		
数-19-公-大分-N-04	4	問1	およそ	(個)		
		問2	(1)	(個)		
			(2)	機械 A　　(台), 機械 B　　(台)		
数-19-公-大分-N-05	5	問1		(cm)		
		問2		(cm^3)		
		問3	(1)	(cm^3)		
			(2)	(cm)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-大分-N-06	6	問1	(cm)			
		問2	(1)	〔証明〕		
			(2)	Ⅰ		
				Ⅱ		

H31　大分県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-大分-K-01	1	問1	(1)	-7	2	
			(2)	-1	2	
			(3)	$3a+6b$	2	
			(4)	$\dfrac{9x-5y}{6}$	2	
			(5)	$9+6\sqrt{2}$	2	
		問2		$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$	2	
		問3		$129.5 \leqq a < 130.5$	2	
		問4		$\dfrac{x+1200}{120}$ (分間)	2	
		問5		$\dfrac{9}{25}$	2	
		問6		$\angle ABO = 25$ (度)	2	
		問7		(例)  	2	
数-19-公-大分-K-02	2	問1		$a=6$	2	
		問2		$C\left(-\dfrac{6}{5},\ -\dfrac{1}{5}\right)$	3	
		問3		(y 座標)　$-\dfrac{4}{5}$	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-大分-K03	3	問1	ア	$\frac{5}{2}$	1	
			イ	$\frac{10}{3}$	1	
		問2		$y=\frac{1}{3}x^2$	3	
		問3		$\frac{5\sqrt{2}}{4}$ (m より長い)	3	
数-19-公-大分-K04	4	問1		およそ 3000 (個)	2	
		問2	(1)	2000 (個)	2	
			(2)	機械 A 2 (台), 機械 B 6 (台)	3	
数-19-公-大分-K05	5	問1		$3\sqrt{2}$ (cm)	2	
		問2		$36\sqrt{2}$ (cm^3)	2	
		問3	(1)	$\frac{63\sqrt{2}}{2}$ (cm^3)	2	
			(2)	$\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (cm)	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-大分-K-06	6	問1	3　(cm)		1	
		問2	(1)	〔証明〕 (例) △ABC において，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，BC の中点だから，中点連結定理より， PQ // AC，$PQ=\frac{1}{2}AC$ △ADC において，点 R，S はそれぞれ辺 CD，AD の中点だから，中点連結定理より， SR // AC，$SR=\frac{1}{2}AC$ PQ // AC，SR // AC より，PQ // SR　…(ⅰ) $PQ=\frac{1}{2}AC$，$SR=\frac{1}{2}AC$ より，PQ＝SR…(ⅱ) (ⅰ)，(ⅱ)より 1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいから，四角形 PQRS は平行四辺形である。	3	
			(2)	Ⅰ　イ	1	
				Ⅱ (例) △ABC において，点 P，Q は，それぞれ辺 AB，BC の中点だから，中点連結定理より， PQ // AC，$PQ=\frac{1}{2}AC$ △ABD において，点 P，S は，それぞれ辺 AB，AD の中点だから，中点連結定理より， PS //BD，$PS=\frac{1}{2}BD$ AC⊥BD，PQ // AC より， 平行線の同位角は等しいから，PQ⊥BD また，PQ⊥BD，PS // BD より， 平行線の同位角は等しいから，PQ⊥PS AC＝BD，$PQ=\frac{1}{2}AC$，$PS=\frac{1}{2}BD$ から， PQ＝PS	2	

数-19-公-大分-KS-01

1　**問1**　**(1)**　$-6-1=-(6+1)=-7$

(2)　$-3^2-(-2)^3=-9+8=-1$

(3)　$6a+b-(3a-5b)=6a+b-3a+5b=3a+6b$

(4)　$\dfrac{2x+y}{3}+\dfrac{5x-7y}{6}=\dfrac{2(2x+y)}{6}+\dfrac{5x-7y}{6}=\dfrac{9x-5y}{6}$

(5)　$(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=9+6\sqrt{2}$

問2　$x(x-3)=2$　$x^2-3x-2=0$　解の公式より，$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

問3　小数第1位を四捨五入して130になる数のうち一番小さい数は129.5である。また，小数第1位を四捨五入して130になるには130.5より小さければよいから$129.5\leqq a<130.5$

問4　走った道のりは$(1200-x)$mだから，歩いた時間は$\dfrac{x}{60}$分で，走った時間は$\dfrac{1200-x}{120}$分である。よって，家から学校までにかかった時間は$\dfrac{x}{60}+\dfrac{1200-x}{120}=\dfrac{x+1200}{120}$(分間)である。

問5　取り出した2個の玉に書いてある数の和は2以上10以下になる。その中で3の倍数は3，6，9である。

和が3になるのは(1回目，2回目)=(1，2)，(2，1)

和が6になるのは(1回目，2回目)=(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)

和が9になるのは(1回目，2回目)=(4，5)，(5，4)

よって，和が3の倍数になるのは9通りで，玉の取り出し方は全部で$5\times5=25$(通り)あるから，求める確率は$\dfrac{9}{25}$

問6　円周角の定理より，弧BCの円周角は中心角の半分の大きさだから$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=63^\circ$

よって，$\angle ABO=126^\circ-63^\circ-38^\circ=25^\circ$

問7　直線ABと直線CDの交点をEとし，$\angle BED$の二等分線と線分MNの交点をPとすればよい。

数-19-公-大分-KS-02

2　**問1**　点Aは$y=x+1$上の点でx座標が2だから，$y=2+1=3$　よって，点Aの座標は(2，3)

$y=\dfrac{a}{x}$に$x=2$，$y=3$を代入すると$a=6$

問2　点Bは$y=\dfrac{6}{x}$上の点だから，$x=6$を代入して$y=1$　よって，点Bの座標は(6，1)

直線OBを表す式は$y=\dfrac{1}{6}x$だから，$y=x+1$と$y=\dfrac{1}{6}x$を連立して解くと$x=-\dfrac{6}{5}$，$y=-\dfrac{1}{5}$

よって，点Cの座標は$\left(-\dfrac{6}{5},\ -\dfrac{1}{5}\right)$

問3　直線ABと平行で点Cを通る直線とy軸との交点がDである。直線ABの傾きは$\dfrac{1-3}{6-2}=-\dfrac{1}{2}$より，直線CDの傾きは$-\dfrac{1}{2}$だから，式を$y=-\dfrac{1}{2}x+b$とおいて$x=-\dfrac{6}{5}$，$y=-\dfrac{1}{5}$を代入すると，

$-\dfrac{1}{5}=-\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{6}{5}\right)+b$　$b=-\dfrac{4}{5}$　よって，点Dのy座標は$-\dfrac{4}{5}$

数-19-公-大分-KS-03

3　**問1**　**表**から投影距離が1m長くなると，画面の縦の長さは$\dfrac{1}{2}$m，横の長さは$\dfrac{2}{3}$m長くなることがわかる。よって，投影距離が5mのとき，画面の縦の長さは$2+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$(m)，横の長さは$\dfrac{8}{3}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{10}{3}$(m)

問２　**表**から投影距離の$\frac{1}{2}$倍が画面の縦の長さで，$\frac{2}{3}$倍が画面の横の長さだから，投影距離が xm のとき画面の縦の長さは$\frac{1}{2}x$m，横の長さは$\frac{2}{3}x$m である。よって，画面の面積は $y=\frac{1}{2}x\times\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}x^2$(m²)

問３　投影距離が$\frac{3}{2}$m のとき，画面の面積は$\frac{3}{4}$m² である。画面の面積が$\frac{3}{4}$m² の 2 倍の$\frac{3}{2}$m² だから，そのときの投影距離は$\frac{1}{3}x^2=\frac{3}{2}$　$x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$(m)　よって，画面の縦の長さは$\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$(m)，横の長さは$\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$(m)である。したがって，このときの画面の対角線の長さは三平方の定理より，$\sqrt{\frac{9}{8}+2}=\frac{5\sqrt{2}}{4}$(m)　よって，視聴距離は$\frac{5\sqrt{2}}{4}$m より長いとよい。

数-19-公-大分-KS-04

4　**問１**　1 台の機械 A が 1 日に製造した品物の個数を x 個とする。150 個中 5 個に印がついていたから，$150:5=x:100$　$5x=15000$　$x=3000$(個)

問２　**(1)** 1 台の機械 B が 1 日に製造した品物の個数を y 個とする。不良品の個数は $3000\times0.02+y\times0.005=60+0.005y$(個)で，割合は 1.4%だから$\frac{60+0.005y}{3000+y}\times100=1.4$

$6000+0.5y=4200+1.4y$　$0.9y=1800$　$y=2000$(個)

(2) 機械 A の台数を a 台，機械 B の台数を b 台とする。1 日に製造した品物の個数は 18000 個だから $3000a+2000b=18000$……①　機械 A 1 台で製造した品物に含まれる不良品の数は 60 個，機械 B 1 台で製造した品物に含まれる不良品の数は 10 個である。すべての機械で 1 日に製造した品物に含まれる不良品の割合は 1%だから$\frac{60a+10b}{18000}\times100=1$……②

①より，$3a+2b=18$……①′　②より，$6a+b=18$……②′

①′−②′×2 より，$-9a=-18$　$a=2$　$a=2$ を①′に代入して $2b=12$　$b=6$

この解は問題にあっている。よって，この工場には機械 A は 2 台，機械 B は 6 台ある。

数-19-公-大分-KS-05

5　**問１**　△ABC において，三平方の定理より $AC=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)　よって，$AH=\frac{1}{2}AC=3\sqrt{2}$cm

問２　△OAH において，三平方の定理より $OH=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$(cm)

よって，求める体積は$\frac{1}{3}\times6\times6\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$(cm³)

問３　**(1)** 辺 OA，OB，OC，OD の中点をそれぞれ P，Q，R，S とおく。正四角すい OPQRS と正四角すい OABCD の体積比は $1^3:2^3=1:8$ だから，あふれた水の体積は正四角すい OABCD の体積の$\frac{7}{8}$倍に等しい。よって，求める体積は $36\sqrt{2}\times\frac{7}{8}=\frac{63\sqrt{2}}{2}$(cm³)

(2) 正方形 PQRS の対角線の交点を O′とすると，点 O′は半球の中心となる。したがって，半球の半径の長さは O′A の長さと等しい。△O′AH において，三平方の定理より $O'A=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{18+\frac{9}{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$(cm)

数-19-公-大分-KS-06

6　**問１**　△ABC において，点 P，Q は辺 AB，BC の中点だから，中点連結定理より

PQ // AC，$PQ=\frac{1}{2}AC=3$(cm)

問2　(1) 問1 より，PQ // AC，PQ＝$\frac{1}{2}$AC……①　同様に，△ACD において，中点連結定理より

SR // AC，SR＝$\frac{1}{2}$AC……②　①，②より，PQ // SR，PQ＝SR……③

よって，③より，1 組の向かいあう辺が等しくて平行であるから四角形 PQRS は平行四辺形である。

(2) I　正方形は 4 つの角がすべて等しいから 1 つの角は 90 ° である。よって，PQ⊥PS　また，すべての辺が等しいから，となりあう辺の長さが等しければよい。したがって，PQ＝PS

この 2 つの条件を満たすのは**イ**である。

II　①より，PQ // AC，PQ＝$\frac{1}{2}$AC　同様に，△ABD において，点 P，S は辺 AB，AD の中点だから，

中点連結定理より PS // BD，PS＝$\frac{1}{2}$BD　仮定より，AC＝BD であるから PQ＝PS……④

AC⊥BD，PQ // AC より，平行線の同位角は等しいから PQ⊥BD

また，PQ⊥BD，PS // BD より，平行線の同位角は等しいから PQ⊥PS……⑤

④，⑤より，平行四辺形 PQRS は正方形である。