H27　岡山県(特)　公立　数学　問題

数-15-公-岡山(特)-問-01

1　次の**問１**～**問５**の計算をしなさい。**問６**，**問７**は指示に従って答えなさい。

問１　$5-(-8)$

問２　$\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{4}{5}$

問３　-2^2+5

問４　$8a^3\times(-a)\div 4a^2$

問５　$\sqrt{18}-\frac{4}{\sqrt{2}}$

問６　$(x-3)^2$　を展開しなさい。

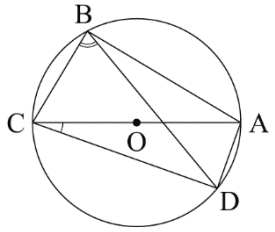
問７　二次方程式　$x^2+3x-10=0$　の解のうち，正のものを答えなさい。

数-15-公-岡山(特)-問-02

2　次の**問１**～**問３**の［　　］に適当な数を書き入れなさい。**問４**，**問５**は指示に従って答えなさい。

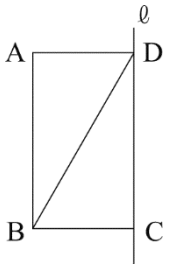
問１　右の図のような，円 O の円周上にある 4 点を頂点とする四角形 ABCD がある。対角線 AC が円 O の直径であり，∠ACD＝25° である。

このとき，∠CBD＝［　　］° である。



問２　1，2，3，4，5 の 5 つの数字から異なる 2 つの数字を選び，それらを一列に並べて 2 けたの整数をつくる。このとき，2 けたの整数が奇数となるのは全部で［　　］通りある。

問３　右の図のような，AB＝6 cm，AD＝3 cm の長方形 ABCD がある。この長方形を，点 C と点 D を通る直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体を X とするとき，X の体積は［ (1) ］ cm^3 である。また，△ABD を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積は，X の体積の［ (2) ］倍である。

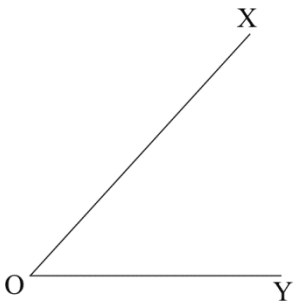


問４　次の文のうち，正しく述べられているものは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

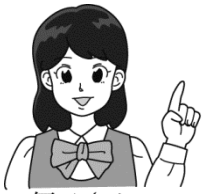
ア　7 の平方根は $\sqrt{7}$ である。　　**イ**　$\sqrt{(-3)^2}$ は 3 に等しい。

ウ　$\sqrt{25}$ は±5 に等しい。　　**エ**　$\sqrt{2}$ は無理数である。

問５　右の図の∠XOY の二等分線を，定規とコンパスを使って解答用紙に作図しなさい。作図に使った線は消さないで残しておきなさい。



3 優子さんは，数学の授業で数の規則性についての話を聞いて興味をもち，自然数のうち 4，8，12 のような，3 つの連続する 4 の倍数について調べた。その結果から，優子さんは次のような予想をした。**＜優子さんの予想＞**を読み，**問１～問３**に答えなさい。



＜優子さんの予想＞
3つの連続する4の倍数の和は，6の倍数になる。

問１　**＜優子さんの予想＞**が正しいことは，次のように説明できる。 (1) ～ (3) に適当な式を書き入れなさい。

n は自然数とし，3 つの連続する 4 の倍数のうち，最も小さい数を $4n$ とおくと，
中央の数は (1) ，最も大きい数は (2) と表すことができる。
したがって，3 つの連続する 4 の倍数の和は，
$4n+$ (1) $+$ (2) $=6($ (3) $)$
(3) は整数だから，3 つの連続する 4 の倍数の和は，6 の倍数である。

問２　さらに優子さんは，3 つの連続する 4 の倍数の和から，その 3 つの数の組み合わせを求める方法を考えた。**＜優子さんの考え＞**の (4) に当てはまるものとして最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。また，(5) に当てはまる数を書き入れなさい。

＜優子さんの考え＞
3 つの連続する 4 の倍数の和は，3 つの連続する 4 の倍数の (4) の 3 倍になります。したがって，和を 3 で割ることで，3 つの連続する 4 の倍数の (4) を求めることができます。さらに，そこから他の 2 つの数も求めることができます。例えば，和が 372 である 3 つの連続する 4 の倍数のうち，最も大きい数は (5) となります。

ア　積　　**イ**　最も小さい数　　**ウ**　中央の数　　**エ**　最も大きい数

問３　優子さんは，右の**表**のように，3 つの連続する 4 の倍数とその和を書きあげるうちに，和がある自然数の 2 乗になる組み合わせがあり，そのうち 8，12，16 の和が最も小さいことに気づいた。

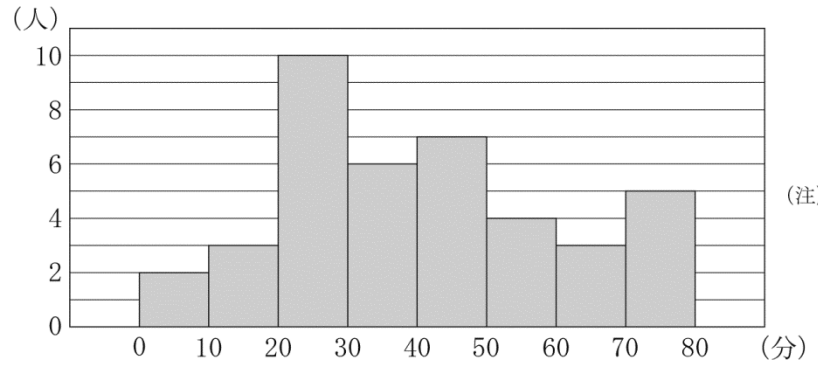
和が自然数の 2 乗になる 3 つの連続する 4 の倍数の組み合わせのうち，2 番目に和が小さい組み合わせを求め，その中央の数を答えなさい。

表

3 つの連続する 4 の倍数の組み合わせ	和
4，　8，12	4＋8＋12＝24
8，12，16	8＋12＋16＝36＝6^2
12，16，20	12＋16＋20＝48

数-15-公-岡山(特)-問-04

4　図書委員の次郎さんは，クラス 40 人のある 1 日の読書時間について調べた。その結果を表した**図**のヒストグラムについて，**問１～問３**に答えなさい。



（注）例えば，10～20 の区間は，10 分以上 20 分未満の階級を表す。

問１　40 分以上 50 分未満の階級の度数を答えなさい。

問２　読書時間の最頻値を，単位をつけて答えなさい。

問３　**図**のヒストグラムについて正しく述べられている文は，**ア～エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア　読書時間が 60 分以上の人は 8 人である。

イ　50 分以上 60 分未満の階級の相対度数は 0.25 である。

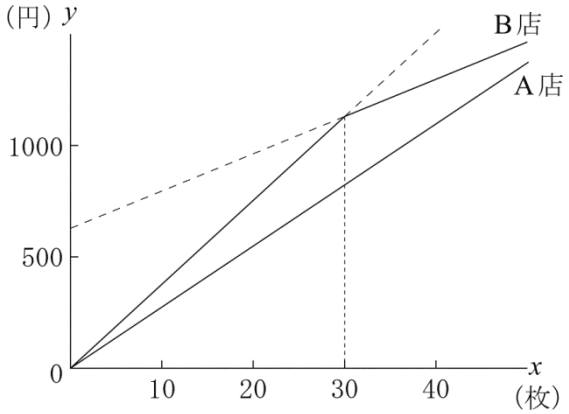
ウ　クラス 40 人の読書時間の合計は 1420 分以上である。

エ　10 分以上 20 分未満の階級の階級値は 12.5 分である。

5 良子さんは，デジタルカメラで撮った写真をプリントしようとしている。次の**表**は，写真店のA店とB店のプリント料金をまとめたものである。良子さんは，2つの店の料金を比較するために，写真を x 枚プリントするときの料金を y 円として，A店とB店の料金について，それぞれ x と y の値の組を座標とする点をもとに，**図**のようなグラフに表した。**問1**，**問2**に答えなさい。

表

店	プリント料金(税込み)
A店	写真1枚につき25円。
B店	1枚から30枚までは，写真1枚につき35円。31枚目からは写真1枚につき15円。



問1 B店における x と y の関係は，グラフから次のような一次関数の式で表すことができる。 (1) ， (2) に当てはまる式を書き入れなさい。

$0 \leqq x \leqq 30$ のとき，$y=$ (1)

$30 \leqq x$ のとき，$y=$ (2)

問2 A店とB店で，同じ枚数の写真をプリントして同じ料金になるのは，A店とB店で写真を何枚ずつプリントするときか答えなさい。ただし，写真は1枚以上プリントするものとする。

6 正夫さんは，測量には昔から数学が活用されていたという話を聞いた。次の正夫さんと先生の会話文と，**【先生の説明１】**を読み，**問１**，**問２**に答えなさい。

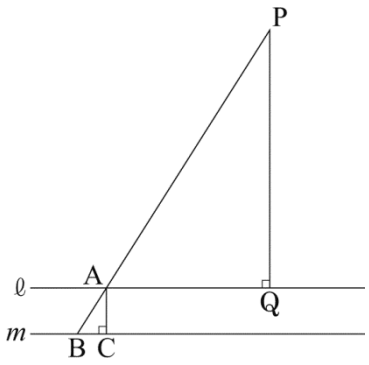
正夫：遠く離れた地点までの距離を，どうやって測っていたのですか。
先生：三角形の相似を利用して求めていたんだよ。どのようにして距離を求めていたのか，求めたい距離を線分 PQ の長さとして，簡単な図を用いて考えてみよう。

【先生の説明１】

図１のように，平面上に線分 PQ があります。点 Q を通り，線分 PQ に垂直な直線 ℓ と，直線 ℓ と平行な直線 m を，直線 ℓ に対して点 P と反対側にひきます。また，直線 ℓ 上に点 Q と異なる点 A をとり，直線 PA と直線 m との交点を B とします。さらに，点 A から直線 m に垂線 AC をひきます。

このとき，△PAQ と△ABC は相似になるので，線分 BC，AC，AQ の長さがわかれば，線分 PQ の長さを求めることができます。

図１



問１　**【先生の説明１】**の下線部について，△PAQ∽△ABC を証明しなさい。

問２　正夫さんは，**【先生の説明１】**を聞いてから，先生と次のような会話をした。**【先生の説明２】**の (1) ～ (4) に適当な数を書き入れなさい。

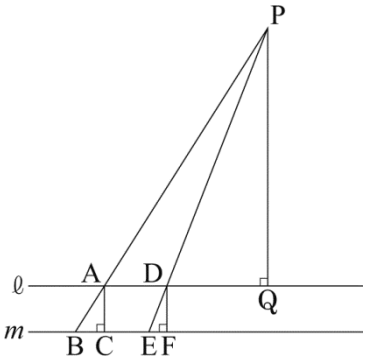
正夫：わかりました。もし，線分 AQ の長さが測れない場合は，どうしたらいいですか。
先生：次のようにすれば求めることができます。

【先生の説明２】

図１の線分 AQ 上に点 A，点 Q とは異なる点 D をとり，直線 PD と直線 m との交点を E とします。また，点 D から直線 m に垂線 DF をひくと，**図２**のようになります。このとき，△PDQ と△DEF は，△PAQ と△ABC と同様に相似になります。

ここで，線分 BC，AC，AD，EF の長さがわかれば，線分 PQ の長さを求めることができます。例えば，BC＝8 cm，AC＝10 cm，AD＝30 cm，EF＝6 cm のとき，線分 PQ の長さがどうなるか具体的に求めてみよう。

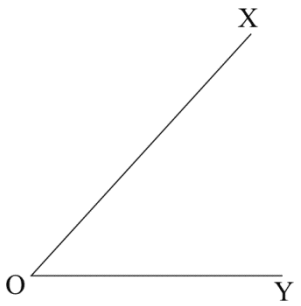
図２



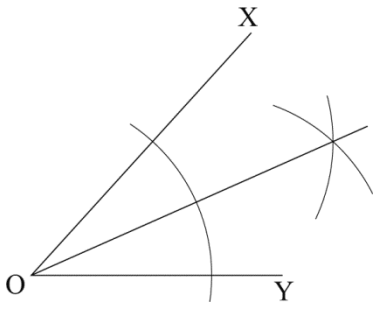
PQ＝x cm とする。ℓ // m だから，AC＝DF＝10 cm
△PAQ と△ABC が相似であるから，PQ : AQ＝5 : (1)
よって，AQ＝ (2) x　……(ア)
△PDQ と△DEF が相似であるから，
同様にして，DQ＝ (3) x　……(イ)
AQ－DQ＝AD　だから(ア)，(イ)から，x＝ (4)
したがって，線分 PQ の長さは (4) cm である。

この方法を利用すれば，点 P がもっと遠く離れた地点にあっても，線分 PQ の長さを求めることができますね。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-岡山(特)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
		問７	$x=$		
数-15-公-岡山(特)-KY-02	2	問１	°		
		問２	通り		
		問３	(1)　cm^3		
			(2)　倍		
		問４			
		問５			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−岡山(特)−KY−03	3	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２	(4)			
			(5)			
		問３				
数−15−公−岡山(特)−KY−04	4	問１	人			
		問２				
		問３				
数−15−公−岡山(特)−KY−05	5	問１	(1)			
			(2)			
		問２	枚ずつ			
数−15−公−岡山(特)−KY−06	6	問１	〔証明〕			
		問２	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-岡山(特)-K-01	1	問１	13		
		問２	$-\frac{5}{6}$		
		問３	1		
		問４	$-2a^2$		
		問５	$\sqrt{2}$		
		問６	x^2-6x+9		
		問７	$x=2$		
数-15-公-岡山(特)-K-02	2	問１	65　(°)		
		問２	12　(通り)		
		問３ (1)	54π　(cm^3)		
		問３ (2)	$\frac{2}{3}$　(倍)		
		問４	イ　エ		
		問５			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-岡山(特)-K-03	3	問１	(1)	$4n+4$		
			(2)	$4n+8$		
			(3)	$2n+2$		
		問２	(4)	ウ		
			(5)	128		
		問３	48			
数-15-公-岡山(特)-K-04	4	問１	7 （人）			
		問２	25 分			
		問３	ア　ウ			
数-15-公-岡山(特)-K-05	5	問１	(1)	$35x$		
			(2)	$15x+600$		
		問２	60 （枚ずつ）			
数-15-公-岡山(特)-K-06	6	問１	〔証明〕 △PAQ と△ABC において， 仮定から ∠PQA＝∠ACB＝90°　……(ⅰ) ℓ // m から，同位角は等しいので， ∠PAQ＝∠ABC　……(ⅱ) (ⅰ)，(ⅱ)から， 2 組の角がそれぞれ等しいので， △PAQ∽△ABC			
		問２	(1)	4		
			(2)	$\frac{4}{5}$		
			(3)	$\frac{3}{5}$		
			(4)	150		

数学　解説

数-15-公-岡山(特)-KS-01

1　問1　$5-(-8)=5+8=13$

問2　$\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{4}{5}=-\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=-\frac{5}{6}$

問3　$-2^2+5=-4+5=1$

問4　$8a^3\times(-a)\div4a^2=-\frac{8a^3\times a}{4a^2}=-2a^2$

問5　$\sqrt{18}-\frac{4}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

問6　$(x-3)^2=x^2-2\times3\times x+3^2=x^2-6x+9$

問7　$x^2+3x-10=0$　$(x+5)(x-2)=0$　$x=-5$，2　$x>0$ より，$x=2$

数-15-公-岡山(特)-KS-02

2　問1　対角線 CA は円 O の直径だから，円周角の定理より，∠CBA＝90°　よって，∠ABD＝∠ACD＝25°だから，∠CBD＝90°－25°＝65°

問2　2 けたの整数が奇数になるのは，13，15，21，23，25，31，35，41，43，45，51，53 の 12 通り。

問3　立体 X の体積は，$\pi\times3^2\times6=54\pi(\text{cm}^3)$　△ABD を 1 回転させてできる立体の体積は，$54\pi-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6=36\pi(\text{cm}^3)$で，X の体積の$\frac{2}{3}$倍である。

問4　**ア**…7 の平方根は$\pm\sqrt{7}$　よって，正しくない。　**イ**…$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$　よって，正しい。
ウ…$\sqrt{25}=5$　よって，正しくない。　**エ**…$\sqrt{2}$ は無理数である。よって，正しい。
以上より，正しく述べられているものは，**イ**と**エ**。

問5　O を中心とする円をかき，OX，OY との交点をそれぞれ，P，Q とする。P，Q をそれぞれ中心とする等しい半径の円をかき，∠XOY の内側で交わる点の 1 つを R とする。半直線 OR が求める∠XOY の二等分線である。

数-15-公-岡山(特)-KS-03

3　問1　n を自然数とし，3 つの連続する 4 の倍数のうち，最も小さい数を $4n$ とおくと，中央の数は $4n+4$，最も大きい数は $4n+8$ と表すことができる。したがって，3 つの連続する 4 の倍数の和は，$4n+4n+4+4n+8=12n+12=6(2n+2)$　$2n+2$ は整数だから，$6(2n+2)$は 6 の倍数である。よって，3 つの連続する 4 の倍数の和は，6 の倍数である。

問2　3 つの連続する 4 の倍数の和は，$12n+12=3(4n+4)$ より，3 つの連続する 4 の倍数の中央の数の 3 倍になっている。よって，和が 372 のとき，$372=3\times124$ より，3 つの連続する 4 の倍数のうち最も大きい数は $124+4=128$

問3　3 つの連続する 4 の倍数の和は，$12n+12=2^2\times3\times(n+1)$ より，和がある数の 2 乗になるとき，$n+1$ は $3\times(\text{自然数})^2$ になる。よって，最も和が小さいのは自然数が 1 のときで，2 番目に和が小さくなるのは自然数が 2 のときである。このとき，$n+1=3\times2^2=12$　よって，$n=11$ だから，3 つの連続する 4 の倍数の中央の数は，$4\times11+4=48$

数-15-公-岡山(特)-KS-04

4　問1　ヒストグラムの縦は 1 目盛り 1 人より，40 分以上 50 分未満の階級の度数は 7 人。

問2　最も度数が大きい階級は，20 分以上 30 分未満の階級だから，最頻値は 25 分。

問3　**ア**…読書時間が 60 分以上の人は 3＋5＝8(人)より正しい。
イ…50 分以上 60 分未満の階級の相対度数は $4\div40=0.1$ より，正しくない。
ウ…40 人の読書時間の合計は最も少ない値で考えると，$0\times2+10\times3+20\times10+30\times6+40\times7+50\times4+60\times3+70\times5=1420$(分) より，正しい。
エ…10 分以上 20 分未満の階級値は 15 分より正しくない。
よって，正しい選択肢は**ア**と**ウ**。

数-15-公-岡山(特)-KS-05

5 **問１**　B 店において，$0 \leqq x \leqq 30$ のとき，$y=35x$　$30 \leqq x$ のとき，$y=15(x-30)+35\times 30$ より，$y=15x+600$

問２　A 店では，$y=25x$…①　プリントを 1 枚以上するときで，A 店と B 店の料金が等しくなるのはグラフより，$30 \leqq x$ のときだから，B 店は，$y=15x+600$…②　①，②を連立方程式として解くと，$x=60$，$y=1500$　よって，料金が同じになるのは，60 枚ずつプリントするとき。

数-15-公-岡山(特)-KS-06

6 **問１**　平行線の同位角が等しいことなどを利用して，相似を導く。

問２　PQ＝x cm のとき，△PAQ∽△ABC より，PQ：AQ＝AC：BC＝10：8＝5：4

よって，x：AQ＝5：4 より，$5AQ=4x$　$AQ=\frac{4}{5}x$

△PDQ∽△DEF より，PQ：DQ＝DF：EF＝10：6＝5：3　x：DQ＝5：3 より，$5DQ=3x$　$DQ=\frac{3}{5}x$

AQ－DQ＝AD だから，$\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}x=30$　これを解いて，$x=150$　よって，PQ＝150(cm)