R７　県立岡山朝日　岡山県　数学　問題

数-25-岡-県立岡山朝日-問-01

1　次の**問１**～**問６**の［　　］に適当な数や組を書きなさい。

問１　$(\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3})(\sqrt{8}+2-\sqrt{6}-\sqrt{3})$ を計算すると［　　］である。

問２　2 次方程式 $4(2x+1)\left(\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{1-x}{4}\right)=\dfrac{(x-5)(x+2)}{3}+1$ を解くと，$x=$［　　］である。

問３　連立方程式 $\begin{cases}2x+y=1\\3x-2y=1\end{cases}$ の解を $x=a$，$y=b$ とする。m と n についての方程式 $am+bn=1$ が成り立つ自然数 m，n の組 $(m,\ n)$ をすべて求めると $(m,\ n)=$［　　］である。

問４　次のデータは，7 人の数学のテストの得点である。ただし，a の値は正の整数である。

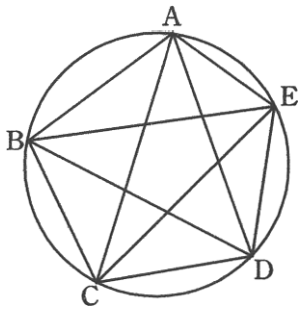
79，95，93，a，83，98，88

得点 a の値がわからないとき，7 人全体の得点の中央値として考えられる値は［　①　］通りある。また，7 人の得点の平均値が 88 点であったとき，中央値は［　②　］である。ただし，平均値，中央値は真の値であり，近似値ではない。

問５　右の図のように，1，2，3，4，5，6 の数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。この 6 枚のカードを袋に入れて，よくかき混ぜてから，まず 1 枚目のカードを引き，そのカードに書かれてある数を a とする。次に 1 枚目のカードを袋に戻さないで，2 枚目のカードを引き，そのカードに書かれてある数を b とする。このとき，a が b の倍数となる確率は［　　］である。ただし，どのカードを引く確率も同様に確からしいとする。



問6　右の図のように，円上に異なる5つの点A，B，C，D，Eをとるとき，5つの角の和∠BAC＋∠CBD＋∠DCE＋∠EDA＋∠AEB＝［　　］°である。



数-25-岡-県立岡山朝日-問-02

2　右のように，1から25までの自然数を小さい順に，上の段の左から5個ずつ書き並べた表がある。朝日さんと夕日さんはそれぞれ次のように5つの数字を選びその合計を求める。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

朝日さん：最初に数字1つを選び，その数字とその数字の上，下，左，右の合わせて5つの数字

夕日さん：最初に数字1つを選び，その数字とその数字の左上，右上，左下，右下の合わせて5つの数字

例えば，朝日さんが最初に選んだ数字を7とすると，5つの数字は2，6，7，8，12となる。夕日さんが最初に選んだ数字を7とすると，5つの数字は1，3，7，11，13となる。ただし，朝日さんが最初に選ぶことができる数字はその数字の上，下，左，右に数字があるものとし，夕日さんが最初に選ぶことができる数字はその数字の左上，右上，左下，右下に数字があるものとする。また，朝日さんと夕日さんは同じ数字を選んでもよいものとする。

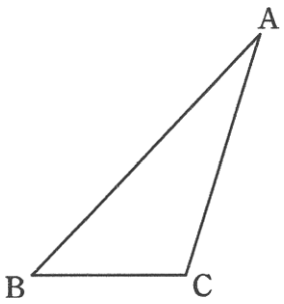
次の**問1**では適当な数を書き，**問2**では答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。

問1　朝日さんと夕日さんが最初に選んだ数字が同じであるとき，朝日さんの選んだ5つの数字の合計と夕日さんの選んだ5つの数字の合計の差は［　　］である。

問2　朝日さんが最初に選んだ数字をm，夕日さんが最初に選んだ数字をnとする。朝日さんが選んだ5つの数字の合計が夕日さんが選んだ5つの数字の合計の2倍になるような自然数m，nの組(m, n)をすべて求めよ。

数-25-岡-県立岡山朝日-問-03

3 右の図のように△ABC があり，AB＝$3\sqrt{5}$，BC＝$\sqrt{10}$，CA＝5 である。次の**問１**では指示に従って答えなさい。また，**問２**では［　　］に適当な数を書きなさい。

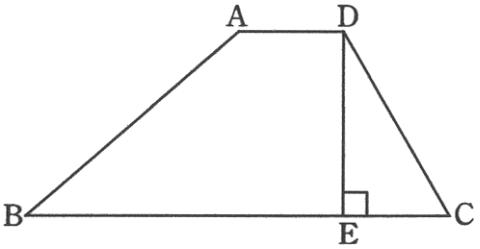


問１　C から辺 AB へ垂線をひき，辺 AB との交点を H とする。H を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

問２　△ABC の面積は［　　］である。

数-25-岡-県立岡山朝日-問-04

4 右の図のように，四角形 ABCD は，AD // BC かつ∠BCD が鋭角である台形で AD＝2，BC＝8，CD＝4 であり，面積が $10\sqrt{3}$ である。D から辺 BC へ垂線をひき，辺 BC との交点を E とする。次の**問１**，**問３**，**問４**では［　　］に適当な数を書きなさい。また，**問２**では指示に従って答えなさい。



問１　台形 ABCD の高さ DE＝［①］であり，CE＝［②］である。

問２　四角形 AECD が平行四辺形であることを証明せよ。

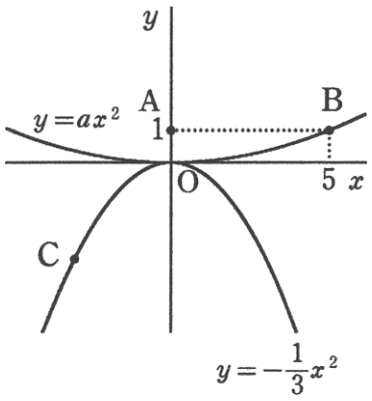
問３　BD＝［①］であり，∠BCD＝［②］°である。

問４　3 点 B，C，D を通る円を O とする。直線 AE と円 O との交点のうち，A から遠い方を F とするとき，円 O の半径は［①］であり，EF＝［②］である。

数-25-岡-県立岡山朝日-問-05

5 右の図のように，点 A (0，1) があり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B (5，1) をとる。また，関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 C (b，-3) をとる。ただし，a は定数，b は負の定数とする。

次の**問１**，**問３**，**問４**では［　　］に適当な数や式を書きなさい。また，**問２**では答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。



問１　$a=$［①］である。また，$b=$［②］であり，AC＝［③］である。

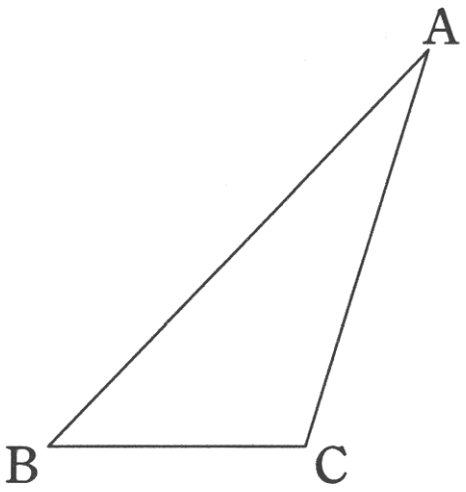
問２　B を通り直線 AC に平行な直線上に，y 座標が-3 である点 D をとる。D の座標を求めよ。

問３　∠BAC の二等分線を ℓ とすると，ℓ の方程式は $y=$［①］である。また，B を通り ℓ と平行な直線と直線 AC の交点を E とし，∠AEB の二等分線と ℓ の交点を F とするとき，AF＝［②］であり，△CEF の面積は［③］である。

問４　**問３**のとき，△CEF を直線 CF を軸として 1 回転させてできる立体の体積を V，直線 EF を軸として 1 回転させてできる立体の体積を V' とすると，V と V' の積 $V\times V'=$［　　］である。

Ｒ７　県立岡山朝日　岡山県　数学　解答用紙

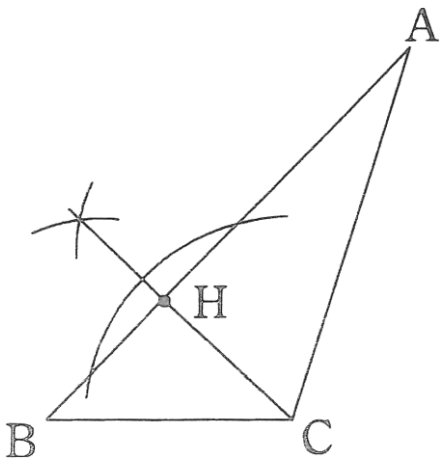
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-岡-県立岡山朝日-KY-01	1	問1				
		問2				
		問3				
		問4	①	(通り)		
			②			
		問5				
		問6	(°)			
数-25-岡-県立岡山朝日-KY-02	2	問1				
		問2				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-岡-県立岡山朝日-KY-03	3	問1				
		問2				
数-25-岡-県立岡山朝日-KY-04	4	問1	①			
			②			
		問2				
		問3	①			
			②	(　　°)		
		問4	①			
			②			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-岡-県立岡山朝日-K-05	5	問1	①			
			②			
			③			
		問2				
		問3	①			
			②			
			③			
		問4				

Ｒ７　県立岡山朝日　岡山県　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-岡-県立岡山朝日-K-01	1	問１	1		
		問２	$3\pm\sqrt{7}$		
		問３	(2，1)，(1，4)		
		問４ ①	6　(通り)		
		問４ ②	88		
		問５	$\frac{4}{15}$		
		問６	180　(°)		
数-25-岡-県立岡山朝日-K-02	2	問１	0		
		問２	朝日さんが選んだ 5 つの数字の合計は $5m$ であり，夕日さんが選んだ 5 つの数字の合計は $5n$ である。 朝日さんの選んだ 5 つの数字の合計が夕日さんの選んだ 5 つの数字の合計の 2 倍になるとき， $5m=5n\times2$　よって，$m=2n$ m，n の選べる候補は 7，8，9，12，13，14，17，18，19 この中で $m=2n$ を満たす自然数 m，n の組は $(m，n)=(14，7)$，$(18，9)$　……答		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-岡-県立岡山朝日-K-03	3	問1				
		問2	$\frac{15}{2}$			
数-25-岡-県立岡山朝日-K-04	4	問1	①	$2\sqrt{3}$		
			②	2		
		問2	四角形 AECD において，AD // EC また，**問1** から AD＝EC＝2 よって，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから 四角形 AECD は平行四辺形である。終			
		問3	①	$4\sqrt{3}$		
			②	60 (°)		
		問4	①	4		
			②	$\sqrt{13}-1$		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数・25・岡・県立岡山朝日・K05	5	問1	①	$\frac{1}{25}$		
			②	-3		
			③	5		
		問2	直線 AC の傾きは $\frac{4}{3}$ よって，B を通り直線 AC に平行な直線は $y=\frac{4}{3}x+d$ とおける。 これが B (5，1) を通るので，代入すると $1=\frac{4}{3}\times 5+d$　　より　$d=-\frac{17}{3}$ したがって，直線の方程式は $y=\frac{4}{3}x-\frac{17}{3}$ これに $y=-3$ を代入して　$x=2$ よって，D (2，-3)　……答			
		問3	①	$-2x+1$		
			②	5		
			③	$10\sqrt{5}$		
		問4	$\frac{40000\sqrt{5}}{9}\pi^2$			

数-25-岡-県立岡山朝日-KS-01

1　【小問集合】

問1　$(\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3})(\sqrt{8}+2-\sqrt{6}-\sqrt{3})=\{(\sqrt{8}-\sqrt{3})+(\sqrt{6}-2)\}\{(\sqrt{8}-\sqrt{3})-(\sqrt{6}-2)\}$
$=(\sqrt{8}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{6}-2)^2=\{(\sqrt{8})^2-2\times\sqrt{8}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\}-\{(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times2+2^2\}$
$=(8-4\sqrt{6}+3)-(6-4\sqrt{6}+4)=(11-4\sqrt{6})-(10-4\sqrt{6})=1$

これだけは！ 根号を含む式の計算

1 $\sqrt{\ }$の中に同じ数の2乗があったら，1つにして$\sqrt{\ }$の外に出す。
$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

2 乗除は，$\sqrt{\ }$の外どうし，中どうしで計算する。
$2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{\cancel{10}}^{\sqrt{5}}}{\underset{3}{\cancel{6}}\sqrt{\cancel{2}}_{\sqrt{1}}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

3 分母に$\sqrt{\ }$があるときは，$\sqrt{\ }$のない形にする。(分母の有理化)

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$
$=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$　分母の$\sqrt{\ }$と同じ数を分子と分母の両方にかける。
$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4 加減は，文字式のように計算する。

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$	$2x-3y+x+2y$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$	$=2x+x-3y+2y$
$=(2+1)\sqrt{2}+(-3+2)\sqrt{3}$	$=(2+1)x+(-3+2)y$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$	$=3x-y$

問2　方程式の両辺に3をかけると，$12(2x+1)\left(\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{1-x}{4}\right)=(x-5)(x+2)+3$
$(2x+1)\{4(x-2)+3(1-x)\}=(x-5)(x+2)+3$　　$(2x+1)(x-5)=(x-5)(x+2)+3$
$2x^2-9x-5=x^2-3x-10+3$　　$x^2-6x+2=0$　　2次方程式の解の公式より，
$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\dfrac{6\pm\sqrt{28}}{2}=\dfrac{6\pm2\sqrt{7}}{2}=3\pm\sqrt{7}$

これだけは！ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解き方

1 項bxがないとき($b=0$のとき)
→平方根の考え方を使う。
$2x^2-6=0$
$2x^2=6$
$x^2=3$
$x=\pm\sqrt{3}$

※(　　)^2=○ の形にできるときも，平方根の考え方を使うことができる。
$2(x+1)^2-6=0$
$2(x+1)^2=6$
$(x+1)^2=3$
$x+1=\pm\sqrt{3}$
$x=-1\pm\sqrt{3}$

2 項 bx があり $(b\neq0)$，因数分解ができるとき
→因数分解の考え方を使う。
$x^2-5x-6=0$
$(x+1)(x-6)=0$
$x+1=0$ または $x-6=0$
$x=-1$，$x=6$

3 項 bx があり $(b\neq0)$，因数分解ができないとき
→解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ を使う。
$2x^2-5x+1=0$
$a=2$，$b=-5$，$c=1$ として，解の公式にあてはめると，
$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

問3　連立方程式の上の式を①，下の式を②とする。

①×2＋②より，$7x=3$　　$x=\dfrac{3}{7}$

これを①に代入すると，$2\times\dfrac{3}{7}+y=1$ より，$y=\dfrac{1}{7}$

よって，$a=\dfrac{3}{7}$，$b=\dfrac{1}{7}$だから，これらを方程式 $am+bn=1$ に代入して，$\dfrac{3}{7}m+\dfrac{1}{7}n=1$

これを n について解くと，$n=7-3m$

これをみたす自然数 m，n の組を，$m=1$，2，3，……を代入することで求めると，

$m=1$ のとき，$n=7-3\times1=4$

$m=2$ のとき，$n=7-3\times2=1$

$m=3$ のとき，$n=7-3\times3=-2$

⋮

となり，$m\geqq3$ のとき n は負の数になるため，不適である。

よって，求める自然数 m，n の組は，$(m,\ n)=(2,\ 1),\ (1,\ 4)$ である。

問4

①　得点 a を除く 6 人の得点を小さい方から順に並べると，次のようになる。

79，83，88，93，95，98

(ⅰ) $1\leqq a\leqq88$ のとき，7 人全体の得点の中央値は 88 の 1 通り。

(ⅱ) $89\leqq a\leqq92$ のとき，7 人全体の得点の中央値は $a=89$，90，91，92 の 4 通り。

(ⅲ) $93\leqq a$ のとき，7 人全体の得点の中央値は 93 の 1 通り。

以上のことから，7 人全体の得点の中央値として考えられる値は 1＋4＋1＝6(通り) ある。

②　得点 a を除く 6 人の得点と，平均値である 88 点との違いを，小さい方から順に並べると，次のようになる。

-9，-5，0，$+5$，$+7$，$+10$

また，得点 a の 88 点との違いを a' とすると，7 人全体の得点と，平均値である 88 点との違いの合計は 0 であることから，$(-9)+(-5)+0+(+5)+(+7)+(+10)+a'=0$ が成り立つ。よって，$a'=-8$ より，$a=88+(-8)=80$

①の(ⅰ)より，$a=80$ のときの 7 人全体の得点の中央値は 88 である。

これだけは！ 代表値

データの特徴を調べたり，伝えたりするときに活用する値を**代表値**という。

①**平均値**…各データの値の合計を，度数の合計でわった値

※度数分布表だけが与えられている場合では，個々のデータの値がわからないため，その代わりに階級値を用いる。たとえば，「5m以上10m未満の階級の度数が5」である場合，その5つのデータの値が，5mと10mの平均，すなわち，階級値の7.5mであるとみなして，平均値を計算する。

②**中央値**(メジアン)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

※データの総数が偶数のときは，中央にある2つのデータの値の平均を中央値とする。

③**最頻値**(モード)…データの中で，最も多く出てくる値

※度数分布表だけが与えられている場合は，もっとも度数の大きい階級の階級値を最頻値とする。

問5　1枚目と2枚目で同じカードが引かれることはないことに注意すると，2枚のカードの取り出し方，すなわち，a，bの値の組み合わせは，**表1**の通り全部で30通りあるとわかる。このうち，aがbの倍数となるのは，○印をつけた8通りだから，求める確率は$\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$である。

表1

a＼b	1	2	3	4	5	6
1						
2	○					
3	○					
4	○	○				
5	○					
6	○	○	○			

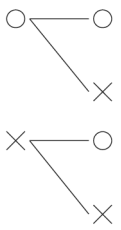
これだけは！　確率の求め方

・あることがらの起こりやすさの程度を表す数を**確率**といい，$\frac{\text{あることがらが起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$で求められる。

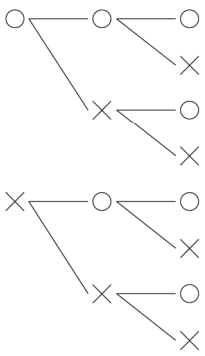
・絶対に起こらないことがらの確率は0で，絶対に起こることがらの確率は1だから，確率の値の範囲は，0以上1以下である。

【よく出るパターン】

①2枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



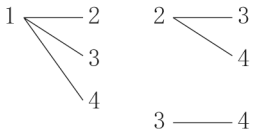
②3枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



③2個のさいころを投げる
・2個のさいころの出る目の組み合わせを，下のような表に表す。

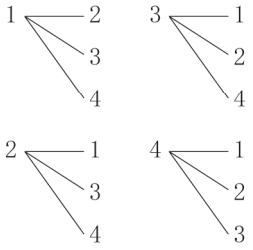
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

④4枚のカードから，2枚のカードを同時に取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



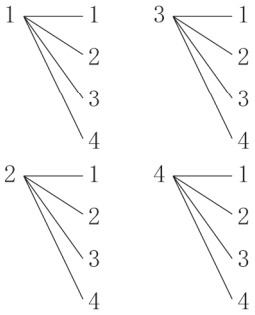
※「同時に取り出す」ので，2枚のカードの順番は考えない。
※「同時に取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑤4枚のカードから2枚のカードを1枚ずつ続けて取り出す（取り出したカードはもとにもどさない）
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「続けて取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

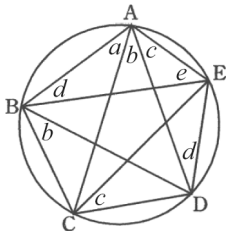
⑥4枚のカードから1枚のカードを取り出し，もとにもどしてから，もう1枚のカードを取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「もとにもどしてから」とあるので，同じカードが2枚取り出されることもありうる。

問6　**図1**のように，∠BAC＝a，∠CBD＝b，∠DCE＝c，∠EDA＝d，∠AEB＝e とする。

図1



$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角より，∠CAD＝∠CBD＝$b$

$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$に対する円周角より，∠DAE＝∠DCE＝$c$

$\overset{\frown}{\mathrm{EA}}$に対する円周角より，∠EBA＝∠EDA＝$d$

よって，△ABE の内角の和より，$a+b+c+d+e=180°$である。

数-25-公-岡山朝日-KS-02

2　【式の利用】

問1　朝日さんと夕日さんが最初に選んだ数字を k とする。

朝日さんが選んだ 5 つの数字は，小さい方から $k-5$，$k-1$，k，$k+1$，$k+5$ と表される。

よって，朝日さんが選んだ 5 つの数字の合計は，$(k-5)+(k-1)+k+(k+1)+(k+5)=5k$　…①

夕日さんが選んだ 5 つの数字は，小さい方から $k-6$，$k-4$，k，$k+4$，$k+6$ と表される。

よって，夕日さんが選んだ 5 つの数字の合計は，$(k-6)+(k-4)+k+(k+4)+(k+6)=5k$　…②

したがって，①と②の差は $5k-5k=0$ である。

数-25-公-岡山朝日-KS-03

3　【平面図形】

問2　**問1**で作図した点 H を利用する。

AH＝x とすると，$\mathrm{BH}=3\sqrt{5}-x$ と表される。

△AHC と△BHC のそれぞれで三平方の定理を用いることで，CH^2 を 2 通りで表すと，

$5^2-x^2=(\sqrt{10})^2-(3\sqrt{5}-x)^2$ が成り立つ。これを解くと，　$x=2\sqrt{5}$

よって，$\mathrm{CH}^2=5^2-(2\sqrt{5})^2=25-20=5$　　$\mathrm{CH}>0$ より，$\mathrm{CH}=\sqrt{5}$

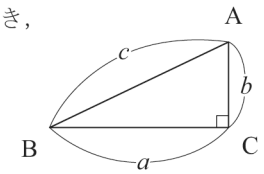
したがって，$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{CH}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\frac{15}{2}$

これだけは！　三平方の定理

∠C＝90°である直角三角形ABCで，BC＝a，CA＝b，AB＝c とするとき，

$a^2+b^2=c^2$

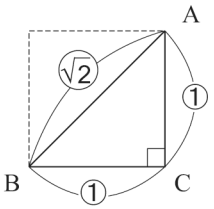
が成り立つ。



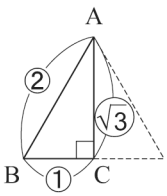
特に，以下の直角三角形の辺の比はよく覚えておこう。

① 角の大きさと辺の比が有名な直角三角形

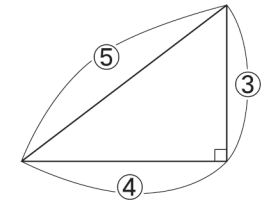
・正方形を対角線で切ってできる直角二等辺三角形

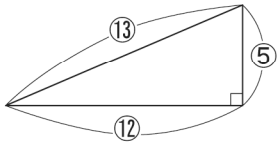


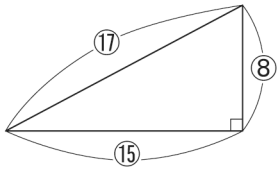
・正三角形を対称の軸で切ってできる直角三角形



② 辺の比が整数になる直角三角形







4 【平面図形】

問1

① 台形 ABCD の面積より，$\frac{1}{2}\times(AD+BC)\times DE=\frac{1}{2}\times(2+8)\times DE=5DE=10\sqrt{3}$

よって，$DE=2\sqrt{3}$

② ∠DEC＝90°，DE：CD＝$2\sqrt{3}$：4＝$\sqrt{3}$：2 より，△DEC は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形であることがわかる。よって，$CE=\frac{1}{2}CD=2$

問3

① BE＝BC－CE＝8－2＝6

∠BED＝90°，DE：BE＝$2\sqrt{3}$：6＝1：$\sqrt{3}$ より，△BED は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形であることがわかる。よって，$BD=2DE=4\sqrt{3}$

② **問1**の②より，∠BCD＝60°である。

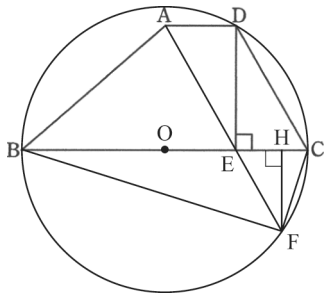
問4

① **問3**の①より，∠DBC＝30°，**問3**の②より，∠BCD＝60°だから，△BCD の内角の和より，∠BDC＝180°－(30°＋60°)＝90°である。

よって，3 点 B，C，D を通る円の直径は線分 BC だから，半径は 8÷2＝4 である。

② **図1**のように，点 F から線分 BC に垂線 FH を引く。

図1



$EH=x$ とおくと，$BH=BE+EH=6+x$，$CH=CE-EH=2-x$

また，DC // AF より，錯角は等しいから，∠CEF＝∠BCD＝60°

よって，△EFH は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，$EF=2EH=2x$，$FH=\sqrt{3}EH=\sqrt{3}x$

ここで，△BFH と△FCH において，

∠BHF＝∠FHC＝90°　…(ⅰ)

半円の弧に対する円周角は 90°だから，∠BFC＝90°なので，

∠BFH＝90°－∠CFH

△FCH の内角の和より，∠FCH＝90°－∠CFH

よって，∠BFH＝∠DCH　…(ⅱ)

(ⅰ)，(ⅱ)より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△BFH∽△FCH

したがって，BH：FH＝FH：CH より，$(6+x):\sqrt{3}x=\sqrt{3}x:(2-x)$

比例式の性質より，$(\sqrt{3}x)^2=(6+x)(2-x)$　$3x^2=12-4x-x^2$　$4x^2+4x-12=0$　$x^2+x-3=0$

2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

$x>0$ だから，$x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

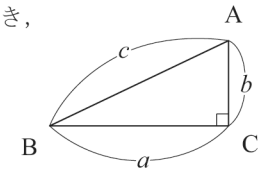
よって，$EF=2x=2\times\frac{-1+\sqrt{13}}{2}=\sqrt{13}-1$

これだけは！ 三平方の定理

∠C＝90°である直角三角形ABCで，BC＝a，CA＝b，AB＝cとするとき，

$a^2+b^2=c^2$

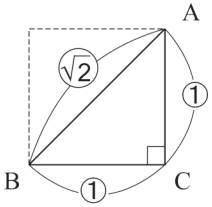
が成り立つ。



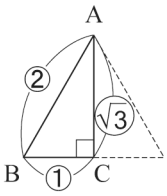
特に，以下の直角三角形の辺の比はよく覚えておこう。

① 角の大きさと辺の比が有名な直角三角形

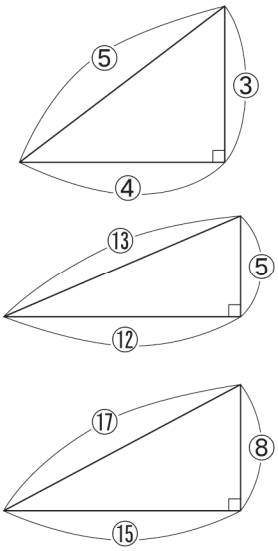
・正方形を対角線で切ってできる直角二等辺三角形



・正三角形を対称の軸で切ってできる直角三角形



② 辺の比が整数になる直角三角形



数-25-公-岡山朝日-KS-05

5 【関数のグラフと図形】

問1

① 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B(5，1) があるから，$1=a\times5^2$ より，$a=\dfrac{1}{25}$

② 関数 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 C(b，-3) があるから，$-3=-\dfrac{1}{3}\times b^2$ より，$b^2=9$

$b<0$ より，$b=-3$

③ $AC=\sqrt{\{0-(-3)\}^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

問3

① AB＝5 だから，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形である。よって，ℓ は二等辺三角形 ABC の頂角である∠BAC の二等分線だから，底辺 BC を垂直に 2 等分する。すなわち，線分 BC の中点を M とすると，ℓ は 2 点 A，M を通る直線だとわかる。

点 M の座標を (m，n) とすると，2 点 B，M と 2 点 M，C において，x 座標の差と y 座標の差はそれぞれ等しいから，$5-m=m-(-3)$より，$m=1$，$1-n=n-(-3)$ より，$n=-1$

すなわち，M(1，-1) (※注)

ℓ は，傾きが$\dfrac{-1-1}{1-0}=-2$，切片が 1 だから，その式は $y=-2x+1$ である。

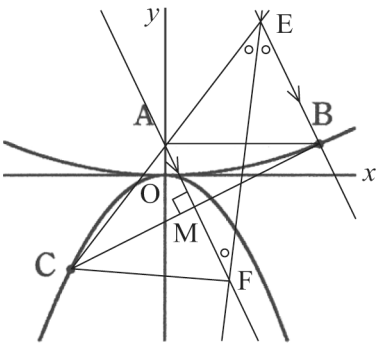
※注 座標平面上の線分の中点の座標は，次のような公式で求められる。

2 点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2) を結ぶ線分 AB の中点 M の座標は，M$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}，\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$である。

よって，この問題では，M$\left(\dfrac{5+(-3)}{2}，\dfrac{1+(-3)}{2}\right)$と求めることができる。

② 2点E，Fの位置は，**図1**のようになる。

図1



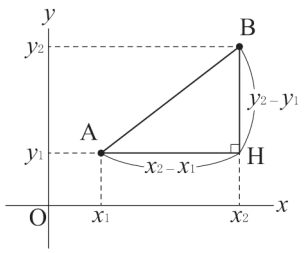
AM // EB より，平行線と線分の比の性質から，
AC：AE＝MC：MB＝1：1
よって，**問1**の③より，AC＝AE＝5
また，直線EFは∠AEBの二等分線だから，∠AEF＝∠BEF
EB // AF より，平行線の錯角は等しいから，∠BEF＝∠AFE
よって，∠AEF＝∠AFEだから，2つの角が等しいので，
△AEFは二等辺三角形とわかる。
したがって，AF＝AE＝5

③ $BC=\sqrt{\{5-(-3)\}^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ より，$MC=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{5}$

$\triangle ACF=\frac{1}{2}\times AF\times MC=\frac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

AC＝AE より，$\triangle ACF=\triangle AEF=5\sqrt{5}$ だから，$\triangle CEF=2\triangle ACF=2\times 5\sqrt{5}=10\sqrt{5}$

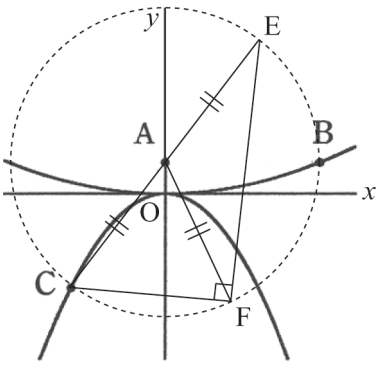
これだけは！ 2点間の距離



△ABHで三平方の定理より，
$AB^2=AH^2+BH^2$
$=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$
AB＞0より，
$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$=\sqrt{(x\text{座標の差})^2+(y\text{座標の差})^2}$

問4 **図2**のように，AC＝AE＝AF より，点Aは，3点C，E，Fを通る円の中心である。また，3点C，A，Eが一直線上にあるから，線分CEは円Aの直径である。よって，半円の弧に対する円周角は90°だから，∠CFE＝90°

図2



したがって，△CFE＝$\frac{1}{2}\times$CF×EF と表されるから，**問3**の③より，$\frac{1}{2}\times CF\times EF=10\sqrt{5}$
すなわち，$CF\times EF=20\sqrt{5}$ …☆

△CEFを直線CFを軸として1回転させてできる立体は，点Fを中心とする半径EFの円が底面で，高さがCFの円錐である。よって，その体積は，$V=\frac{1}{3}\times\pi\times EF^2\times CF$
△CEFを直線EFを軸として1回転させてできる立体は，点Fを中心とする半径CFの円が底面で，高さがEFの円錐である。よって，その体積は，$V'=\frac{1}{3}\times\pi\times CF^2\times EF$
したがって，$V\times V'=\left(\frac{1}{3}\times\pi\times EF^2\times CF\right)\times\left(\frac{1}{3}\times\pi\times CF^2\times EF\right)=\frac{1}{9}\pi^2\times CF^3\times EF^3$
$=\frac{1}{9}\pi^2\times(CF\times EF)^3$

☆より，$\frac{1}{9}\pi^2\times(\mathrm{CF}\times\mathrm{EF})^3=\frac{1}{9}\pi^2\times(20\sqrt{5})^3=\frac{40000\sqrt{5}}{9}\pi^2$

よって，$V\times V'=\frac{40000\sqrt{5}}{9}\pi^2$