H28　大阪府（B）　公立　数学　問題

数-16-公-大阪（B）-問-01

1　次の問いに答えなさい。

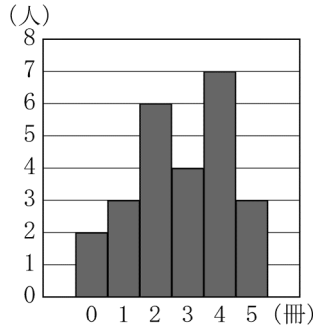
問１　$(-9)\div(-3)+5\times(-7)$　を計算しなさい。

問２　$\dfrac{3a-1}{5}-\dfrac{a-2}{3}$　を計算しなさい。

問３　$\sqrt{54}-4\sqrt{6}+\dfrac{12}{\sqrt{6}}$　を計算しなさい。

問４　$(4x+y)(4x-y)-(x-5y)^2$　を計算しなさい。

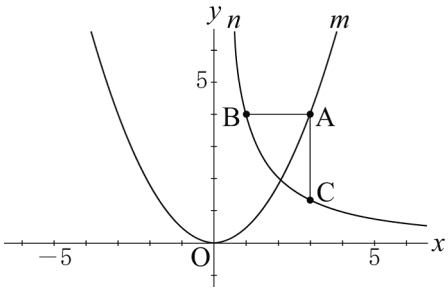
問５　右図は，25 人の生徒がある期間中に読んだ本の冊数を冊数別に表したヒストグラムである。次の**ア**～**エ**のうち，このヒストグラムからわかることとして正しいものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。



ア　平均値は 4 冊である。
イ　最頻値は 3 冊である。
ウ　中央値は 3 冊である。
エ　範囲は 4 冊である。

問６　二つのさいころを同時に投げ，出る目の数の和を a，出る目の数の積を b とするとき，$a \geqq b$ である確率はいくらですか。1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問７　右図において，m は $y=\frac{4}{9}x^2$ のグラフを表し，n は $y=\frac{4}{x}$ $(x>0)$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は正である。B，C は n 上の点であり，B の x 座標は 1 である。A の y 座標は B の y 座標と等しく，C の x 座標は A の x 座標と等しい。A と B，A と C とをそれぞれ結ぶ。

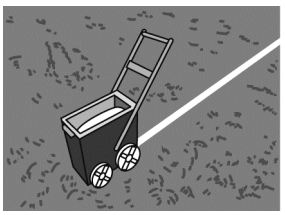


(1) 関数 $y=\frac{4}{9}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 線分 AC の長さは線分 AB の長さの何倍ですか。ただし，x 軸の 1 目もりの長さと y 軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

数-16-公-大阪（B）-問-02

2　右の写真は，グラウンドにラインをひくために用いるラインカーを示している。ラインカーの中には石灰が入っている。K さんは，「ひいたラインの長さ」と「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」との関係について考えてみた。「ひいたラインの長さ」が増えるのにともなって，「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」が減る割合は一定であるとして，次の問いに答えなさい。



問１　K さんは，**ラインカーA** を使ってラインをひくことにした。**ラインカーA** の中に初めに入っている石灰の重さは 2000 g である。「ひいたラインの長さ」が x m のときの「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」を y g とし，「ひいたラインの長さ」が 1 m 増えるごとに「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」は 40 g ずつ減るものとする。また，$0 \leqq x \leqq 50$ とし，$x=0$ のとき $y=2000$ であるとする。

(1) 次の表は，x と y との関係を示した表の一部である。表中の（**ア**），（**イ**）に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	0	⋯	1	⋯	4	⋯	10	⋯
y	2000	⋯	1960	⋯	（ア）	⋯	（イ）	⋯

(2) $0 \leqq x \leqq 50$ として，y を x の式で表しなさい。

(3) $y=600$ となるときの x の値を求めなさい。

問２　K さんは，2 種類のラインカー**ラインカーＡ**，**ラインカーＢ**を使ってラインをひくことにした。

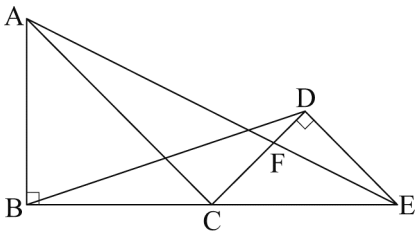
右の表は，ラインカーの中に初めに入っている石灰の重さを a g とし，「ひいたラインの長さ」が 1 m 増えるごとに「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」は b g ずつ減るものとして，**ラインカーＡ**，**ラインカーＢ**についての a と b の値をそれぞれ示したものである。

	a	b
ラインカーＡ	2000	40
ラインカーＢ	3000	60

K さんは，まず，**ラインカーＡ**を使ってラインを s m ひき，次に，**ラインカーＢ**を使ってラインを t m ひき，合わせて 50 m のラインをひいた。このとき，**ラインカーＡ**の中に入っている石灰の重さと**ラインカーＢ**の中に入っている石灰の重さとの合計は 2640 g であった。s, t の値をそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。

数-16-公-大阪（B）-問-03

3　右図において，△ABC は∠ABC＝90°，AB＝BC＝4 cm の直角二等辺三角形であり，△DCE は∠CDE＝90°，CE＝4 cm の直角二等辺三角形である。3 点 B，C，E はこの順に一直線上にあり，A，D は直線 BE について同じ側にある。A と E，B と D とをそれぞれ結ぶ。F は，線分 AE と辺 CD との交点である。



次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　線分 AE の長さを求めなさい。

問２　△ACE∽△BCD であることを証明しなさい。

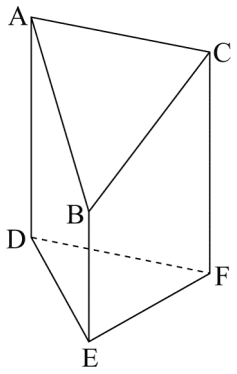
問３　線分 CF の長さを求めなさい。

4 **図１～図３**において，立体 ABC－DEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。△ABC は BA＝BC＝5 cm，AC＝4 cm の二等辺三角形であり，△DEF は 1 辺の長さが 4 cm の正三角形である。四角形 ADEB は，AD // BE，∠ADE＝∠DEB＝90°，AD＝6 cm，BE＝3 cm の台形である。四角形 CFEB は CF // BE の台形であり，台形 CFEB≡台形 ADEB である。四角形 ADFC は長方形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　**図１**において，

図１



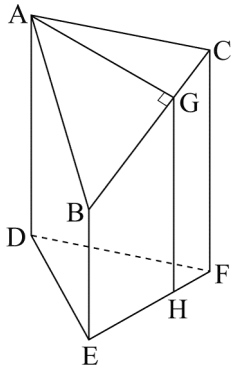
(1) 次の**ア**～**カ**のうち，面 DEF と垂直な辺はどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。

ア　辺 AB	**イ**　辺 AC	**ウ**　辺 AD
エ　辺 BC	**オ**　辺 BE	**カ**　辺 CF

(2) △ABC の内角∠ABC の大きさを $a°$ とするとき，△ABC の内角∠BAC の大きさを a を用いて表しなさい。

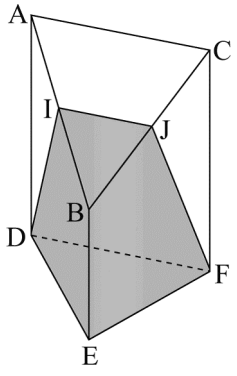
問２　**図２**において，G は，A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。H は，G を通り辺 CF に平行な直線と辺 EF との交点である。線分 GH の長さを求めなさい。求め方も書くこと。

図２



問３　**図３**において，I は辺 AB の中点であり，J は辺 BC の中点である。D と I，I と J，J と F とをそれぞれ結ぶ。

図３



(1) △DEF の面積を求めなさい。

(2) 立体 IBJ－DEF の体積を求めなさい。

H28　大阪府（B）　公立　　**数学　解答用紙**

	問題番号		解　　答			配点	備　考
数−16−公−大阪（B）−KY−01	1	問１					
		問２					
		問３					
		問４					
		問５	ア　　イ　　ウ　　エ				
		問６					
		問７	(1)				
			(2)	倍			
数−16−公−大阪（B）−KY−02	2	問１	(1)	（ア）			
				（イ）			
			(2)	$y=$			
			(3)				
		問２	〔求め方〕 $s=$　　，$t=$				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大阪(B)-KY-03	3	問１	cm		
		問２	〔証明〕		
		問３	cm		

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−大阪(B)−KY−04	4	問1	(1)	ア　イ　ウ　エ　オ　カ		
			(2)	度		
		問2	〔求め方〕 cm			
		問3	(1)	cm^2		
			(2)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解答	配点	備考
数-16-公-大阪(B)-K-01	1	問1	-32	3	
		問2	$\dfrac{4a+7}{15}$	3	
		問3	$\sqrt{6}$	3	
		問4	$15x^2+10xy-26y^2$	3	
		問5	ア　イ　(ウ)　エ	3	
		問6	$\dfrac{1}{3}$	3	
		問7 (1)	$0 \leqq y \leqq 4$	3	
		問7 (2)	$\dfrac{4}{3}$ 倍	3	
数-16-公-大阪(B)-K-02	2	問1 (1) (ア)	1840	3	
		問1 (1) (イ)	1600	3	
		問1 (2)	$y=-40x+2000$	3	
		問1 (3)	35	3	
		問2	〔求め方〕 合わせて 50 m のラインをひいたから $s+t=50$ ……㋐ 石灰の重さの合計が 2640 g であったから $(-40s+2000)+(-60t+3000)=2640$ ……㋑ ㋐，㋑を連立させて解くと $s=32$，$t=18$ ——(＊) $s=32$，$t=18$	9	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。 ・(＊)において，「この s，t の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−大阪(B)−K−03		問１	$4\sqrt{5}$　cm	3	
	3	問２	〔証明〕 △ACE と△BCD において △ABC は∠ABC＝90° の直角二等辺三角形だから AC : BC＝$\sqrt{2}$: 1　……㋐ △DCE は∠CDE＝90° の直角二等辺三角形だから CE : CD＝$\sqrt{2}$: 1　……㋑ ㋐，㋑より　AC : BC＝CE : CD　……㋒ ∠ACE＝180° −∠ACB＝135°　……㋓ ∠BCD＝180° −∠DCE＝135°　……㋔ ㋓，㋔より　∠ACE＝∠BCD　……㋕ ㋒，㋕より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから △ACE∽△BCD	10	・他の証明でも正しければよい。 ・部分点を与える。
		問３	$\frac{4\sqrt{2}}{3}$　cm	6	

	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-大阪(B)-K-04	4	問1	(1)	ア　イ　(ウ)　エ　(オ)　(カ)	3	完答とし，三つとも正しい場合のみ点を与える。
			(2)	$90-\frac{1}{2}a$　度	3	
		問2	〔求め方〕 BG＝x cm とすると　CG＝$5-x$ (cm) ∠AGB＝90°だから　$AG^2=AB^2-BG^2$　……㋐ ∠AGC＝90°だから　$AG^2=AC^2-CG^2$　……㋑ ㋐，㋑より　$AB^2-BG^2=AC^2-CG^2$ よって　$5^2-x^2=4^2-(5-x)^2$ これを解くと　$x=\frac{17}{5}$　(＊) B を通り辺 EF に平行な直線と線分 GH，辺 CF との交点をそれぞれ K，L とすると，KH＝BE＝3 (cm)， LF＝BE＝3 (cm) だから CL＝CF－LF＝3 (cm) GK // CL だから GK : CL＝BG : BC＝$\frac{17}{5}$: 5＝17 : 25 よって　GK＝$\frac{17}{25}$ CL＝$\frac{51}{25}$ (cm) したがって　GH＝GK＋KH＝$\frac{126}{25}$ (cm) $\frac{126}{25}$　cm		10	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。 ・(＊) において，「この x の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。
		問3	(1)	$4\sqrt{3}$　cm^2	3	
			(2)	$10\sqrt{3}$　cm^3	7	

数-16-公-大阪(B)-KS-01

1　**問1**　$(-9)\div(-3)+5\times(-7)=3-35=-32$

問2　$\dfrac{3a-1}{5}-\dfrac{a-2}{3}=\dfrac{3(3a-1)-5(a-2)}{15}=\dfrac{9a-3-5a+10}{15}=\dfrac{4a+7}{15}$

問3　$\sqrt{54}-4\sqrt{6}+\dfrac{12}{\sqrt{6}}=3\sqrt{6}-4\sqrt{6}+\dfrac{12\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=3\sqrt{6}-4\sqrt{6}+2\sqrt{6}=\sqrt{6}$

問4　$(4x+y)(4x-y)-(x-5y)^2=(4x)^2-y^2-(x^2-10xy+25y^2)=16x^2-y^2-x^2+10xy-25y^2$
$=15x^2+10xy-26y^2$

問5　**ア**…平均値は，$(0\times2+1\times3+2\times6+3\times4+4\times7+5\times3)\div25=2.8$(冊)
イ…最頻値は，度数のもっとも多い4冊である。
ウ…中央値は，読んだ冊数の少ない順に並べたとき13番目の冊数だから，3冊である。
エ…範囲は，$5-0=5$(冊)
よって，**ウ**が正しい。

問6　2つのさいころをA，Bとし，目の出方を(A，B)の形で表す。2つのさいころの目の出方は，全部で，$6\times6=36$(通り)　このうち，$a\geqq b$となるのは，(A，B)=(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(1，6)，(2，1)，(2，2)，(3，1)，(4，1)，(5，1)，(6，1)の12通り。
よって，求める確率は，$\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

問7　(1) 関数$y=\dfrac{4}{9}x^2$で，yは$x=0$のとき，最小値$y=0$をとり，$x=-3$のとき，最大値
$y=\dfrac{4}{9}\times(-3)^2=4$をとる。よって，求める$y$の変域は，$0\leqq y\leqq4$

(2) 点Aのx座標をtとすると，y座標は，$y=\dfrac{4}{9}t^2$　点Bのy座標は，$y=\dfrac{4}{1}=4$だから，
$\dfrac{4}{9}t^2=4$　$t^2=9$　$t>0$より，$t=3$　よって，A(3，4)，C$\left(3,\ \dfrac{4}{3}\right)$
AB$=3-1=2$，AC$=4-\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}$だから，ACの長さはABの長さの$\dfrac{8}{3}\div2=\dfrac{4}{3}$(倍)

数-16-公-大阪(B)-KS-02

2　**問1**　(1)　「ひいたラインの長さ」が1m増えるごとに「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」は40gずつ減るから，(**ア**)…$2000-40\times4=1840$(g)，(**イ**)…$2000-40\times10=1600$(g)
(2) (ラインカーの中に入ってる石灰の重さ)$=2000-40\times$(ひいたラインの長さ)より，
$y=2000-40\times x$　よって，$y=-40x+2000$
(3) **問2**の式に$y=600$を代入すると，$600=-40x+2000$　$x=35$

問2　「ひいたラインの長さ」の合計は50mだから，$s+t=50$…㋐　「ラインカーの中に入っている石灰の重さ」の合計は2640gだから，$(-40s+2000)+(-60t+3000)=2640$…㋑
㋐，㋑を連立させて解くと，$s=32$，$t=18$

数-16-公-大阪(B)-KS-03

3　**問1**　直角三角形ABEで，$AB^2+BE^2=AE^2$より，$4^2+(4+4)^2=AE^2$　$AE^2=80$　$AE>0$より，
AE$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

問２　△ACE と△BCD において，AC：BC＝$\sqrt{2}$ ：1…㋐

CE：CD＝$\sqrt{2}$ ：1…㋑

㋐，㋑より，AC：BC＝CE：CD…㋒

∠ACE＝180°－∠ACB＝180°－45°＝135°…㋓

∠BCD＝180°－∠DCE＝180°－45°＝135°…㋔

㋓，㋔より，∠ACE＝∠BCD…㋕

㋒，㋕より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△ACE∽△BCD

問３　∠ACB＝∠DEC＝45°より，同位角が等しいから，AC // DE

よって，CF：DF＝AC：ED＝$\sqrt{2}$ AB：$\dfrac{\text{CE}}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ ：$\dfrac{4}{\sqrt{2}}$＝2：1

したがって，CF＝$\dfrac{2}{2+1}$DC＝$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$(cm)

数-16-公-大阪(B)-KS-04

4　**問１**　(1)　AD⊥DE，AD⊥DF より，AD⊥面 DEF，同様に BE⊥面 DEF，CF⊥面 DEF

よって，面 DEF と垂直な辺は，**ウ**の辺 AD，**オ**の辺 BE，**カ**の辺 CF である。

(2)　BA＝BC だから，∠BAC＝(180°－a°)×$\dfrac{1}{2}$＝90°－$\dfrac{1}{2}a$°

問２　BG＝x cm とする。直角三角形 ABG で，$\text{AG}^2=\text{AB}^2-\text{BG}^2=5^2-x^2=25-x^2$…㋐

直角三角形 ACG で，$\text{AG}^2=\text{AC}^2-\text{CG}^2=4^2-(5-x)^2=-x^2+10x-9$…㋑

㋐，㋑より，$25-x^2=-x^2+10x-9$　これを解くと，$x=\dfrac{17}{5}$

よって，BG＝$\dfrac{17}{5}$ cm，CG＝5－$\dfrac{17}{5}$＝$\dfrac{8}{5}$(cm)

次に，BF と GH の交点を K とする。

△BFC で GK // CF だから，GK：CF＝BG：BC より，GK：6＝$\dfrac{17}{5}$ ：5　GK＝$\dfrac{102}{25}$cm

また，△FBE で，KH // BE だから，KH：BE＝FH：FE＝CG：CB＝$\dfrac{8}{5}$ ：5＝8：25 より，

KH：3＝8：25　KH＝$\dfrac{24}{25}$　したがって，GH＝GK＋KH＝$\dfrac{102}{25}+\dfrac{24}{25}=\dfrac{126}{25}$(cm)

問３　(1) 正三角形 DEF で，D から辺 EF にひいた垂線の長さを h cm とすると，h＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$DE

＝$2\sqrt{3}$　よって，△DEF＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm^2)

(2) 立体 ABC－DEF を，右の**図１**のように，点 B を通り面 DEF に平行な平面で切って２つに分けると，体積は，正三角柱㋐の体積と四角錐㋑の体積の和として求められる。

㋐の正三角柱の体積は，△DEF の面積が $4\sqrt{3}$ cm^2 だから，$4\sqrt{3} \times 3 = 12\sqrt{3}$ (cm^3)

㋑の四角錐の底面は，縦 3 cm，横 4 cm の長方形で，高さは正三角形 DEF の高さに等しいから，$2\sqrt{3}$ cm である。

よって，㋑の四角錐の体積は，$\frac{1}{3} \times (3 \times 4) \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ (cm^3)

したがって，立体 ABC－DEF の体積は，$12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ (cm^3)

次に，右の**図２**のように，C と I，F と I を結び，白い立体を，四角錐 I－ADFC と三角錐 I－CJF とに分ける。四角錐 I－ADFC の底面は長方形 ADFC で，高さは正三角形 DEF の高さの $\frac{1}{2}$ に等しいから，体積は，$\frac{1}{3} \times (6 \times 4) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$ (cm^3)　三角錐 I－CJF の底面を△CJF とみると，高さは正三角形 DEF の高さの $\frac{1}{2}$ に等しい。また，△CJF の底辺を CF とみると，高さは $\frac{1}{2}$ EF$= \frac{1}{2} \times 4 = 2$ (cm)　よって，三角錐 I－CJF の体積は，$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 2\right) \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (cm^3)

したがって，立体 IBJ－DEF の体積は，$20\sqrt{3} - (8\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$ (cm^3)

図１

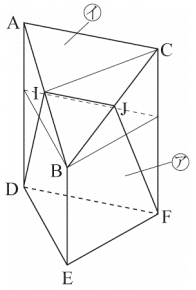


図２

