H28　大阪府（C）　公立　数学　問題

数-16-公-大阪（C）-問-01

1　次の問いに答えなさい。

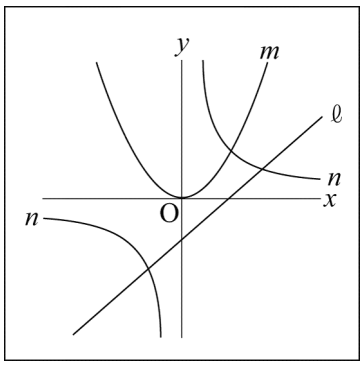
問１　$\dfrac{3a-5b}{4}-\dfrac{a-2b}{3}$　を計算しなさい。

問２　$x=3-2\sqrt{5}$ のとき，x^2-6x-3 の値を求めなさい。

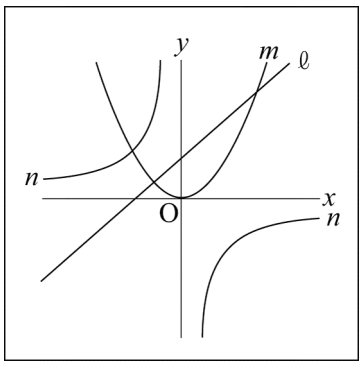
問３　二次方程式　$2(x-4)(x+4)-9x=(x-2)^2$　を解きなさい。

問４　a，b，c，d を 0 でない定数とする。次の**ア**～**エ**の図において，ℓ は $ax+by=1$，m は $y=cx^2$，n は $y=\dfrac{d}{x}$ のグラフをそれぞれ表す。**ア**～**エ**のうち，「a と c が同じ符号」であって「b と d が同じ符号」であるときのグラフの一例を示しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

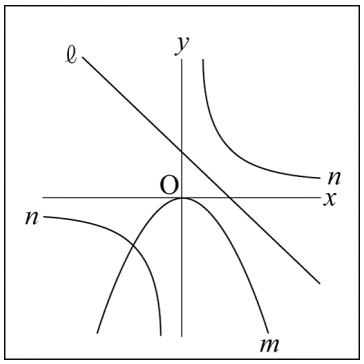
ア



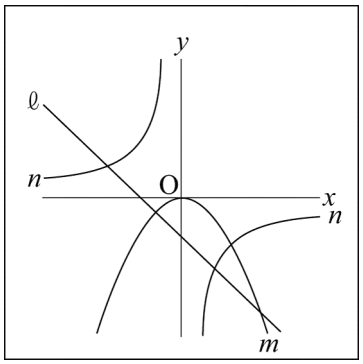
イ



ウ



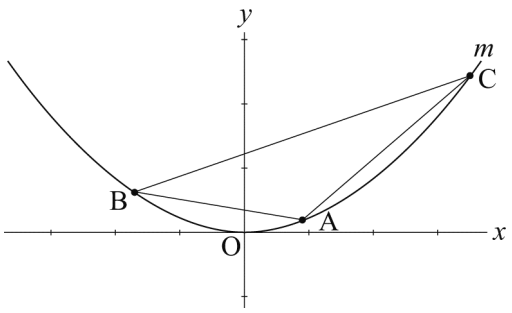
エ



問５　二つの箱 A，B があり，箱 A には赤玉 10 個が入っており，箱 B には白玉 7 個が入っている。大小二つのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出る目の数と同じ個数の赤玉を箱 A から取り出して箱 B に入れ，小さいさいころの出る目の数と同じ個数の白玉を箱 B から取り出して箱 A に入れるとき，A，B どちらの箱においても赤玉の個数が白玉の個数より多くなる確率を求めなさい。1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　n は 3 けたの自然数であり，n の一の位の数は 8 である。n の百の位の数と十の位の数と一の位の数との和の 28 倍が n と等しくなるような n の値を**すべて**求めなさい。

問７　右図において，m は $y=\frac{1}{5}x^2$ のグラフを表す。A，B，C は m 上の点である。A の x 座標は 0 より大きく 1 より小さい。k を 2 より大きい定数とする。B の x 座標は A の x 座標より k 小さく，C の x 座標は A の x 座標より k 大きい。A と B，A と C，B と C とをそれぞれ結ぶ。△ABC の面積を k を用いて表しなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm とする。



数-16-公-大阪（C）-問-02

2　**図１**，**図２**において，△ABC は∠ABC＝90°，AB＝BC＝4 cm の直角二等辺三角形であり，△DCE は∠CDE＝90°，CE＝4 cm の直角二等辺三角形である。3 点 B，C，E はこの順に一直線上にあり，A，D は直線 BE について同じ側にある。A と E，B と D とをそれぞれ結ぶ。

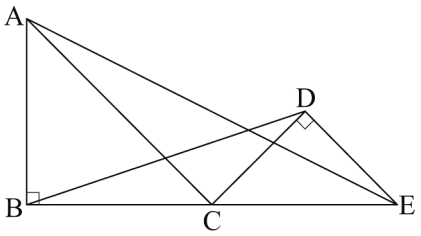
次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　**図１**において，

(1) 線分 AE の長さを求めなさい。

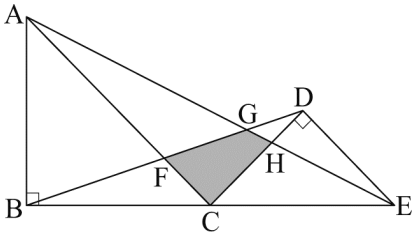
(2) △ACE∽△BCD であることを証明しなさい。

図１



問２　**図２**において，F は，辺 AC と線分 BD との交点である。G は線分 AE と線分 BD との交点であり，H は線分 AE と辺 CD との交点である。

図２



(1) 線分 CH の長さを求めなさい。

(2) 四角形 GFCH の面積を求めなさい。

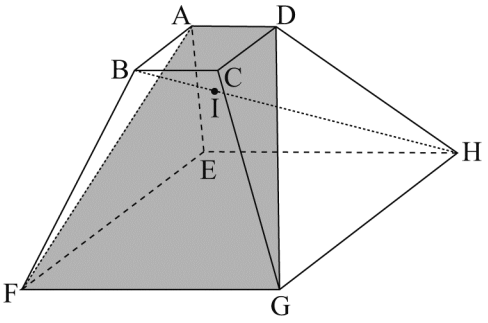
数-16-公-大阪（C）-問-03

3　**図１**，**図２**において，立体 ABCD－EFGH は六つの平面で囲まれてできた立体である。四角形 ABCD は 1 辺の長さが 2 cm の正方形であり，四角形 EFGH は 1 辺の長さが 6 cm の正方形である。平面 ABCD と平面 EFGH は平行である。四角形 BFGC は BC // FG の台形であり，BF＝CG＝6 cm である。四角形 AEFB，CGHD，DHEA は，すべて台形 BFGC と合同な台形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　**図１**において，A と F，D と G とをそれぞれ結ぶ。このとき，4 点 A，F，G，D は同じ平面上にあって，この 4 点を結んでできる四角形 AFGD は AD // FG の台形である。B と H とを結ぶ。I は，線分 BH と平面 AFGD との交点である。このとき，I は台形 AFGD の対角線の交点である。

図１



(1) 台形 AFGD の面積を求めなさい。

(2) ㋐　線分 BH の長さを求めなさい。

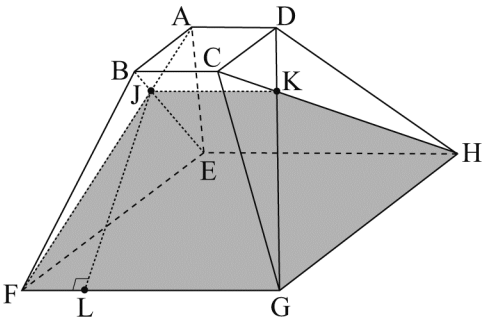
㋑　線分 BI の長さを求めなさい。

問２　**図２**において，J は台形 AEFB の対角線の交点であり，K は台形 CGHD の対角線の交点である。J と K とを結ぶ。このとき，AD // JK である。L は，J から辺 FG にひいた垂線と辺 FG との交点である。

(1) 線分 JL の長さを求めなさい。

(2) 立体 JK－EFGH の体積を求めなさい。

図２



数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大阪(C)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	ア　　イ　　ウ　　エ		
		問５			
		問６			
		問７	〔求め方〕 $\underline{\qquad\qquad\qquad

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大阪(C)-KY-02	2	問１	(1)	cm		
			(2)	〔証明〕		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
数-16-公-大阪(C)-KY-03	3	問１	(1)	cm^2		
			(2)	㋐ cm		
				㋑ cm		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-大阪(C)-K-01	1	問１	$\dfrac{5a-7b}{12}$	4	
		問２	8	4	
		問３	$x=-4$，$x=9$	4	他の表現でも内容が正しければよい。
		問４	ア　　イ　　ウ　　エ	4	
		問５	$\dfrac{1}{4}$	6	
		問６	308，448，588	6	
		問７	〔求め方〕 A，B，C それぞれを通り y 軸に平行にひいた直線と x 軸との交点をそれぞれ D，E，F とする。 A の x 座標を a とすると，$\mathrm{A}\left(a,\ \dfrac{1}{5}a^2\right)$， $\mathrm{B}\left(a-k,\ \dfrac{1}{5}(a-k)^2\right)$，$\mathrm{C}\left(a+k,\ \dfrac{1}{5}(a+k)^2\right)$， $\mathrm{D}\,(a,\ 0)$，$\mathrm{E}\,(a-k,\ 0)$，$\mathrm{F}\,(a+k,\ 0)$ 台形 BEFC の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}(a-k)^2+\dfrac{1}{5}(a+k)^2\right\}\times 2k$ $=\dfrac{2}{5}k(a^2+k^2)\ (\mathrm{cm}^2)$ 台形 BEDA の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}(a-k)^2+\dfrac{1}{5}a^2\right\}\times k$ $=\dfrac{1}{10}k(2a^2-2ak+k^2)\quad(\mathrm{cm}^2)$ 台形 ADFC の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}a^2+\dfrac{1}{5}(a+k)^2\right\}\times k$ $=\dfrac{1}{10}k(2a^2+2ak+k^2)\quad(\mathrm{cm}^2)$ よって，△ABC の面積は 台形 BEFC－(台形 BEDA＋台形 ADFC) $=\dfrac{1}{5}k^3\quad(\mathrm{cm}^2)$ $\dfrac{1}{5}k^3$　　cm^2	8	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−大阪(C)−大−02	2	問１	(1)	$4\sqrt{5}$ cm	4	
			(2)	〔証明〕 △ACE と△BCD において △ABC は∠ABC＝90°の直角二等辺三角形だから AC：BC＝$\sqrt{2}$：1 ……㋐ △DCE は∠CDE＝90°の直角二等辺三角形だから CE：CD＝$\sqrt{2}$：1 ……㋑ ㋐，㋑より AC：BC＝CE：CD ……㋒ ∠ACE＝180°−∠ACB＝135° ……㋓ ∠BCD＝180°−∠DCE＝135° ……㋔ ㋓，㋔より ∠ACE＝∠BCD ……㋕ ㋒，㋕より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから △ACE∽△BCD	9	・他の証明でも正しければよい。 ・部分点を与える。
		問２	(1)	$\frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm	4	
			(2)	$\frac{26}{15}$ cm^2	7	
数−16−公−大阪(C)−大−03	3	問１	(1)	$8\sqrt{11}$ cm^2	6	
			(2) ㋐	$2\sqrt{15}$ cm	6	
			(2) ㋑	$\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm	6	
		問２	(1)	$\frac{3\sqrt{11}}{2}$ cm	6	
			(2)	$\frac{45\sqrt{7}}{2}$ cm^3	6	

数-16-公-大阪(C)-KS-01

1　問１　$\dfrac{3a-5b}{4}-\dfrac{a-2b}{3}=\dfrac{3(3a-5b)-4(a-2b)}{12}=\dfrac{9a-15b-4a+8b}{12}=\dfrac{5a-7b}{12}$

問２　$x^2-6x-3=(3-2\sqrt{5})^2-6(3-2\sqrt{5})-3=9-12\sqrt{5}+20-18+12\sqrt{5}-3=8$

〔別解〕　$x=3-2\sqrt{5}$ より，$x-3=-2\sqrt{5}$　両辺を 2 乗すると，$(x-3)^2=20$

$x^2-6x+9=20$　$x^2-6x+9-12=20-12$　よって，$x^2-6x-3=8$

問３　$2(x-4)(x+4)-9x=(x-2)^2$　$2(x^2-16)-9x=x^2-4x+4$

$2x^2-32-9x=x^2-4x+4$　$x^2-5x-36=0$　$(x+4)(x-9)=0$　$x=-4$，$x=9$

問４　ℓ，m，n のグラフから，a，b，c，d の符号について，次のように整理することができる。

ア…ℓ は，傾きが正，切片が負だから，$a>0$，$b<0$

m から $c>0$，n から $d>0$

よって，b と d は異符号だから，条件に合わない。

イ…ℓ は，傾きが正，切片が正だから，$a<0$，$b>0$

m から $c>0$，n から $d<0$

よって，a と c は異符号で，b と d も異符号だから，条件に合わない。

ウ…ℓ は，傾きが負，切片が正だから，$a<0$，$b>0$

m から $c<0$，n から $d>0$

よって，a と c は異符号だから，条件に合わない。

エ…ℓ は，傾きが負，切片が負だから，$a<0$，$b<0$

m から $c<0$，n から $d<0$

よって，「a と c が同じ符号」，「b と d が同じ符号」の条件に合う。

問５　大小 2 つのさいころの目の出方は，全部で，6×6＝36 (通り)

箱 A の赤玉，白玉の個数を A(赤，白) と表し，箱 B の赤玉，白玉の個数を B(赤，白) と表す。

また，大小 2 つのさいころの目の出方を〔大，小〕と表す。

箱 B で，(赤玉)＞(白玉) となる場合を手がかりに，箱 A でも(赤玉)＞(白玉) となる場合を考える。

B(2，1)のとき，A(8，6)より，〔2，6〕○

B(3，1)のとき，A(7，6)より，〔3，6〕○

B(3，2)のとき，A(7，5)より，〔3，5〕○

B(4，1)のとき，A(6，6)だから，×

B(4，2)のとき，A(6，5)より，〔4，5〕○

B(4，3)のとき，A(6，4)より，〔4，4〕○

B(5，1)のとき，A(5，6)だから，×

B(5，2)のとき，A(5，5)だから，×

B(5，3)のとき，A(5，4)より，〔5，4〕○

B(5，4)のとき，A(5，3)より，〔5，3〕○

B(6，1)のとき，A(4，6)だから，×

B(6，2)のとき，A(4，5)だから，×

B(6，3)のとき，A(4，4)だから，×

B(6，4)のとき，A(4，3)より，〔6，3〕○

B(6，5)のとき，A(4，2)より，〔6，2〕○

よって，条件に合う場合は 9 通りだから，求める確率は，$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

問６　a，b を整数$(1\leqq a\leqq 9,\ 0\leqq b\leqq 9)$として，$n$ を a，b で表すと，$n=100a+10b+8$

$100a+10b+8=28(a+b+8)$を整理すると，$a=\dfrac{b}{4}+3$　よって，$b=0$，4，8

$b=0$ のとき $a=3$，$b=4$ のとき $a=4$，$b=8$ のとき $a=5$　したがって，$n=308$，448，588

問７　A の x 座標を a とすると，$A\left(a,\ \frac{1}{5}a^2\right)$，$B\left(a-k,\ \frac{1}{5}(a-k)^2\right)$，$C\left(a+k,\ \frac{1}{5}(a+k)^2\right)$

A，B，C それぞれを通り，y 軸に平行な直線をひき，x 軸との交点をそれぞれ D，E，F とすると，D(a，0)，E($a-k$，0)，F($a+k$，0) より，これら A～F の座標から，△ABC の面積を，

(台形 BEFC)－(台形 BEDA)－(台形 ADFC) として求める。

数-16-公-大阪(C)-KS-02

2　問１　(1)　直角三角形 ABE で，$AB^2+BE^2=AE^2$ より，$4^2+(4+4)^2=AE^2$　$AE^2=80$　$AE>0$ より，$AE=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ (cm)

(2)　△ACE と△BCD において，$AC:BC=\sqrt{2}:1$…㋐

$CE:CD=\sqrt{2}:1$…㋑

㋐，㋑より，$AC:BC=CE:CD$…㋒

$\angle ACE=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$…㋓

$\angle BCD=180^\circ-\angle DCE=180^\circ-45^\circ=135^\circ$…㋔

㋓，㋔より，$\angle ACE=\angle BCD$…㋕

㋒，㋕より，２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△ACE∽△BCD

問２　(1)　$\angle ACB=\angle DEC=45^\circ$ より，同位角が等しいから，AC // DE

よって，$CH:DH=AC:ED=4\sqrt{2}:\frac{4}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}:2\sqrt{2}=2:1$

したがって，$CH=\frac{2}{2+1}CD=\frac{2}{3}ED=\frac{2}{3}\times2\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (cm)

(2)　$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times CE\times AB=\frac{1}{2}\times4\times4=8(cm^2)$　AC // DE より，$AH:EH=AC:ED=2:1$

よって，$\triangle CEH=\frac{1}{2+1}\triangle ACE=\frac{1}{3}\times8=\frac{8}{3}(cm^2)$　また，$AC:DE=2:1$，$FC:DE=1:2$ より，

$AF:DE=(4-1):2=3:2$　よって，$AG:EG=AF:ED=3:2$ だから，$\triangle ACG=\frac{3}{3+2}\triangle ACE=\frac{3}{5}\times8=\frac{24}{5}(cm^2)$

したがって，$\triangle GFC=\frac{1}{3+1}\triangle ACG=\frac{1}{4}\times\frac{24}{5}=\frac{6}{5}(cm^2)$…㋐

$\triangle CHG=\triangle CEG-\triangle CEH=\left(8-\frac{24}{5}\right)-\frac{8}{3}=\frac{8}{15}(cm^2)$…㋑

㋐，㋑より，四角形 GFCH の面積は，$\frac{6}{5}+\frac{8}{15}=\frac{26}{15}(cm^2)$

数-16-公-大阪(C)-KS-03

3　問１　(1)　点 A から辺 FG に垂線をひき，FG との交点を M とする。△BFG で，$BG=x$ cm とする。BF＝6cm，FM＝2cm，GM＝6－2＝4 (cm) だから，$BF^2-FM^2=BG^2-GM^2$ より，$6^2-2^2=x^2-4^2$　$x^2=48$　$x>0$ より，$x=4\sqrt{3}$　AF＝BG＝$4\sqrt{3}$ cm だから，直角三角形 AFM で，$AF^2=AM^2+FM^2$ より，$(4\sqrt{3})^2=AM^2+2^2$　$AM^2=48-4=44$　$AM>0$ より，$AM=2\sqrt{11}$ cm

したがって，台形 AFGD の面積は，$(2+6)\times2\sqrt{11}\times\frac{1}{2}=8\sqrt{11}$ (cm^2)

(2)㋐　点 B から線分 FH にひいた垂線と FH の交点を N とする。直角三角形 BFN で，$BN^2=BF^2-FN^2$　BF＝6cm，$FN=2\sqrt{2}$ cm より，$BN^2=6^2-(2\sqrt{2})^2=36-8=28$　$BN>0$ より，$BN=2\sqrt{7}$ cm

直角三角形 BNH で，$BH^2=BN^2+NH^2$　$BN=2\sqrt{7}$ cm，$NH=\frac{2}{3}FH=\frac{2}{3}\times\sqrt{2}FG=\frac{2}{3}\times\sqrt{2}\times6=4\sqrt{2}$ (cm)より，$BH^2=(2\sqrt{7})^2+(4\sqrt{2})^2=28+32=60$　$BH>0$ より，$BH=2\sqrt{15}$ (cm)

㋑　$BI=\frac{1}{4}BH=\frac{1}{4}\times2\sqrt{15}=\frac{\sqrt{15}}{2}$ (cm)

問２　(1) 右の**図１**で，**問１**の(1)より，

$AF=4\sqrt{3}$ (cm)

AB // EF より，AJ：JF＝AB：EF＝1：3 だから，

$JF=4\sqrt{3}\times\dfrac{3}{4}=3\sqrt{3}$ (cm)

右の**図２**で，FL：FM＝FJ：FA＝3：4 で，

FM＝2cm だから，$FL=2\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{2}$(cm)

よって，直角三角形 JFL で，$JF^2=FL^2+JL^2$ だから，

$JL^2=JF^2-FL^2=(3\sqrt{3})^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

$=27-\dfrac{9}{4}=\dfrac{99}{4}$

JL＞0 より，$JL=\dfrac{3\sqrt{11}}{2}$ cm

図１

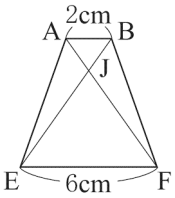
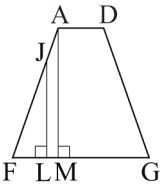


図２

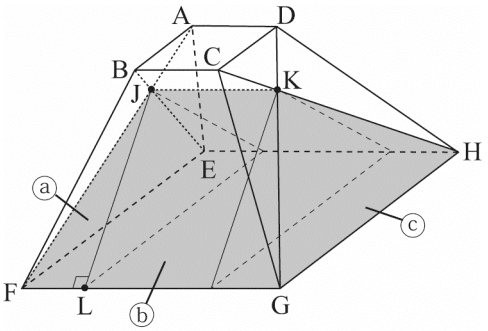


(2) 右の図のように，立体 JK－EFGH を３つの部分ⓐ，ⓑ，ⓒに分ける。立体ⓐで，点 J から面 FGHE にひいた垂線の長さを h cm とすると，**問１**の(2)㋐より，

BN＝$2\sqrt{7}$ cm だから，

$h=\dfrac{3}{4}BN=\dfrac{3}{4}\times2\sqrt{7}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$(cm)　よって，ⓐの体積は，$\dfrac{1}{3}\times6\times FL\times h$

$=\dfrac{1}{3}\times6\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{3\sqrt{7}}{2}=\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$(cm^3)



また，立体ⓑは三角柱で，その体積は，$\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{3\sqrt{7}}{2}\times\left(6-\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{27\sqrt{7}}{2}$(cm^3)

したがって，求める立体の体積は，$\dfrac{9\sqrt{7}}{2}\times2+\dfrac{27\sqrt{7}}{2}=\dfrac{45\sqrt{7}}{2}$(cm^3)