H29　大阪府（B）　公立　数学　問題

数-17-公-大阪（B）-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$5\times(-3)-20\div(-2)$　を計算しなさい。

問２　$4ab^2\times\left(-\dfrac{3a}{2}\right)^2\div 3a^2b$　を計算しなさい。

問３　$(1-\sqrt{2})^2+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$　を計算しなさい。

問４　$(2x+3)(x-1)-x(x+5)$　を計算しなさい。

問５　等式 $b=\dfrac{2a+7}{3}$　を a について解きなさい。

問６　右の表は，生徒 20 人のハンドボール投げの記録を度数分布表にまとめたものである。次の**ア**～**エ**のうち，この度数分布表からわかることとして正しいものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ハンドボール投げの記録(m)	度数(人)
以上　未満	
10 ～ 15	4
15 ～ 20	7
20 ～ 25	5
25 ～ 30	3
30 ～ 35	1
合計	20

ア　生徒 20 人の記録の範囲は 25 m 以上である。

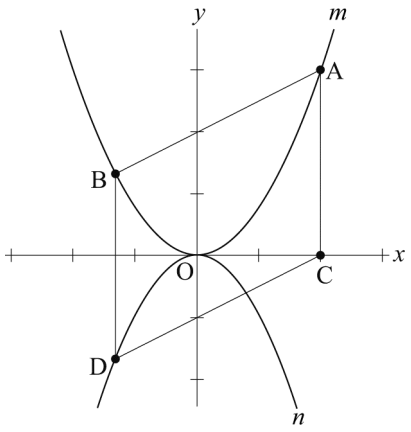
イ　生徒 20 人の記録の中央値は 20 m 以上 25 m 未満の階級にふくまれている。

ウ　25 m 以上 30 m 未満の階級の相対度数は 0.15 である。

エ　度数が最も多い階級の階級値は 32.5 m である。

問７　A，B 二つのさいころを同時に投げ，A のさいころの出る目の数を a，B のさいころの出る目の数を b とするとき，$\dfrac{b}{a}$ が整数である確率はいくらですか。1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問８　右図において，m は $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフを表し，n は $y=ax^2$ $(a<0)$ のグラフを表す。A，B は m 上の点であって，A の x 座標は 2 であり，B の x 座標は負である。C は x 軸上の点であり，C の x 座標は A の x 座標と等しい。D は n 上の点であり，D の x 座標は B の x 座標と等しい。4 点 A，B，D，C を結んでできる四角形 ABDC は平行四辺形である。平行四辺形 ABDC の面積が 10 cm^2 であるときの a の値を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。



数-17-公-大阪（B）-問-02

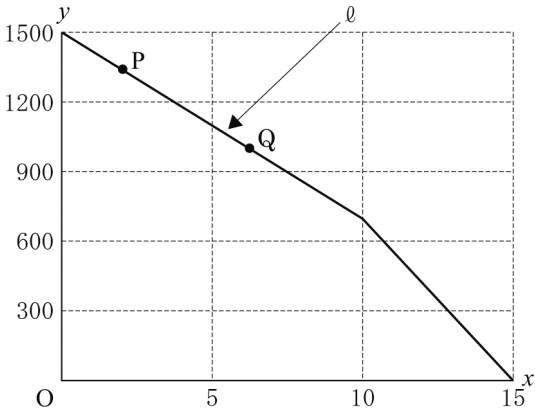
2　ヒロシさんは，A 駅を出発し，A 駅から 1500 m 離れた B 高校まで移動した。ヒロシさんは，A 駅から途中にある C 地点までは毎分 80 m の速さで移動したが，C 地点から B 高校まではそれまでより速く移動した。ヒロシさんが，A 駅から C 地点まで移動するのにかかった時間は 10 分間であり，C 地点から B 高校まで移動するのにかかった時間は 5 分間であった。ヒロシさんの，A 駅から C 地点までの移動の速さと，C 地点から B 高校までの移動の速さはそれぞれ常に一定であった。また，A 駅から B 高校までの道は起伏がなくまっすぐであり，ヒロシさんは途中で止まることなく A 駅から B 高校まで移動した。

図１，**図２**において，ℓ は，ヒロシさんが A 駅を出発してから x 分後の「ヒロシさんと B 高校との距離」を y m とし，$0 \leqq x \leqq 15$ のときの x と y との関係を表したグラフである。

次の問いに答えなさい。

問１　**図１**において，P，Q は ℓ 上の点であって，P の x 座標は 2 であり，Q の y 座標は 1000 である。

図１



(1)　P の y 座標を求めなさい。

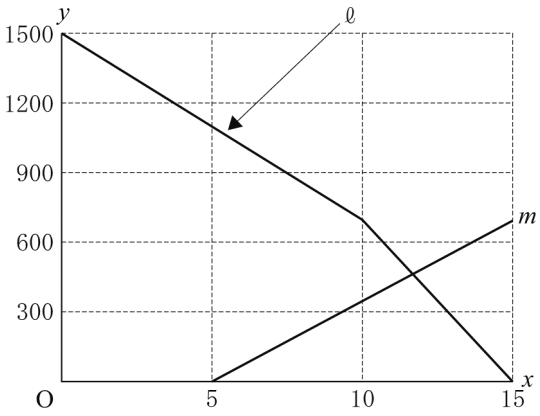
(2)　ヒロシさんの移動における x，y について，$0 \leqq x \leqq 10$ として，y を x の式で表しなさい。

(3)　Q の x 座標を求めなさい。

問２　カオリさんは，ヒロシさんがA駅を出発してから5分後にB高校を出発し，毎分70 mの速さでA駅に向かった。カオリさんの移動の速さは常に一定であり，カオリさんは，ヒロシさんが移動している道と同じ道を，ヒロシさんとは逆の向きに移動した。

図２において，mは，ヒロシさんがA駅を出発してからx分後の「カオリさんとB高校との距離」をy mとし，$5 \leqq x \leqq 15$のときのxとyとの関係を表したグラフである。

図２



(1) カオリさんの移動におけるx，yについて，$5 \leqq x \leqq 15$として，yをxの式で表しなさい。

(2) カオリさんは，A駅に向かう途中で，B高校に向かって移動するヒロシさんとすれ違った。次の文中の［あ］，［い］に入れるのに適している自然数をそれぞれ書きなさい。ただし，［い］には60より小さい自然数が入るものとする。

カオリさんがヒロシさんとすれ違ったのは，ヒロシさんがA駅を出発してから［あ］分［い］秒後である。

数-17-公-大阪(B)-問-03

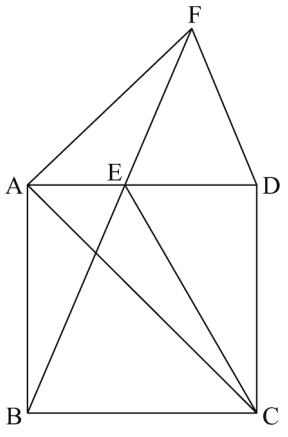
3　**図１**～**図３**において，四角形ABCDは1辺の長さが3 cmの正方形である。Eは，辺AD上にあってA，Dと異なる点である。Fは直線BE上にあってEについてBと反対側にある点であり，3点A，D，Fを結んでできる△ADFはAD＝AFの二等辺三角形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　**図１**において，AとC，EとCとをそれぞれ結ぶ。次の**ア**～**エ**の三角形のうち，その面積が△ABCの面積と等しいものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

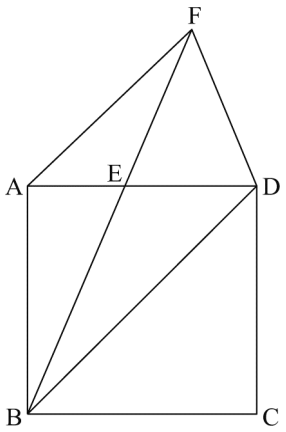
ア　△ACE　　**イ**　△ECD　　**ウ**　△ABF　　**エ**　△EBC

図１



問２　**図２**において，B と D とを結ぶ。△DEB∽△FDB であることを証明しなさい。

図２

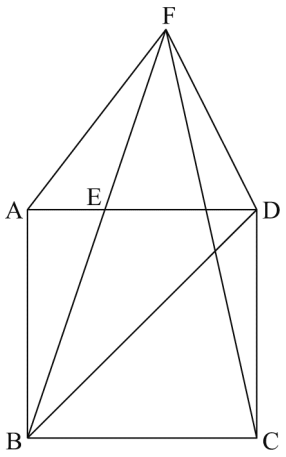


問３　**図３**は，**図２**において AE＝1 cm であるときの状態を示している。**図３**において，F と C とを結ぶ。

(1) 線分 FE の長さを求めなさい。

(2) △FBC の面積を求めなさい。

図３

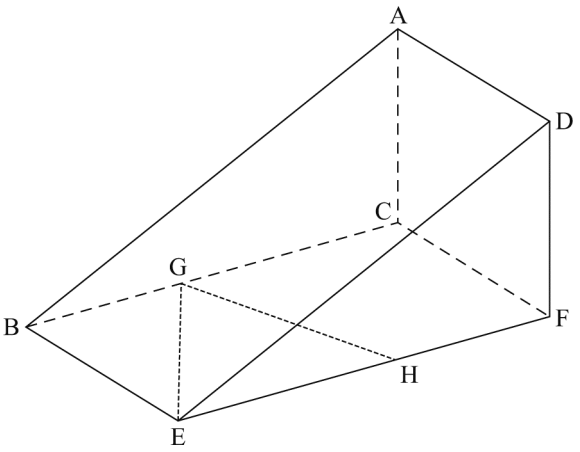


4 図１～図３において，立体 ABC－DEF は三角柱である。△ABC と△DEF は合同な三角形であり，AC＝4 cm，BC＝8 cm，∠ACB＝90° である。四角形 ACFD は正方形であり，四角形 ABED，CBEF は長方形である。G は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。H は辺 EF 上の点であり，HF＝BG である。G と H とを結ぶ。BG＝HF＝x cm とし，$0<x<8$ とする。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　図１において，G と E とを結ぶ。△GEH の面積を x を用いて表しなさい。

図１

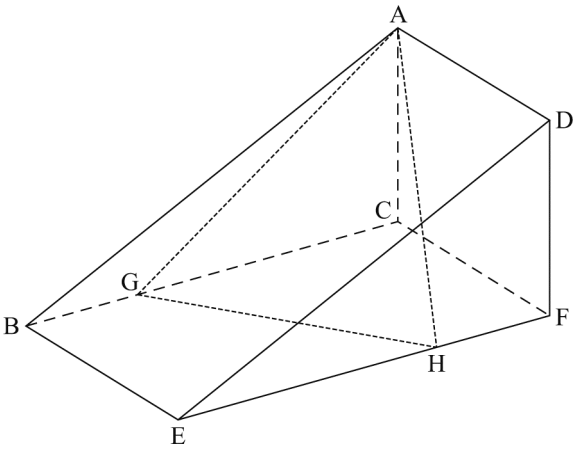


問２　図２において，A と G，A と H とをそれぞれ結ぶ。AG＝AH である。

(1) x の値を求めなさい。求め方も書くこと。

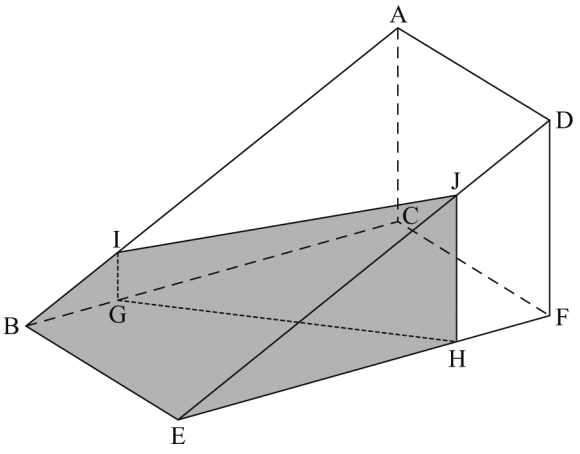
(2) △AGH の面積を求めなさい。

図２



問３　図３において，x＝2 である。I は G を通り辺 AC に平行な直線と辺 AB との交点であり，J は H を通り辺 DF に平行な直線と辺 DE との交点である。I と J とを結ぶ。このとき，4 点 I，G，H，J は同じ平面上にあって，直線 IG，直線 JH はともに平面 CBEF と垂直である。立体 BE－IGHJ の体積を求めなさい。

図３



数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−大阪(B)−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$a=$		
		問６	ア　　イ　　ウ　　エ		
		問７			
		問８	〔求め方〕 a の値		

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-大阪(B)-KY-02	2	問1	(1)			
			(2)	$y=$		
			(3)			
		問2	(1)	$y=$		
			(2)	㋐ ㋑		
数-17-公-大阪(B)-KY-03	3	問1	ア イ ウ エ			
		問2	〔証明〕			
		問3	(1)	cm		
			(2)	cm^2		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-大阪(B)-KY-04	4	問1		cm^2		
		問2	(1)	〔求め方〕 x の値		
			(2)	cm^2		
		問3		cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-大阪(B)-K-01	1	問1	-5	3	
		問2	$3ab$	3	
		問3	$3+\sqrt{2}$	3	
		問4	x^2-4x-3	3	
		問5	$a=\dfrac{3b-7}{2}$	3	
		問6	ア　イ　(ウ)　エ	3	
		問7	$\dfrac{7}{18}$	3	
		問8	〔求め方〕 線分 BD と x 軸との交点を E とする。 A の座標は (2, 3) だから　AC＝3 (cm) 平行四辺形 ABDC の面積が 10 cm^2 だから EC＝$\dfrac{10}{3}$ (cm) よって，E の x 座標は　$2-\dfrac{10}{3}=-\dfrac{4}{3}$ B は m 上の点だから　B の y 座標は　$\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{4}{3}$ したがって，D の y 座標は　$\dfrac{4}{3}-3=-\dfrac{5}{3}$ よって，D の座標は$\left(-\dfrac{4}{3},\ -\dfrac{5}{3}\right)$ D は n 上の点だから　$-\dfrac{5}{3}=a\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2$ よって　$a=-\dfrac{15}{16}$　(＊) a の値　$-\dfrac{15}{16}$	6	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。 ・(＊)において，「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-大阪(B)-K-02	2	問1	(1)	1340	3	
			(2)	$y=-80x+1500$	3	
			(3)	$\frac{25}{4}$	3	
		問2	(1)	$y=70x-350$	3	
			(2)	(あ) 11　(い) 40	5	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
数-17-公-大阪(B)-K-03	3	問1	ア　イ　ウ　(エ)		3	
		問2	〔証明〕 △DEB と△FDB において ∠DBE＝∠FBD (共通)　……㋐ ∠EDB＝45°　……㋑ A を中心として，半径 3 cm の円 A を考えると，3 点 B, D, F は円 A の周上の点である。 一つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分であるから ∠DFB＝$\frac{1}{2}$∠DAB＝45°　……㋒ ㋑，㋒より　∠EDB＝∠DFB　……㋓ ㋐，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから △DEB∽△FDB		8	・他の証明でも正しければよい。 ・部分点を与える。
		問3	(1)	$\frac{4\sqrt{10}}{5}$ cm	6	
			(2)	$\frac{81}{10}$ cm^2	6	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−17−公−大阪(B)−K−04	4	問１	$2(8-x)$　cm^2		3	
		問２	(1)	〔求め方〕 BG＝x cm だから　CG＝$8-x$ (cm) ∠ACG＝90°だから　AG^2＝AC^2＋CG^2　……㋐ ∠ACH＝90°だから　AH^2＝AC^2＋CH^2　…㋑ ∠CFH＝90°だから　CH^2＝CF^2＋FH^2　…㋒ ㋑，㋒より　AH^2＝AC^2＋CF^2＋FH^2　……㋓ AG＝AH だから，㋐，㋓より AC^2＋CG^2＝AC^2＋CF^2＋FH^2 よって　CG^2＝CF^2＋FH^2 よって　$(8-x)^2=4^2+x^2$ これを解くと　$x=3$ ——————(＊) x の値　　3	8	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。 ・(＊)において，「この x の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。
			(2)	$6\sqrt{5}$　cm^2	6	
		問３	$\frac{52}{3}$　cm^3		6	

数-17-公-大阪(B)-KS-01

1　問1　$5\times(-3)-20\div(-2)=-15+10=-5$

問2　$4ab^2\times\left(-\dfrac{3a}{2}\right)^2\div 3a^2b=4ab^2\times\dfrac{9a^2}{4}\times\dfrac{1}{3a^2b}=\dfrac{4ab^2\times 9a^2\times 1}{4\times 3a^2b}=3ab$

問3　$\left(1-\sqrt{2}\right)^2+\dfrac{6}{\sqrt{2}}=1-2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2}=3+\sqrt{2}$

問4　$(2x+3)(x-1)-x(x+5)=2x^2-2x+3x-3-x^2-5x=x^2-4x-3$

問5　右辺と左辺を入れかえ，両辺に3をかけると，$2a+7=3b$　7を右辺に移項させると，$2a=3b-7$
両辺を2で割ると，$a=\dfrac{3b-7}{2}$

問6　ア…記録は，10m以上35m未満に分布しているので，記録の範囲は25 m未満になるので，誤り。
$(12.5\times4+17.5\times7+22.5\times5+27.5\times3+32.5\times1)\div20=20$ (m) で誤り。
イ…中央値は20人いるので上から10番目と11番目の人の記録の平均値になる。10番目と11番目の人は，15 m以上20 m未満の階級に含まれているから，誤り。
ウ…25 m以上30 m未満の人は3人だから，相対度数は，$\dfrac{3}{20}=0.15$ となり，正しい。
エ…度数が最も多いのは7人で，15 m以上20 m未満の階級なので，階級値は17.5 mになり，誤り。

問7　2つのさいころを同時に投げたときの目の出方は，全部で36通り。このうち，$\dfrac{b}{a}$ が整数となるのは，$(a,\ b)=(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 2),\ (2,\ 4),\ (2,\ 6),\ (3,\ 3),$ $(3,\ 6),\ (4,\ 4),\ (5,\ 5),\ (6,\ 6)$ の14通り。よって，求める確率は，$\dfrac{14}{36}=\dfrac{7}{18}$

問8　点Aは，x 座標が2で，$y=\dfrac{3}{4}x^2$ 上の点だから，y 座標を求めると，$y=\dfrac{3}{4}\times2^2=3$
ここで，点Bの座標がわかれば，x 座標が等しいことから点Dの x 座標がわかり，またAC＝BD＝3だから点Dの y 座標も求められる。まず，辺BDと x 軸の交点をEとおく。四角形ABDCの面積が10 cm^2 で平行四辺形だから，辺ACを底辺とすると，AC＝3 cmだから，$3\times EC=10$ より，
$EC=\dfrac{10}{3}$ (cm)　よって，点Eの x 座標は，$2-\dfrac{10}{3}=-\dfrac{4}{3}$　点Eの x 座標は点B，点Dの x 座標と等しくなるから，$x=-\dfrac{4}{3}$ を $y=\dfrac{3}{4}x^2$ に代入して点Bの y 座標を求めると，
$y=\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{4}{3}$　BD＝3より，点Dの y 座標を s とすると，$\dfrac{4}{3}-s=3$　$s=-\dfrac{5}{3}$
したがって，$x=-\dfrac{4}{3}$，$y=-\dfrac{5}{3}$ を $y=ax^2$ に代入して整理すると，$a=-\dfrac{15}{16}$

数-17-公-大阪(B)-KS-02

2　問1　(1)　点Pは $x=2$ (分後) のときのヒロシさんとB高校の距離を表している。毎分80 mの速さで歩いているので，2分間では $80\times2=160$ (m) 進む。よって，$y=1500-160=1340$ (m)

(2)　$0\leqq x\leqq10$ の範囲において，毎分80 mの速さで歩いているので，x 分間で $80x$ m移動する。よって，ヒロシさんとB高校との距離 y は，$y=1500-80x=-80x+1500$

(3)　$0\leqq x\leqq10$ の範囲だから，(2)の式に $y=1000$ を代入すると，$1000=-80x+1500$　$x=\dfrac{25}{4}$

問2　(1)　毎分70 mの速さで歩いているので1分間で70 m進むから，傾きは70になる。求める式を $y=70x+b$ とおくと，(5，0)を通るので，$x=5$，$y=0$ を代入して整理すると，$b=-350$
よって，$y=70x-350$

(2) $10 \leqq x \leqq 15$ の範囲における，ヒロシさんの x と y の関係を式に表す。$x=10$ のとき**問1 (2)** より，

$y=-80\times10+1500=700$　また，(15，0)となるから傾きは $\dfrac{0-700}{15-10}=-140$　$y=-140x+c$

これに，$x=15$，$y=0$ を代入して整理すると，$c=2100$ となるから，$y=-140x+2100$

したがって，$70x-350=-140x+2100$ より，$x=\dfrac{245}{21}=11\dfrac{2}{3}$

$\dfrac{2}{3}$ 分を秒に直すと，$\dfrac{2}{3}\times60=40$（秒）となるから，カオリさんとヒロシさんがすれ違ったのは，ヒロシさんがA駅を出発してから，11分40秒後。

数-17-公-大阪(B)-KS-03

3　**問1**　平行な2直線間の距離は等しくなることを利用して，面積の等しい三角形を探す。

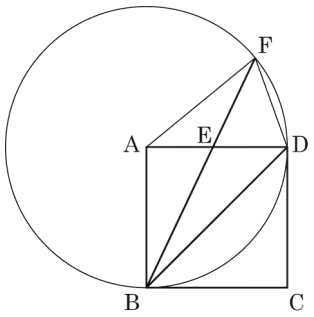
四角形ABCDは正方形なので，AD // BCより，底辺BCが共通となるから，△ABC＝△EBCで，**エ**。

問2　AB＝AD＝AF＝3 cmなので，点Aを中心とし，半径3 cmの円をかくと右の図のようになる。

円周角の定理や，辺BDが正方形の対角線になることから，

∠BFD＝∠ADBを導く。

また，∠DBF＝∠EBD(共通)を使って証明する。



問3　(1) FE＝FB－EBだから，FBとEBの長さを求める。

△ABEについて，∠BAE＝90°だから三平方の定理より，$EB^2=AB^2+AE^2=3^2+1^2=10$

$EB>0$ より，$EB=\sqrt{10}$ cm

辺BDは1辺3 cmの正方形の対角線で，△ABDは直角二等辺三角形になるから，

AB : BD＝1 : $\sqrt{2}$ より，$BD=3\sqrt{2}$ cm

△DEB∽△FDBより，FB : BD＝DB : BEより，FB : $3\sqrt{2}=3\sqrt{2}:\sqrt{10}$ で，$FB=\dfrac{9\sqrt{10}}{5}$ (cm)

よって，$FE=FB-EB=\dfrac{9\sqrt{10}}{5}-\sqrt{10}=\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$ (cm)

(2) 辺FCと辺ADとの交点をQとすると，AD // BCより，△FEQ∽△FBCとなるから，高さの比は，FE : FBと等しくなる。FE : FB＝$\dfrac{4\sqrt{10}}{5}:\dfrac{9\sqrt{10}}{5}=4:9$

△FEQの高さを h とおくと，$h:(h+3)=4:9$　整理すると，$h=\dfrac{12}{5}$

よって，$\triangle FBC=\dfrac{1}{2}\times3\times\left(\dfrac{12}{5}+3\right)=\dfrac{81}{10}$ (cm^2)

数-17-公-大阪(B)-KS-04

4　**問1**　辺EHを底辺と考えると，高さは辺BEになる。EH＝EF－HF＝$8-x$(cm)

よって，BE＝4 cmだから，$\triangle GEH=\dfrac{1}{2}\times(8-x)\times4=2(8-x)$ (cm^2)

問2　(1) △AGCにおいて，∠ACG＝90°だから三平方の定理より，$AG^2=AC^2+GC^2=4^2+(8-x)^2$

また，△AHFにおいて，∠AFH＝90°だから三平方の定理より，$AH^2=AF^2+HF^2$

ここで，辺AFは1辺4 cmの正方形の対角線なので，$AF=4\sqrt{2}$ cmとなるから，$AH^2=\left(4\sqrt{2}\right)^2+x^2$

AG＝AHより，$AG^2=AH^2$ だから，$4^2+(8-x)^2=\left(4\sqrt{2}\right)^2+x^2$　整理すると，$x=3$

(2) 点 G を通り，辺 BE に平行な直線と辺 EF との交点を P とすると，∠GPH＝90°だから三平方の定理より，$GH^2=GP^2+PH^2=4^2+(8-2\times3)^2=20$　GH＞0 より，GH＝$2\sqrt{5}$ cm

また，$AG^2=4^2+5^2=41$　AG＞0 より，AG＝$\sqrt{41}$ cm

よって，△AGH は 3 辺の長さが，$\sqrt{41}$ cm，$\sqrt{41}$ cm，$2\sqrt{5}$ cm の二等辺三角形になるので，辺 GH を底辺と見たとき，高さ p は，$p^2=\left(\sqrt{41}\right)^2-\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{2}\right)^2=36$　p＞0 より，p＝6 (cm)

よって，$\triangle AGH=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times6=6\sqrt{5}$ (cm^2)

問３　点 I，G，E を通る面で切ると，①底面が△BEG，高さ IG の三角すいと，②底面が四角形 IGHJ，高さが辺 GH と点 E の距離の四角すいに分けられる。

①…BG：GI＝BC：CA より，2：GI＝8：4 となるから，GI＝1 (cm)　よって，三角すいの体積は，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times2\times4\times1=\dfrac{4}{3}$ (cm^3)

②…点 G を通り，辺 BE に平行な直線と EF との交点を Q とすると，∠GQH＝90°だから三平方の定理より，$GH^2=GQ^2+QH^2=4^2+(8-2\times2)^2=32$　GH＞0 より，GH＝$4\sqrt{2}$ cm

また，△GEH において，$\triangle GEH=\dfrac{1}{2}\times6\times4=12$ (cm^2) になるので，辺 GH を底辺と見たとき，高さ q は，$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times q=12$ となり，q＝$3\sqrt{2}$ (cm)

EH：HJ＝EF：FD より，6：HJ＝8：4 となるから，HJ＝3 (cm)

よって，四角すいの体積は，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(1+3)\times4\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=16$ (cm^3)

したがって，$\dfrac{4}{3}+16=\dfrac{52}{3}$ (cm^3)