H31　大阪府(Ｃ)　公立　数学　問題

数-19-公-大阪(Ｃ)-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$x=5-2\sqrt{3}$のとき，$x^2-10x+2$　の値を求めなさい。

問２　方程式　$x-y+1=3x+7=-2y$　を解きなさい。

問３　$(a+2b)^2+a+2b-2$　を因数分解しなさい。

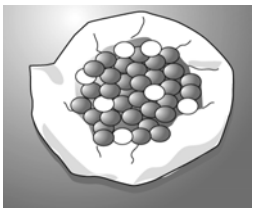
問４　次の**ア**～**カ**の式のうち，三つの数$\sqrt{31}$，$\frac{8}{\sqrt{2}}$，5.5 の大小関係を正しく表しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア　$\sqrt{31}<\frac{8}{\sqrt{2}}<5.5$　　**イ**　$\sqrt{31}<5.5<\frac{8}{\sqrt{2}}$　　**ウ**　$\frac{8}{\sqrt{2}}<\sqrt{31}<5.5$

エ　$\frac{8}{\sqrt{2}}<5.5<\sqrt{31}$　　**オ**　$5.5<\sqrt{31}<\frac{8}{\sqrt{2}}$　　**カ**　$5.5<\frac{8}{\sqrt{2}}<\sqrt{31}$

問５　A，B 二つのさいころを同時に投げ，A のさいころの出る目の数を a，B のさいころの出る目の数を b とするとき，$\frac{2b}{a}$が素数である確率はいくらですか。1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　袋の中に黒色の碁石と白色の碁石がたくさん入っている。この袋の中から 40 個の碁石を無作為に抽出したところ，黒色の碁石が 32 個であり，白色の碁石が 8 個であった。取り出した 40 個の碁石を袋に戻し，新たに 100 個の白色の碁石を袋に加えてよくかき混ぜた後，再びこの袋の中から 40 個の碁石を無作為に抽出したところ，黒色の碁石が 28 個であり，白色の碁石が 12 個であった。次の文中の［　　］に入れるのに適している自然数を書きなさい。



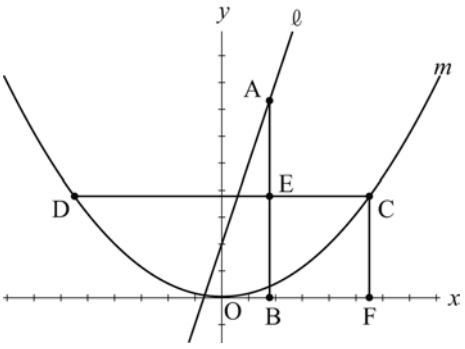
標本調査の考え方を用いると，袋の中に初めに入っていた黒色の碁石の個数は，およそ［　　］個であると推定できる。

問7　連続する二つの奇数のうち，小さい方の数を a，大きい方の数を b とするとき，次の二つの条件を同時に満たす a，b の値をそれぞれ求めなさい。

・$0<a<100$ であり，$0<b<100$ である。

・b^2-a^2 の値は 100 の倍数である。

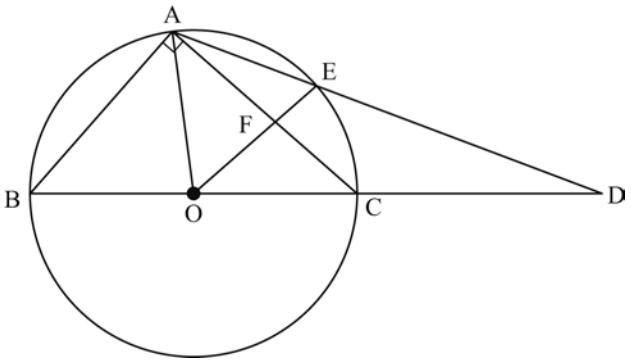
問8　右図において，m は関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフを表し，ℓは関数 $y=3x+2$ のグラフを表す。A はℓ上の点であり，その x 座標は正である。A の x 座標を t とし，$t>0$ とする。B は x 軸上の点であり，B の x 座標は A の x 座標と等しい。A と B とを結ぶ。C，D は m 上の点であって，C の x 座標は正であり，D の x 座標は負である。C の y 座標と D の y 座標とは等しい。C と D とを結ぶ。E は直線 CD と直線 AB との交点であり，DE＝AB である。このとき，E の x 座標は C の x 座標より小さい。F は x 軸上の点であり，F の x 座標は C の x 座標と等しい。C と F とを結ぶ。EC＝CF であるときの t の値を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。



数-19-公-大阪(C)-問-02

2　右図において，△ABC は∠BAC＝90°，BC＝8 cm，AB＜AC の直角三角形である。点 O は，3 点 A，B，C を通る円の中心である。このとき，O は辺 BC の中点である。A と O とを結ぶ。D は直線 BC 上にあって C について B と反対側にある点であり，CD＝CA である。D と A とを結ぶ。E は，線分 AD と円 O との交点のうち A と異なる点である。E と O とを結ぶ。F は，線分 EO と辺 AC との交点である。

円周率をπとして，次の問いに答えなさい。



問1　△OAB の内角∠AOB の大きさを $a°$ とするとき，半周より短い弧$\overset{\frown}{AB}$の長さを a を用いて表しなさい。

問2　FO＝FC であることを証明しなさい。

問3　AC＝6 cm であるとき，

(1) 線分 FC の長さを求めなさい。

(2) △AOF の面積を求めなさい。

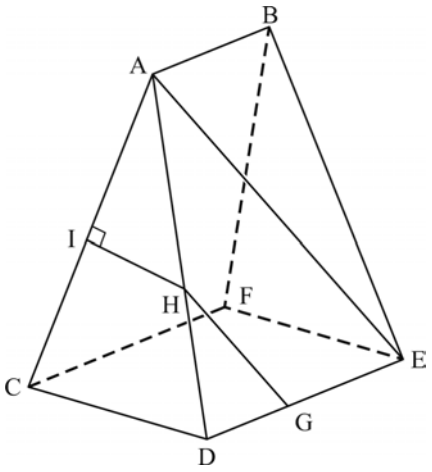
数-19-公-大阪(C)-問-03

3　**図1**，**図2**において，立体 AB－CDEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。四角形 CDEF は，CD＝4 cm，DE＝5 cm の長方形である。四角形 ADEB は AB // DE の台形であり，AB＝3 cm，AD＝BE＝8 cm である。四角形 ACFB は，四角形 ADEB と合同な台形である。△ACD は AC＝AD の二等辺三角形であり，△BFE は BF＝BE の二等辺三角形である。

次の問いに答えなさい。

問1　**図1**において，A と E とを結ぶ。G は辺 DE 上の点であり，GE＝3 cm である。H は，G を通り線分 AE に平行な直線と辺 AD との交点である。I は，H から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点である。

図1



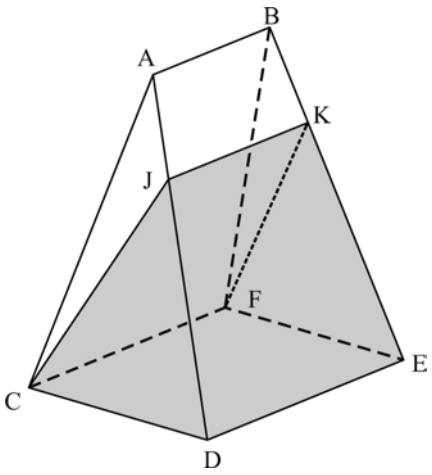
(1) △AEB の面積を求めなさい。

(2) 線分 AH の長さを求めなさい。

(3) 線分 IH の長さを求めなさい。

問2　**図2**において，J，K はそれぞれ辺 AD，BE 上の点であり，AJ＝BK＝2 cm である。このとき，4 点 C，J，K，F は同じ平面上にあり，この 4 点を結んでできる四角形 CJKF は JK // CF の台形であって，JC＝KF である。

図2



(1) 線分 JK の長さを求めなさい。

(2) 立体 JK－CDEF の体積を求めなさい。

H31　大阪府(C)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-大阪(C)-N-01	1	問1			
		問2	$x=$　　，$y=$		
		問3			
		問4	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ　　カ		
		問5			
		問6			
		問7	$a=$　　，$b=$		
		問8	〔求め方〕 t の値		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-大阪(C)-KV-02	2	問1	cm			
		問2	〔証　明〕			
		問3	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
数-19-公-大阪(C)-KV-03	3	問1	(1)	cm^2		
			(2)	cm		
			(3)	cm		
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-大阪(C)-K01	1	問1	-11	4	
		問2	$x=-5$，$y=4$	4	
		問3	$(a+2b-1)(a+2b+2)$	4	
		問4	ア　イ　ウ　エ　(オ)　カ	4	
		問5	$\frac{1}{4}$	6	
		問6	560	6	
		問7	$a=49$，$b=51$	6	
		問8	〔求め方〕 A$(t,\ 3t+2)$ だから　AB$=3t+2$(cm) E の x 座標は t であり，DE＝AB だから， D の x 座標は　$t-(3t+2)=-2t-2$ C の x 座標は $2t+2$ だから EC$=(2t+2)-t=t+2$(cm) C は m 上の点だから　C$\left(2t+2,\ \frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}\right)$ よって　CF$=\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$(cm) EC＝CF だから　$t+2=\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$ これを解くと，$t>0$ より　$t=\sqrt{3}$ t の値　$\sqrt{3}$	8	部分点を与える。

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-大阪(C)-K02	2	問1		$\frac{1}{45}\pi a$ cm	4	
		問2		〔証　明〕 一つの弧に対する中心角の大きさは，その弧に対する円周角の大きさの 2 倍だから ∠FOC＝2∠CAE ……㋐ △CDA は CD＝CA の二等辺三角形だから ∠CDA＝∠CAE…… ㋑ ∠FCO は△CDA の頂点 C における外角だから ∠FCO＝∠CDA＋∠CAE …… ㋒ ㋑，㋒より　∠FCO＝2∠CAE ……㋓ ㋐，㋓より　∠FOC＝∠FCO よって，△FOC は二等辺三角形だから　FO＝FC	8	部分点を与える。
		問3	(1)	$\frac{8}{3}$ cm	6	
			(2)	$\frac{5\sqrt{7}}{3}$ cm^2	6	
数-19-公-大阪(C)-K03	3	問1	(1)	$\frac{9\sqrt{7}}{2}$ cm^2	4	
			(2)	$\frac{24}{5}$ cm	4	
			(3)	$\frac{3\sqrt{15}}{5}$ cm	4	
		問2	(1)	$\frac{7}{2}$ cm	6	
			(2)	$\frac{27\sqrt{59}}{3}$ cm^3	6	

数-19-公-大阪(C)-KS-01

1　**問1**　$x^2-10x+2=x(x-10)+2$ と変形してから，$x=5-2\sqrt{3}$を代入すると，
$(5-2\sqrt{3})(5-2\sqrt{3}-10)+2=(-2\sqrt{3}+5)(-2\sqrt{3}-5)+2=(-2\sqrt{3})^2-5^2+2=12-25+2=-11$

問2　$\begin{cases}x-y+1=-2y\\3x+7=-2y\end{cases}$を解く。上の式を整理して，$x+y=-1$…①　下の式より，$3x+2y=-7$…②
①×2−②より，$-x=5$　$x=-5$　これを①に代入して，$-5+y=-1$　　$y=4$

問3　$a+2b=A$ とすると，$(a+2b)^2+a+2b-2=A^2+A-2=(A-1)(A+2)=(a+2b-1)(a+2b+2)$

問4　$\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{8^2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{64}{2}}=\sqrt{32}$，$5.5=\sqrt{5.5^2}=\sqrt{30.25}$　$30.25<31<32$ だから，$\sqrt{30.25}<\sqrt{31}<\sqrt{32}$
よって，$5.5<\sqrt{31}<\dfrac{8}{\sqrt{2}}$で，正しいのは**オ**。

問5　二つのさいころの目の出方は $6\times6=36$(通り)
また，$\dfrac{2b}{a}$の値は右の表のようになる。
このうち，素数はかげをつけた 9 通り。
よって，確率は，$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	2	4	6	8	10	12
2	1	2	3	4	5	6
3	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{8}{3}$	$\frac{10}{3}$	4
4	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
5	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{5}$	2	$\frac{12}{5}$
6	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2

問6　袋の中に初めに入っていた黒色の碁石の個数を x 個，白色の碁石の個数を y 個とする。母集団と，取り出した 40 個の標本で，黒色の碁石と白色の碁石の個数の比は等しいと考えられるから，
$x:y=32:8$…①
100 個の白色の碁石を袋に加えたあとについて，$x:(y+100)=28:12$…②
①より，$8x=32y$　$x=4y$　これを②に代入して，$4y:(y+100)=28:12$　$4y:(y+100)=7:3$
$12y=7(y+100)$　$5y=700$　$y=140$　これを $x=4y$ に代入して，$x=4\times140=560$

問7　a，b はどちらも 100 未満の連続する奇数だから，n を 1 以上 50 未満の整数として，
$a=2n-1$，$b=2n+1$ とおける。
よって，$b^2-a^2=(b+a)(b-a)=\{(2n+1)+(2n-1)\}\{(2n+1)-(2n-1)\}=8n$
$8n=2^3\times n$ で，$100=2^2\times5^2$ だから，$8n$ が 100 の倍数になるのは，n が $5^2=25$ の倍数のとき。
n は 1 以上 50 未満の整数だから，これを満たす n の値は $n=25$
このとき，$a=2\times25-1=49$，$b=2\times25+1=51$

問8　DE＝AB より，点 D の x 座標は，点 A の x 座標 t から点 A の y 座標 $3t+2$ をひいた値になるから，
$t-(3t+2)=-2t-2$
また，放物線は y 軸について対称だから，点 C の x 座標は点 D の x 座標の符号を反対にした値になり，
$-(-2t-2)=2t+2$
よって，点 C の y 座標は，$y=\dfrac{1}{8}\times(2t+2)^2=\dfrac{1}{8}\times(4t^2+8t+4)=\dfrac{1}{2}t^2+t+\dfrac{1}{2}$
これが，$EC=(2t+2)-t=t+2$ と等しくなるとして，方程式をつくって解けばよい。

数-19-公-大阪(C)-KS-02

2　**問1**　弧の長さは中心角の大きさに比例するから，$\overset{\frown}{AB}=\pi\times8\times\dfrac{a}{360}=\dfrac{1}{45}\pi a$(cm)

問2　1つの弧に対する中心角の大きさが円周角の大きさの2倍であることや，二等辺三角形の性質などを利用して，△FOCの2つの角が等しいことを示す。

問3　**(1)** △ABCで，三平方の定理より，

$AB^2=BC^2-AC^2=8^2-6^2=28$

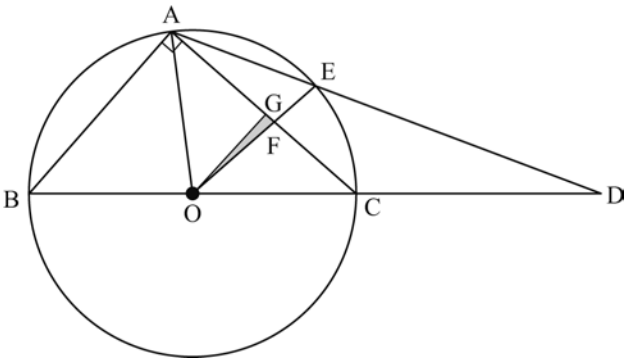
$AB>0$ だから，$AB=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$(cm)

右の図のように，辺ACの中点をGとして，

OとGを結ぶ。Oは辺BCの中点だから，

中点連結定理より，

$GO/\!/AB$，$GO=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{7}=\sqrt{7}$(cm)



平行線の同位角は等しいから，

$\angle OGF=\angle BAC=90°$

ここで，$FC=x$cmとすると，

$FO=FC=x$cm　$GF=GC-FC=\frac{1}{2}AC-FC=\frac{1}{2}\times6-x=3-x$(cm)

△OFGで，三平方の定理より，$FO^2=GO^2+GF^2$

よって，$x^2=(\sqrt{7})^2+(3-x)^2$　$x^2=7+9-6x+x^2$　$6x=16$　$x=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

(2) $AF=AC-FC=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$(cm)　よって，$AF:AC=\frac{10}{3}:6=10:18=5:9$

したがって，△AOFの面積は△AOCの面積の$\frac{5}{9}$倍になる。

さらに，$OC:BC=1:2$ より，△AOCの面積は△ABCの面積の$\frac{1}{2}$倍。

よって，$\triangle AOF=\triangle ABC\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\left(\frac{1}{2}\times AB\times AC\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times6\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{5\sqrt{7}}{3}$(cm^2)

数-19-公-大阪(C)-KS-03

3　**問1**　**(1)**　点Eから辺ABの延長に垂線ELをひくと，$BL=(DE-AB)\div2=(5-3)\div2=1$(cm)

△BELで，三平方の定理より，$EL^2=BE^2-BL^2=8^2-1^2=63$　$EL>0$ だから，$EL=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$(cm)

よって，$\triangle AEB=\frac{1}{2}\times AB\times EL=\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{7}=\frac{9\sqrt{7}}{2}$(cm^2)

(2) $AE/\!/HG$ より，$AH:AD=EG:ED=3:5$　よって，$AH=\frac{3}{5}AD=\frac{3}{5}\times8=\frac{24}{5}$(cm)

(3) △ACDで，右の図のように，点Aから辺CDに垂線AMをひく。

Mは CDの中点になるから，$CM=2$cm

△ACMで，三平方の定理より，$AM^2=AC^2-CM^2=8^2-2^2=60$

$AM>0$ だから，$AM=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$(cm)

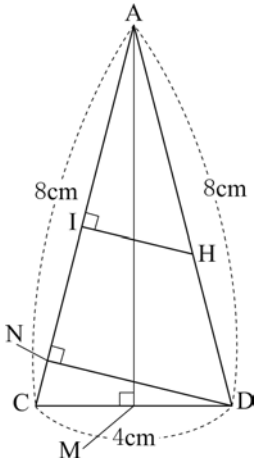
また，点Dから辺ACに垂線DNをひいて，△ACDの面積に着目する。

底辺をCDとすると高さはAM，底辺をACとすると高さはDNだから，

$\frac{1}{2}\times CD\times AM=\frac{1}{2}\times AC\times DN$　$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{15}=\frac{1}{2}\times8\times DN$　$DN=\sqrt{15}$cm

さらに，$IH/\!/ND$ より，$IH:ND=AH:AD$

よって，**(2)**より，$IH:ND=3:5$　$IH=\frac{3}{5}ND=\frac{3}{5}\times\sqrt{15}=\frac{3\sqrt{15}}{5}$(cm)



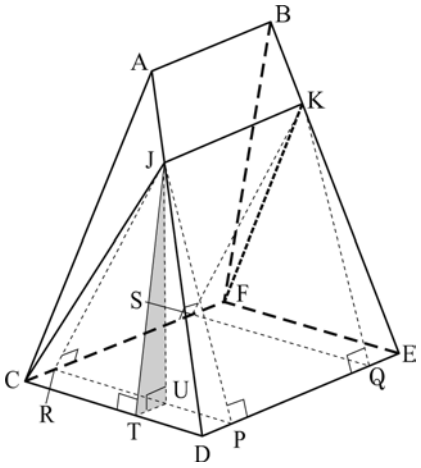
問2　**(1)** 線分JKと線分AEの交点をOとする。

△ADEで，$JO/\!/DE$ より，$JO:DE=AJ:AD=2:8=1:4$　よって，$JO=\frac{1}{4}DE=\frac{1}{4}\times5=\frac{5}{4}$(cm)

△AEBで，$OK/\!/AB$ より，$OK:AB=KE:BE=(8-2):8=3:4$　よって，$OK=\frac{3}{4}AB=\frac{3}{4}\times3=\frac{9}{4}$(cm)

$JK=JO+OK=\frac{5}{4}+\frac{9}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$(cm)

(2) 下の図のように，2 点 J，K から辺 DE に垂線 JP，KQ をひき，同様に辺 CF に垂線 JR，KS をひく。立体 JK－CDEF は，三角柱 JRP－KSQ と 2 つの四角錐 J－CDPR，K－SQEF に分けられる。
点 J から辺 CD に垂線 JT をひくと，**問１(3)**の線分 AM に対して，
JT//AM だから，JT：AM＝JD：AD＝(8－2)：8＝3：4
よって，$JT=\frac{3}{4}AM=\frac{3}{4}\times 2\sqrt{15}=\frac{3\sqrt{15}}{2}$(cm)
また，点 J から面 CDEF に垂線 JU をひくと，U は線分 PR 上にある。



$TU=DP=(DE-JK)\div 2=\left(5-\frac{7}{2}\right)\div 2=\frac{3}{4}$(cm)
△JTU で，三平方の定理より，$JU^2=JT^2-TU^2=\left(\frac{3\sqrt{15}}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{531}{16}$
JU＞0 だから，$JU=\sqrt{\frac{531}{16}}=\frac{3\sqrt{59}}{4}$(cm)
三角柱 JRP－KSQ の体積は，
$\left(\frac{1}{2}\times RP\times JU\right)\times JK=\left(\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3\sqrt{59}}{4}\right)\times\frac{7}{2}=\frac{21\sqrt{59}}{4}$(cm^3)
四角錐 J－CDPR，K－SQEF は体積が等しく，
$\frac{1}{3}\times$長方形 CDPR$\times JU=\frac{1}{3}\times\left(4\times\frac{3}{4}\right)\times\frac{3\sqrt{59}}{4}=\frac{3\sqrt{59}}{4}$(cm^3)
よって，立体 JK－CDEF の体積は，$\frac{21\sqrt{59}}{4}+\frac{3\sqrt{59}}{4}\times 2=\frac{27\sqrt{59}}{4}$(cm^3)