Ｒ３　大阪府（Ｃ）　公立　数学　問題

数-21-公-大阪（C）-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$\dfrac{7a+b}{3}-\dfrac{3a-5b}{2}$　を計算しなさい。

問２　$\left(\dfrac{3}{4}ab\right)^2\div\dfrac{9}{8}a^2b\times(-2b)$　を計算しなさい。

問３　$\sqrt{3}(\sqrt{15}+\sqrt{3})-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$　を計算しなさい。

問４　$2(a+b)^2-8$　を因数分解しなさい。

問５　n を自然数とする。次の条件を満たす整数の個数を n を用いて表しなさい。
「絶対値が n より小さい。」

問６　一つの内角の大きさが 140° である正多角形の内角の和を求めなさい。

問７　a を負の数とするとき，次の**ア**～**オ**の式のうち，その値がつねに a の値以下になるものはどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。

ア　$a+2$　　**イ**　$a-2$　　**ウ**　$2a$　　**エ**　$\dfrac{a}{2}$　　**オ**　$-a^2$

問８　5 人の生徒が反復横とびを行い，その回数をそれぞれ記録した。次の表は，それぞれの生徒の回数と B さんの回数との差を，B さんの回数を基準として示したものであり，それぞれの生徒の回数が B さんの回数より多い場合は正の数，少ない場合は負の数で表している。この 5 人の反復横とびの回数の平均値は 47.6 回である。B さんの反復横とびの回数を求めなさい。

	A さん	B さん	C さん	D さん	E さん
B さんの回数との差（回）	＋5	0	－3	－6	＋2

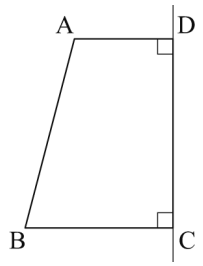
問９　表が白色で裏が黒色の円盤が 6 枚ある。それらが図のように，左端から 4 枚目の円盤は黒色の面が上を向き，他の 5 枚の円盤は白色の面が上を向いた状態で横一列に並んでいる。



1 から 6 までの自然数が書いてある 6 枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ が入った箱から 2 枚のカードを同時に取り出し，その 2 枚のカードに書いてある数のうち小さい方の数を a，大きい方の数を b とする。図の状態で並んだ 6 枚の円盤について，左端から a 枚目の円盤と左端から b 枚目の円盤の表裏をそれぞれひっくり返すとき，上を向いている面の色が同じである円盤が 3 枚以上連続して並ぶ確率はいくらですか。どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問 10　n を 2 けたの自然数とするとき，$\sqrt{300-3n}$ の値が偶数となる n の値を**すべて**求めなさい。

問 11　右図において，四角形 ABCD は AD // BC の台形であり，∠ADC＝∠DCB＝90°，AD＝2 cm，AB＝4 cm，BC＝3 cm である。四角形 ABCD を直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体の**表面積**は何 cm^2 ですか。円周率を π として答えなさい。

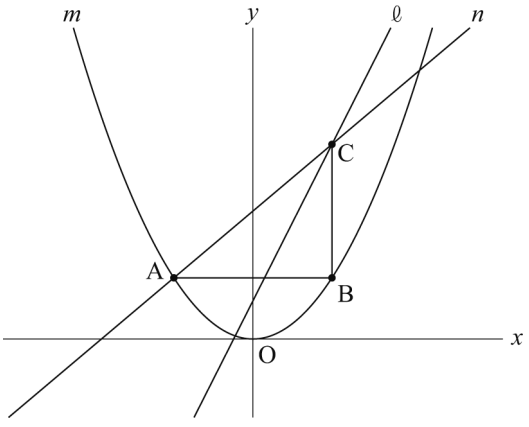


数-21-公-大阪（C）-問-02

2　**図１**，**図２**において，m は関数 $y=\frac{3}{8}x^2$ のグラフを表し，ℓ は関数 $y=2x+1$ のグラフを表す。次の問いに答えなさい。

問１　**図１**において，A は m 上の点であり，その x 座標は−2 である。B は，A を通り x 軸に平行な直線と m との交点のうち A と異なる点である。C は，B を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点である。n は，2 点 A，C を通る直線である。

図１



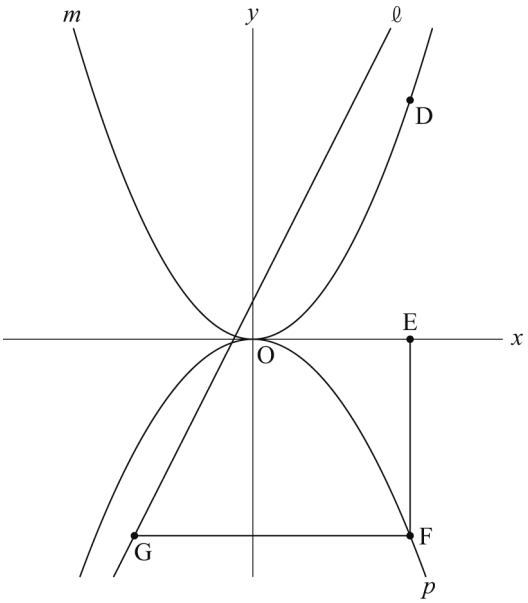
(1) 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に入れるのに適している数をそれぞれ書きなさい。

関数 $y=\frac{3}{8}x^2$ について，
x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域は $\boxed{\text{ア}} \leqq y \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) n の式を求めなさい。

問２　**図２**において，p は関数 $y=ax^2$ (a は負の定数) のグラフを表す。D は m 上の点であり，その x 座標は正であって，その y 座標は 6 である。E は x 軸上の点であり，E の x 座標は D の x 座標と等しい。F は，E を通り y 軸に平行な直線と p との交点である。G は，F を通り x 軸に平行な直線と ℓ との交点である。線分 GF の長さは，線分 EF の長さより 2 cm 長い。a の値を求めなさい。途中の式を含めた求め方も書くこと。ただし，原点 O から点 (1，0) まで，原点 O から点 (0，1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。

図２



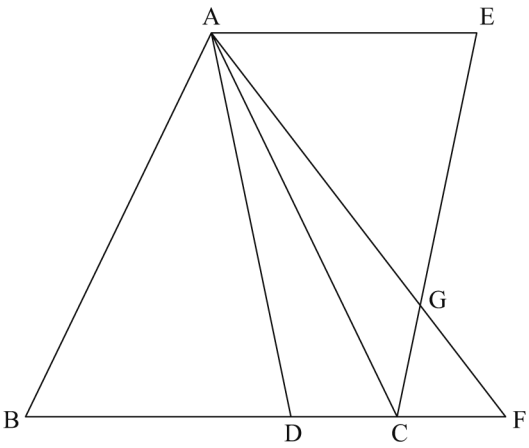
数-21-公-大阪(C)-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**において，△ABC は AB＝AC＝8 cm，BC＝7 cm の二等辺三角形である。D は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。A と D とを結ぶ。E は直線 AC について B と反対側にある点であり，3 点 A，C，E を結んでできる△ACE は△ACE≡△BAD である。F は，直線 BC 上にあって C について B と反対側にある点である。A と F とを結ぶ。G は，線分 AF と線分 EC との交点である。

次の問いに答えなさい。

図１



(1) △AEG∽△FCG であることを証明しなさい。

(2) FA＝FB であり，BD＝5 cm であるときの線分 GF の長さを求めなさい。

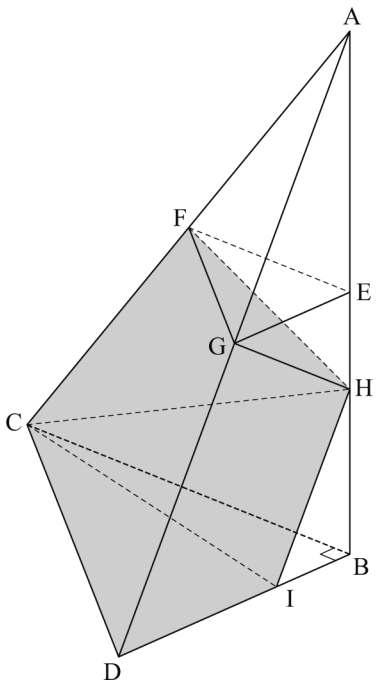
問２　**図２**において，立体 A－BCD は三角すいであり，直線 AB は平面 BCD と垂直である。△BCD は∠DBC＝90° の直角三角形であり，BC＝8 cm，BD＝6 cm である。E，F，G は，それぞれ辺 AB，AC，AD の中点である。E と F，E と G，F と G とをそれぞれ結ぶ。H は，線分 EB 上にあって E，B と異なる点である。H と C，H と F，H と G とをそれぞれ結ぶ。I は，H を通り辺 AD に平行な直線と辺 BD との交点である。I と C とを結ぶ。

次の問いに答えなさい。

(3) △AFE の面積を S cm^2 とするとき，四角形 GDBE の面積を S を用いて表しなさい。

(4) AB＝12 cm であり，立体 A－BCD から立体 AHFG と立体 HBCI を取り除いてできる立体の体積が 70 cm^3 であるときの，線分 HB の長さを求めなさい。

図２



Ｒ３　大阪府（C）　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-大阪(C)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	個		
		問６	度		
		問７	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
		問８	回		
		問９			
		問 10			
		問 11	cm^2		
数-21-公-大阪(C)-KY-02	2	問１	(1)　㋐　　㋑		
			(2)		
		問２	〔求め方〕 a の値		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-大阪(C)-KY-03	3	問１	(1)	〔証　明〕		
			(2)	cm		
		問２	(3)	cm^2		
			(4)	cm		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-大阪(C)-ｷ-01	1	問１	$\dfrac{5a+17b}{6}$	3	
		問２	$-b^2$	3	
		問３	$3+\sqrt{5}$	3	
		問４	$2(a+b+2)(a+b-2)$	4	
		問５	$2n-1$　個	4	
		問６	1260　度	4	
		問７	ア　(イ)　(ウ)　エ　オ	4	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
		問８	48　回	6	
		問９	$\dfrac{8}{15}$	6	
		問 10	52，88	6	
		問 11	33π　cm^2	6	
数-21-公-大阪(C)-ｷ-02	2	問１	(1)　㋐　0　㋑　$\dfrac{27}{8}$	4	
			(2)　$y=\dfrac{7}{8}x+\dfrac{13}{4}$	6	
		問２	〔求め方〕 D は m 上の点だから，D の x 座標を s とすると　$\dfrac{3}{8}s^2=6$ これを解くと，$s>0$ より　$s=4$ E の x 座標は D の x 座標と等しいから　E (4，0) F は p 上の点だから　F (4，$16a$) よって　EF$=-16a$ (cm) したがって　GF$=-16a+2$ (cm) よって，G の x 座標は　$4-(-16a+2)=16a+2$ G の y 座標は F の y 座標と等しいから　G ($16a+2$，$16a$) G はℓ上の点だから　$16a=2(16a+2)+1$ これを解くと　$a=-\dfrac{5}{16}$ ―――――― (*) a の値　$-\dfrac{5}{16}$	7	・部分点を与える。 ・(*) において，「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-大阪(C)-ｷ-03	3	問１	(1)	〔証　明〕 △AEG と△FCG において 対頂角は等しいから ∠AGE＝∠FGC …… ㋐ △ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから ∠ACB＝∠ABD …… ㋑ △ACE≡△BAD だから ∠CAE＝∠ABD …… ㋒ ㋑，㋒より　∠ACB＝∠CAE よって，錯角が等しいから　AE // BF 平行線の錯角は等しいから ∠EAG＝∠CFG …… ㋓ ㋐，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから △AEG∽△FCG	8	部分点を与える。
			(2)	$\frac{96}{35}$ cm	6	
		問２	(3)	$\frac{9}{4}S$ cm^2	4	
			(4)	$\frac{3+\sqrt{21}}{2}$ cm	6	

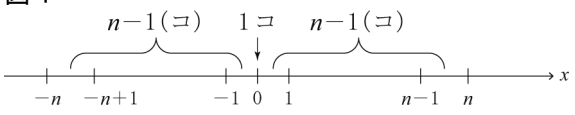
数-21-公-大阪(C)-KS-01

1　【小問集合】

問４　$a+b=\mathrm{M}$ とおくと，$2(a+b)^2-8=2\mathrm{M}^2-8=2(\mathrm{M}^2-4)=2(\mathrm{M}+2)(\mathrm{M}-2)=2(a+b+2)(a+b-2)$

問５　絶対値とは，数直線上における 0 の点からの距離のことなので，「絶対値が自然数 n より小さい。」という条件を満たす整数は，**図１**のように，$-n+1$ から $n-1$ までの整数である。

図１



よって，その個数は，$(n-1)\times2+1=2n-1$(個)

ポイント≫ $a<b$ である 2 つの整数 a，b において，a から b までの整数の個数は，$b-a+1$(個)

問６　正 n 角形の内角の和は，公式より，$180(n-2)°$，1 つの内角の大きさが 140°であることより，$140n°$ と 2 通りで表すことができる。よって，$180\times(n-2)=140n$　⇒　$n=9$

したがって，正九角形の内角の和は，$140°\times9=1260°$

問７　**ア**　a に 2 を加えるため，$a+2$ の値は，つねに a の値より大きくなる。よって，不適。

イ　a から 2 を引くため，$a-2$ の値は，つねに a の値より小さくなる。よって，適切。

ウ　負の数 a に正の数 2 をかけると，その値は負の数であり，絶対値が 2 倍となるので，$2a$ の値は，つねに a の値より小さくなる。よって，適切。

エ　負の数 a に正の数 $\frac{1}{2}$ をかけると，その値は負の数であり，絶対値が $\frac{1}{2}$ 倍となるので，$\frac{a}{2}$ の値は，つねに a の値より大きくなる。よって，不適。

オ　$a<-1$ のとき，a^2 の値の絶対値は，a の絶対値より大きくなるので，$-a^2$ の値は，a の値より小さくなる。たとえば，$a=-2$ のとき，$-a^2=-4<-2$

また，$a=-1$ のとき，$-a^2=-1$ だから，$-a^2$ の値は，a の値と等しくなる。

さらに，$-1<a<0$ のとき，a^2 の値の絶対値は，a の絶対値より小さくなるので，$-a^2$ の値は，a の値より大きくなる。たとえば，$a=-\frac{1}{2}$ のとき，$-a^2=-\frac{1}{4}>-\frac{1}{2}$

以上のことから，$-a^2$ の値は，必ずしも a の値以下とならない。よって，不適。

問８　B さんの回数を x 回とし，それを仮の平均値として，真の平均値を求めると，

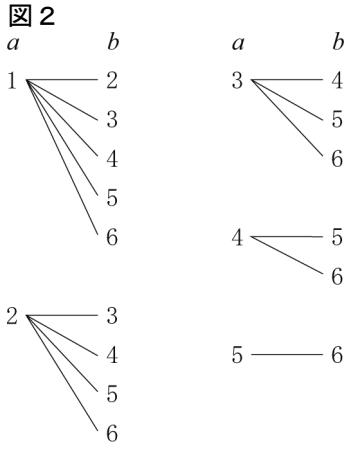
$x+\frac{5+0-3-6+2}{5}=x-0.4$(回)となる。この値が 47.6 回と等しいので，

$x-0.4=47.6$　⇒　$x=48$(回)

問９　解答のヒント 複雑な条件をもつ確率は，「そもそも何を行うか」に注意する。

今回は，端的に言えば「6 枚のカードから 2 枚のカードを同時に取り出す」ということを行うので，樹形図を使って状況を整理すると，**図２**のようになる。

図２



$a=1$ の場合から順に，条件に合うパターンを見つけていこう。

・$a=1$ のとき，円盤は，●○○●○○となる。よって，$b=4$ のときの，●○○○○○が，条件に合う。よって，$a=1$ のときは 1 通り。

・$a=2$ のとき，円盤は，○●○●○○となる。よって，$b=3$ のときの，○●●●○○，$b=4$ のときの，○●○○○○が，条件に合う。よって，$a=2$ のときは 2 通り。

・$a=3$ のとき，円盤は，○○●●○○となる。よって，$b=4$ のときの，○○●○○○，$b=5$ のときの，○○●●●○が，条件に合う。よって，$a=3$ のときは 2 通り。

・$a=4$ のとき，円盤は，○○○○○○となる。よって，$b=5$ のときの，○○○○●○，$b=6$ のときの，○○○○○●が，条件に合う。よって，$a=4$ のときは 2 通り。

・$a=5$ のとき，円盤は，○○○●●○となる。よって，$b=6$ のときの，○○○●●●が，条件に合う。よって，$a=5$ のときは 1 通り。

以上のことから，条件に合うパターンは，$1+2+2+2+1=8$(通り)

よって，求める確率は，$\dfrac{8}{15}$

ポイント》確率のポイント

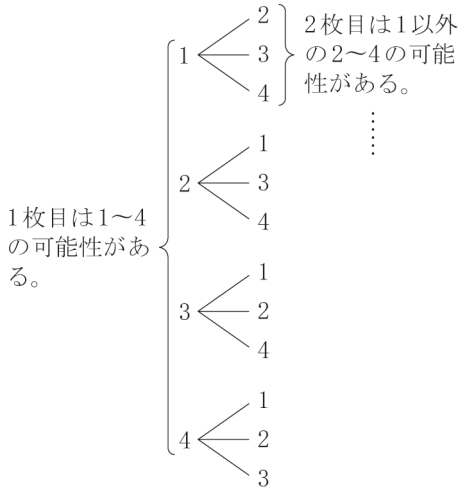
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問 10 n は 2 けたの自然数なので，$n=10$，11，12，……，99 である。

よって，$n=10$ のとき，$300-3n=270$，$n=99$ のとき，$300-3n=3$ だから，$3 \leqq 300-3n \leqq 270$

また，$\sqrt{300-3n}$ が偶数となるのは，$300-3n$ が偶数の 2 乗であるときである。

さらに，$300-3n=3(100-n)$ より，$300-3n$ は 3 の倍数なので，$300-3n$ は 6 の倍数の 2 乗である。

よって，$300-3n=36$，144 なので，それぞれから n の値を求めると，$n=88$，52

問 11 図３のように，直線 BA と直線 CD の交点を E とする。

AD//BC より，△EBC において，平行線と線分の比から，EA：EB＝AD：BC＝2：3

⇒ EA：AB＝2：1 ⇒ EA＝8(cm)

立体の側面は，**図４**のような，おうぎ形 EBB′からおうぎ形 EAA′を取り除いた形になる。$\overset{\frown}{AA'}$の長さは，点 D を中心とする半径 2cm の円の円周と等しいので，$\overset{\frown}{AA'}=4\pi$ (cm)，$\overset{\frown}{BB'}$の長さは，点 C を中心とする半径 3cm の円の円周と等しいので，$\overset{\frown}{BB'}=6\pi$ (cm)

図３

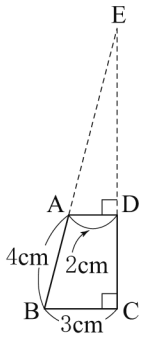
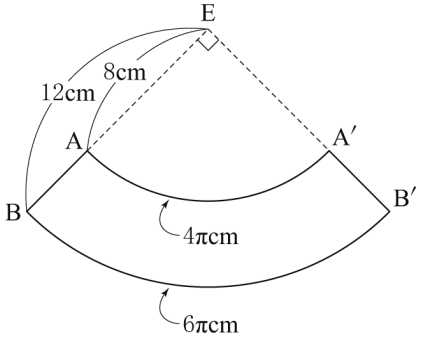


図４



よって，立体の側面積は，

(おうぎ形 EBB′)－(おうぎ形 EAA′)$=\dfrac{1}{2}\times 6\pi \times 12-\dfrac{1}{2}\times 4\pi \times 8=20\pi$ (cm^2)

また，立体の上底は，点 D を中心とする半径 2cm の円，下底は，点 C を中心とする半径 3cm の円なので，その面積の合計は，$\pi \times 2^2+\pi \times 3^2=13\pi$ (cm^2)

したがって，立体の表面積は，$20\pi+13\pi=33\pi$ (cm^2)

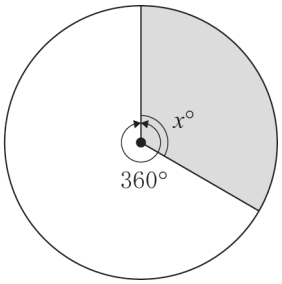
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

（おうぎ形の面積）＝（円の面積）$\times \dfrac{x}{360}$

（おうぎ形の弧の長さ）＝（円周）$\times \dfrac{x}{360}$

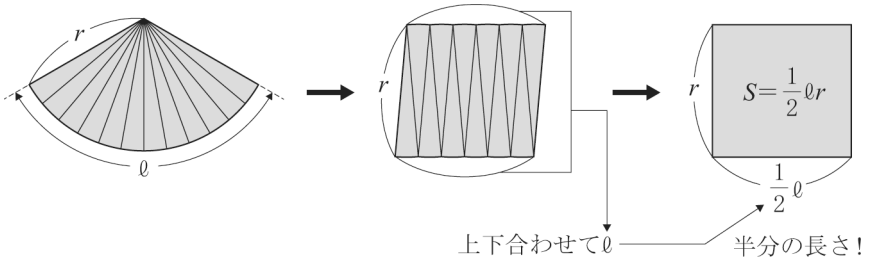
←「一部分」……「1周360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積をS，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，

$S=\dfrac{1}{2}\ell r$



数-21-公-大阪(C)-KS-02

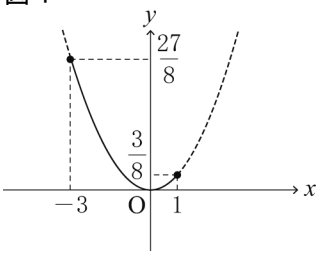
2 【関数のグラフと図形】

問1 (1) 関数 $y=\dfrac{3}{8}x^2$ について，$x=-3$ のとき，$y=\dfrac{3}{8}\times(-3)^2=\dfrac{27}{8}$，

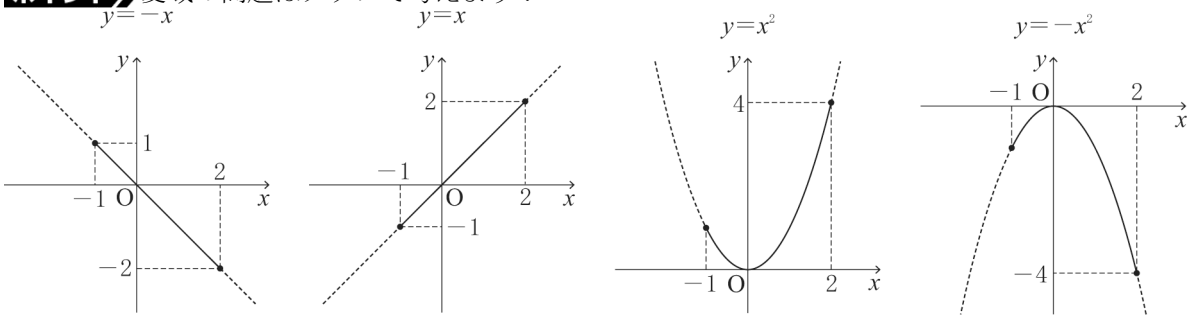
$x=1$ のとき，$y=\dfrac{3}{8}\times1^2=\dfrac{3}{8}$ であることに注意してグラフをかくと，

図1のようになる。よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq\dfrac{27}{8}$

図1



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

(2) 点Aは，x 座標が -2 で，関数 $y=\dfrac{3}{8}x^2$ のグラフ上にあるから，その y 座標は，$y=\dfrac{3}{8}\times(-2)^2=\dfrac{3}{2}$

点Bは，点Aと y 軸に関して対称なので，その x 座標は2である。よって，点Cは，x 座標が2で，関数 $y=2x+1$ のグラフ上にあるから，その y 座標は，$y=2\times2+1=5$

よって，直線 n の式を $y=ax+b$ とおき，2点A，Cの座標，$A\left(-2,\ \dfrac{3}{2}\right)$，C(2，5)をそれぞれ代入してできる連立方程式を解くと，$a=\dfrac{7}{8}$，$b=\dfrac{13}{4}$　よって，直線 n の式は，$y=\dfrac{7}{8}x+\dfrac{13}{4}$

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x, y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

数-21-公-大阪(C)-KS-03

3 【平面図形，空間図形】

問 1 (2) **図 1** のように，線分 CF の長さを x cm とすると，

FA＝FB＝x＋7(cm)

また，△ABC において，A から辺 BC に垂線 AH をおろすと，△ABC が AB＝AC の二等辺三角形だから，

$BH=CH=\frac{1}{2}BC=\frac{7}{2}$(cm)

よって，△ABH において，三平方の定理より，

$AH^2=AB^2-BH^2=8^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{207}{4}$

⇒ AH＞0 より，$AH=\frac{3\sqrt{23}}{2}$(cm)

$FH=x+\frac{7}{2}$(cm) より，△AHF において，三平方の定理から，$FH^2+AH^2=AF^2$ ⇒ $\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{23}}{2}\right)^2=(x+7)^2$

⇒ $x^2+7x+\frac{49}{4}+\frac{207}{4}=x^2+14x+49$

⇒ $x^2+7x+64=x^2+14x+49$ ⇒ $x=\frac{15}{7}$(cm)

よって，$CF=\frac{15}{7}$(cm)，$AF=\frac{64}{7}$(cm)

△ACE≡△BAD より，AE＝BD＝5(cm)，

(1) より，△AEG∽△FCG だから，

$AG:FG=AE:FC=5:\frac{15}{7}=7:3$

⇒ $GF=\frac{3}{10}AF=\frac{3}{10}\times\frac{64}{7}=\frac{96}{35}$(cm)

図 1

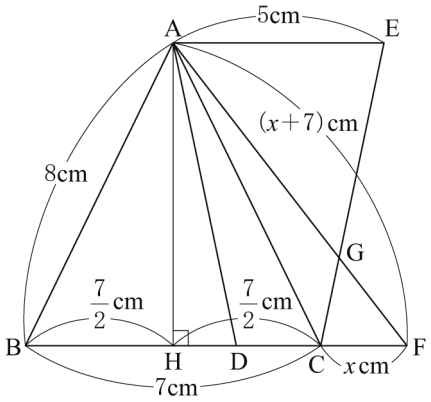
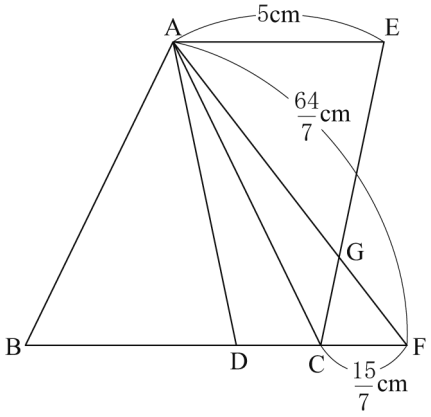


図 2



問 2 (3) E は辺 AB の中点だから，AE＝EB

よって，△AFE において，底辺を EF としたときの高さ AE と，台形 GDBE の上底を GE，下底を DB としたときの高さ EB は等しい。その高さを AE＝EB＝h cm とする。

E, F は, それぞれ辺 AB, AC の中点だから, △ABC において, 中点連結定理より, $EF=\frac{1}{2}BC=4$(cm)

よって，△AFE の面積について，$S=\frac{1}{2}\times4\times h$ ⇒ $S=2h$ ⇒ $h=\frac{S}{2}$

E，G は，それぞれ辺 AB，AD の中点だから，△ABD において，中点連結定理より，

$EG=\frac{1}{2}BD=3$(cm)

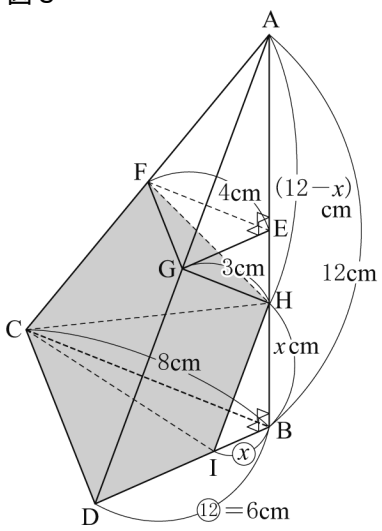
よって，台形 GDBE の面積は，$\frac{1}{2}\times(3+6)\times h=\frac{9}{2}h$ ⇒ $\frac{9}{2}\times\frac{S}{2}=\frac{9}{4}S$(cm^2)

(4) 立体 A－BCD の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle BCD\times AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times8\times12=96(cm^3)$ だから，

立体 AHFG と立体 HBCI それぞれの体積の和は，$96-70=26(cm^3)$ である。

図３のように，HB＝x cm とする。

図３



立体 AHFG を，△AFH を底面とする三角すいとみなすと，高さは EG＝3cm である。AH＝AB－HB＝$12-x$(cm) だから，

$\triangle AFH=\frac{1}{2}\times AH\times EF=\frac{1}{2}\times(12-x)\times4=24-2x(cm^2)$

よって，立体 AHFG の体積は，

$\frac{1}{3}\times\triangle AFH\times EG=\frac{1}{3}\times(24-2x)\times3=24-2x(cm^3)$

次に，立体 HBCI を，△HIB を底面とする三角すいとみなすと，高さは BC＝8cm である。

HI//AD より，△BAD において，平行線と線分の比から，

BI : BD＝BH : BA　⇒　BI : 6＝x : 12　⇒　$BI=\frac{x}{2}$(cm)

よって，$\triangle HIB=\frac{1}{2}\times HB\times BI=\frac{1}{2}\times x\times\frac{x}{2}=\frac{x^2}{4}(cm^2)$ だから，

立体 HBCI の体積は，

$\frac{1}{3}\times\triangle HIB\times BC=\frac{1}{3}\times\frac{x^2}{4}\times8=\frac{2}{3}x^2(cm^3)$

よって，$(24-2x)+\frac{2}{3}x^2=26$　⇒　$x^2-3x-3=0$

⇒　2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

⇒　$0<x<6$ より，$x=\frac{3+\sqrt{21}}{2}$(cm)