Ｒ４　大阪府（Ｂ）　公立　数学　問題

数-22-公-大阪(B)-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$18-(-4)^2\div 8$

問２　$2(5a-b)-3(a+6b)$

問３　$14ab\div 7a^2\times ab$

問４　$(x+1)(x-1)-(x+3)(x-8)$

問５　$(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2+\sqrt{27}$

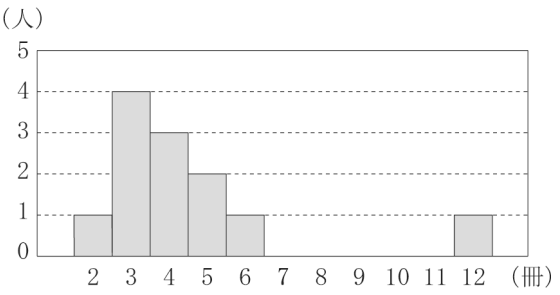
数-22-公-大阪(B)-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　等式　$b=\dfrac{5a+4}{7}$　を a について解きなさい。

問２　二次方程式　$2x^2-3x-1=0$　を解きなさい。

問３　右図は，ある中学校の図書委員 12 人それぞれが夏休みに読んだ本の冊数を，S 先生が調べてグラフにまとめたものである。図書委員 12 人それぞれが夏休みに読んだ本の冊数の平均値を a 冊，最頻値を b 冊，中央値を c 冊とする。次の**ア**～**カ**の式のうち，三つの値 a，b，c の大小関係を正しく表しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。



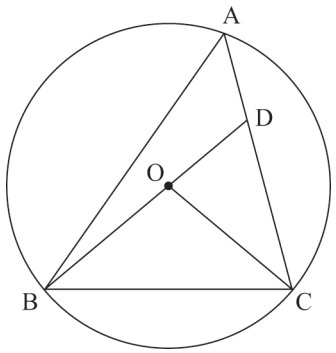
ア　$a<b<c$　　**イ**　$a<c<b$　　**ウ**　$b<a<c$

エ　$b<c<a$　　**オ**　$c<a<b$　　**カ**　$c<b<a$

問４　二つの箱 A，B がある。箱 A には自然数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}$ ，$\boxed{3}$ が入っており，箱 B には奇数の書いてある 4 枚のカード $\boxed{1}$ ，$\boxed{3}$ ，$\boxed{5}$ ，$\boxed{7}$ が入っている。A，B それぞれの箱から同時にカードを 1 枚ずつ取り出すとき，取り出した 2 枚のカードに書いてある数の和が 20 の約数である確率はいくらですか。A，B それぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問５　連続する三つの整数の和が 2022 となるとき，この連続する三つの整数のうち最も小さい整数を求めなさい。

問６　右図において，3 点 A，B，C は点 O を中心とする円の周上の異なる 3 点であり，3 点 A，B，C を結んでできる△ABC は鋭角三角形である。O と C とを結ぶ。D は，直線 BO と線分 AC との交点である。△ABC の内角∠CAB の大きさを $a°$，△OCD の内角∠OCD の大きさを $b°$ とするとき，△OCD の内角∠CDO の大きさを a，b を用いて表しなさい。

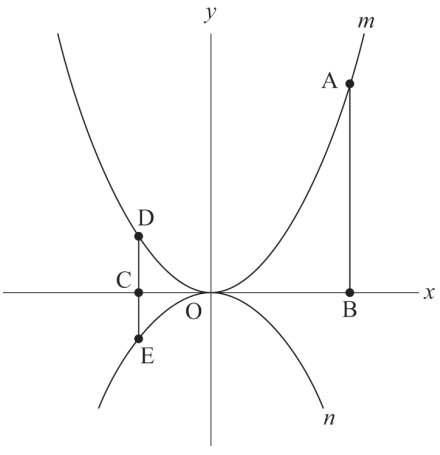


問７　次の二つの条件を同時に満たす自然数 n の値を求めなさい。

・$4<\sqrt{n}<5$ である。

・$\sqrt{6n}$の値は自然数である。

問８　右図において，m は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表し，n は関数 $y=ax^2$ (a は負の定数) のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は 3 である。B は，A を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点である。C は x 軸上の点であり，CB＝AB である。C の x 座標は，B の x 座標より小さい。D は C を通り y 軸に平行な直線と m との交点であり，E は C を通り y 軸に平行な直線と n との交点である。DE＝2 cm である。a の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように，途中の式を含めた求め方も書くこと。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0，1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。



3 Fさんは，右の写真のように大きさの異なる2種類のコーンがそれぞれ積まれているようすに興味をもち，**図1**，**図2**のような模式図をかいて考えてみた。

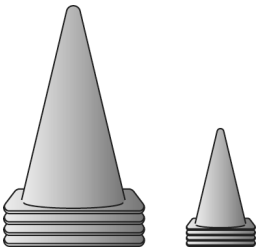


図1は，1個の高さが320 mmの**コーンA**だけを積んだときのようすを表す模式図である。「**コーンA**の個数」が 1 のとき「積んだ**コーンA**の高さ」は320 mmであるとし，「**コーンA**の個数」が1増えるごとに「積んだ**コーンA**の高さ」は15 mmずつ高くなるものとする。

図2は，1個の高さが150 mmの**コーンB**だけを積んだときのようすを表す模式図である。「**コーンB**の個数」が 1 のとき「積んだ**コーンB**の高さ」は150 mmであるとし，「**コーンB**の個数」が1増えるごとに「積んだ**コーンB**の高さ」は10 mmずつ高くなるものとする。

次の問いに答えなさい。

図1

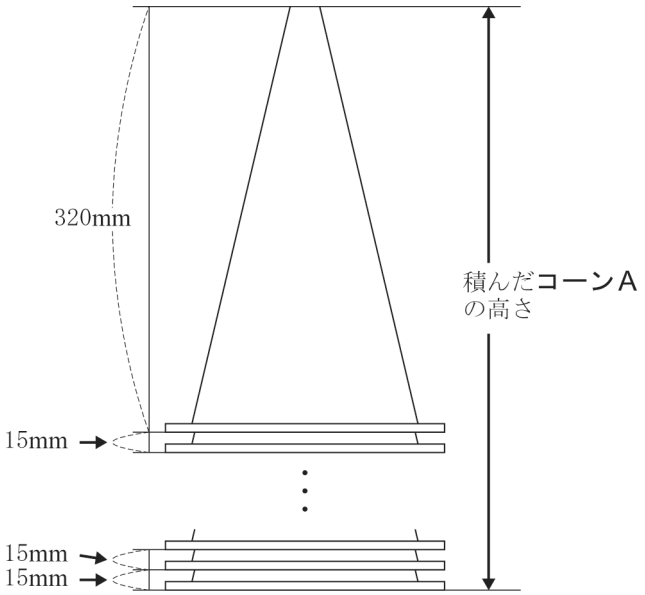
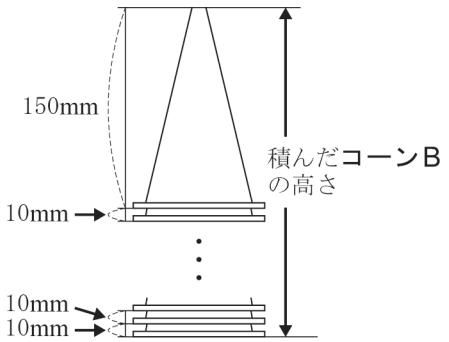


図2



問1　**図1**において，「**コーンA**の個数」が x のときの「積んだ**コーンA**の高さ」を y mm とする。

(1) 次の表は，x と y との関係を示した表の一部である。表中の(**ア**)，(**イ**)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	⋯	4	⋯	8	⋯
y	320	335	⋯	(**ア**)	⋯	(**イ**)	⋯

(2) x を自然数として，y を x の式で表しなさい。

(3) $y=620$ となるときの x の値を求めなさい。

問２　F さんが**コーンＡ**を**図１**のように，**コーンＢ**を**図２**のようにそれぞれいくつか積んでいったところ，積んだ**コーンＡ**の高さと積んだ**コーンＢ**の高さが同じになった。

「**コーンＡ**の個数」を s とし，「**コーンＢ**の個数」を t とする。「**コーンＡ**の個数」と「**コーンＢ**の個数」との合計が 39 であり，「積んだ**コーンＡ**の高さ」と「積んだ**コーンＢ**の高さ」とが同じであるとき，s，t の値をそれぞれ求めなさい。

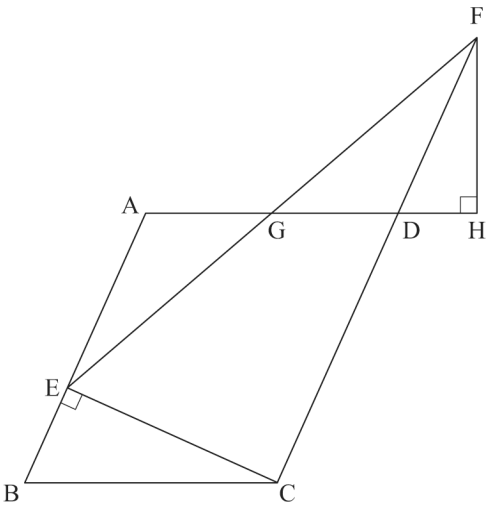
数-22-公-大阪(B)-問-04

4　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**において，四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角の平行四辺形であり，AB＝7 cm，AD＝6 cm である。E は，C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点である。F は直線 DC 上にあって D について C と反対側にある点であり，FD＝5 cm である。E と F とを結ぶ。G は，線分 EF と辺 AD との交点である。H は，F から直線 AD にひいた垂線と直線 AD との交点である。

次の問いに答えなさい。

図１



(1)　△BCE∽△DFH であることを証明しなさい。

(2)　DH＝2 cm であるとき，

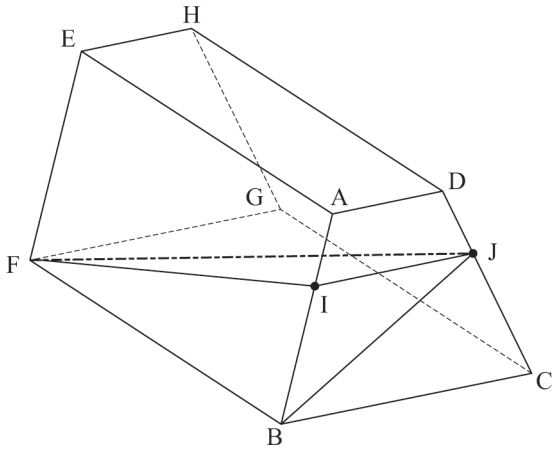
①　線分 BE の長さを求めなさい。

②　△FGD の面積を求めなさい。

問２　**図２**において，立体 ABCD－EFGH は四角柱である。四角形 ABCD は AD // BC の台形であり，AD＝3 cm，BC＝7 cm，AB＝DC＝6 cm である。四角形 EFGH≡四角形 ABCD である。四角形 EFBA，HEAD，HGCD，GFBC は長方形であり，EA＝9 cm である。I は，辺 AB 上にあって A，B と異なる点である。F と I とを結ぶ。J は，I を通り辺 BC に平行な直線と辺 DC との交点である。F と J，B と J とをそれぞれ結ぶ。

次の問いに答えなさい。

図２



(3) 次の**ア**～**オ**のうち，辺 AD とねじれの位置にある辺はどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。

ア　辺 AB　　**イ**　辺 BC　　**ウ**　辺 EF

エ　辺 FB　　**オ**　辺 FG

(4) AI＝2 cm であるとき，

①　線分 IJ の長さを求めなさい。

②　立体 IFBJ の体積を求めなさい。

Ｒ４　大阪府（Ｂ）　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-大阪（B）-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
数-22-公-大阪（B）-KY-02	2	問１	$a=$		
		問２			
		問３	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ　　カ		
		問４			
		問５			
		問６	度		
		問７			
		問８	〔求め方〕 a の値＿＿＿＿＿＿＿＿		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-22-公-大阪(B)-KY-03	3	問１	(1)	(ア)			
				(イ)			
			(2)	$y=$			
			(3)				
		問２	s の値　　，t の値				
数-22-公-大阪(B)-KY-04	4	問１	(1)	〔証　明〕			
			(2)	①	cm		
				②	cm^2		
		問２	(3)	ア　イ　ウ　エ　オ			
			(4)	①	cm		
				②	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−大阪（Ｂ）−K−01	1	問１	16	3	
		問２	$7a-20b$	3	
		問３	$2b^2$	3	
		問４	$5x+23$	3	
		問５	$8-\sqrt{3}$	3	
数−22−公−大阪（Ｂ）−K−02	2	問１	$a=\dfrac{7b-4}{5}$	3	
		問２	$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$	3	
		問３	ア　イ　ウ　エ　オ　カ	3	
		問４	$\dfrac{5}{12}$	3	
		問５	673	3	
		問６	$2a-b$　度	4	
		問７	24	4	
		問８	〔求め方〕 A は m 上の点だから　$\mathrm{A}\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$ よって　$\mathrm{AB}=\dfrac{9}{2}$ (cm) CB＝AB だから，C の x 座標は　$3-\dfrac{9}{2}=-\dfrac{3}{2}$ D は m 上の点だから　$\mathrm{D}\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{9}{8}\right)$ E は n 上の点だから　$\mathrm{E}\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{9}{4}a\right)$ よって　$\mathrm{DE}=\dfrac{9}{8}-\dfrac{9}{4}a$ (cm) DE＝2 cm だから　$\dfrac{9}{8}-\dfrac{9}{4}a=2$ これを解くと　$a=-\dfrac{7}{18}$　――――――――（＊） a の値　$-\dfrac{7}{18}$	6	・部分点を与える。 ・（＊）において，「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号		解答			配点	備考
数-22-公-大阪(B)-K-03	3	問1	(1)	(ア)	365	3	
				(イ)	425	3	
			(2)	$y=15x+305$		3	
			(3)	21		3	
		問2	s の値　9　，t の値　30			4	
数-22-公-大阪(B)-K-04	4	問1	(1)	〔証　明〕 △BCE と△DFH において CE⊥AB，FH⊥AH だから ∠CEB＝∠FHD＝90° …… ㋐ 四角形 ABCD は平行四辺形だから ∠EBC＝∠ADC …… ㋑ 対頂角は等しいから ∠HDF＝∠ADC …… ㋒ ㋑，㋒より　∠EBC＝∠HDF …… ㋓ ㋐，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから △BCE∽△DFH		7	部分点を与える。
			(2)	①	$\frac{12}{5}$ cm	5	
				②	$\frac{25\sqrt{21}}{16}$ cm^2	5	
		問2	(3)	ア　イ　ウ　エ　オ		3	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
			(4)	①	$\frac{13}{3}$ cm	5	
				②	$\frac{52\sqrt{2}}{3}$ cm^3	5	

数-22-公-大阪(B)-KS-01

1　【計算分野】

問１　$18-(-4)^2\div 8=18-(-4)\times(-4)\times\frac{1}{8}=18-2=16$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問５　$(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2+\sqrt{27}=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2+3\sqrt{3}=6-4\sqrt{3}+2+3\sqrt{3}=8-\sqrt{3}$

数-22-公-大阪(B)-KS-02

2　【小問集合】

問１　$b=\frac{5a+4}{7}$　⇒　両辺を７倍して，$7b=5a+4$　⇒　両辺を交換して，$5a+4=7b$

⇒　４を移項して，$5a=7b-4$　⇒　両辺を$\frac{1}{5}$倍して，$a=\frac{7b-4}{5}$

問３　平均値は，$a=(2\times1+3\times4+4\times3+5\times2+6\times1+12\times1)\div12=4.5$(冊)

最頻値は，度数が最大の４である，$b=3$ 冊

12 人のデータにおける中央値は,データを小さい順に並べたときの６番目と７番目の値の平均値である。６番目と７番目の値は，どちらも４冊だから，$c=(4+4)\div2=4$(冊)

以上のことから，$b<c<a$ より，正しい選択肢は，**エ**である。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

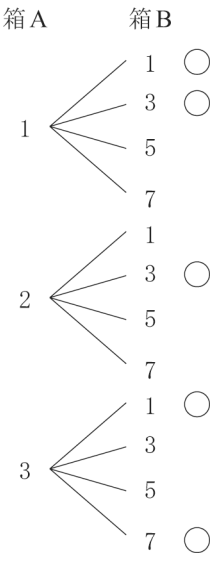
②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

問４　カードの取り出し方は，**図１**のような樹形図で表される。取り出した２枚のカードに書いてある数の和が 20 の約数であるのは，図の○印の場合だから，求める確率は，$\frac{5}{12}$

図１



ポイント》確率の求め方

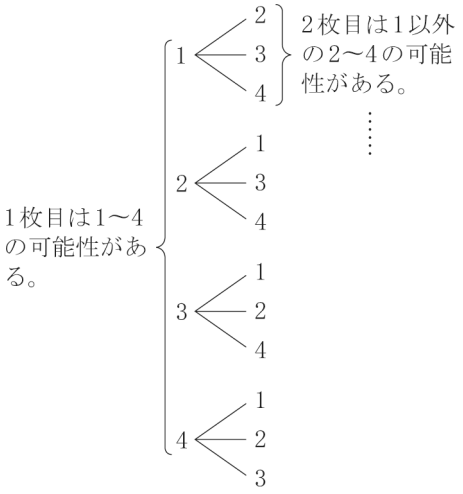
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問５　連続する三つの整数のうち最も小さい整数を n とすると，連続する三つの整数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)=3n+3$ と表される。よって，$3n+3=2022$　⇒　$n=673$

ポイント》連続する整数の表し方

・連続する 2 つの整数は，小さい方の整数を n とすると，n，$n+1$ と表せる。

・連続する 3 つの整数は，最も小さい整数を n とすると，n，$n+1$，$n+2$ と表せる。

・連続する 3 つの整数は，中央の整数を n とすると，$n-1$，n，$n+1$ と表せる。

問６　∠CAB と∠COB は$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$における円周角と中心角なので，円周角の定理より，

∠COB$=2$∠CAB$=2a°$

△OCD において，内角と外角の関係より，∠CDO＝∠COB－∠OCD$=(2a-b)°$

問７　$4<\sqrt{n}<5$ より，それぞれを 2 乗して，$16<n<25$

$\sqrt{6n}$の値が自然数であるから，n は整数 m を用いて

$n=6\times m^2$ と表される。$m=1$，2，3，…のとき，$n=6$，24，54，…となり，このうち $16<n<25$ を満たすのは $n=24$ のみである。

$n=24=2^3\times 3$ のとき，$\sqrt{6n}=\sqrt{2\times 3\times 2^3\times 3}=\sqrt{2^4\times 3^2}=\sqrt{(2^2\times 3)^2}=12$ より，条件に適している。

数-22-公-大阪(B)-KS-03

3　【関数の利用】

問１　(1)　**（ア）**　$x=4$ のとき，最も下にある**コーンＡ**に対して，3 回**コーンＡ**を重ねているため，その高さは，$y=320+15\times 3=365$

（イ）　$x=8$ のとき，最も下にある**コーンＡ**に対して，7 回**コーンＡ**を重ねているため，その高さは，$y=320+15\times 7=425$

(2)　(1) と同様に考えると，最も下にある**コーンＡ**に対して，$(x-1)$回**コーンＡ**を重ねたと考えればよいから，$y=320+15\times(x-1)$　⇒　$y=15x+305$

(3)　関数 $y=15x+305$ の式に，$y=620$ を代入すると，$620=15x+305$　⇒　$x=21$

問２　**コーンＡ**の個数 x と，積んだ**コーンＡ**の高さ y mm の関係式は，**問１**より，$y=15x+305$

同様にして，**コーンＢ**の個数 x と，積んだ**コーンＢ**の高さ y mm の関係式は，$y=150+10(x-1)$

⇒　$y=10x+140$

コーンＡの個数 s と，**コーンＢ**の個数 t の合計は 39 より，$s+t=39$ … ①

積んだ**コーンＡ**の高さと，積んだ**コーンＢ**の高さが等しいことから，$15s+305=10t+140$

⇒　整理して，$3s-2t=-33$ … ②

①，②を連立方程式として解くと，$s=9$，$t=30$

4 【平面図形】

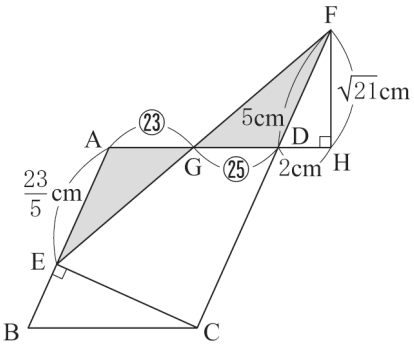
問1 (2) ① (1)より，△BCE∽△DFH だから，

BE : DH＝BC : DF

平行四辺形 ABCD の対辺は等しいから，AD＝BC＝6cm

より，BE : 2＝6 : 5 ⇒ $BE=\frac{12}{5}$cm

図1



② △DFH で，三平方の定理より，

$FH=\sqrt{FD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$(cm)

図1のように，AE // FD より，平行線と線分の比から，

$AG : DG=AE : FD=\left(7-\frac{12}{5}\right) : 5=23 : 25$ よって，

$DG=\frac{25}{23+25}AD=\frac{25}{48}\times 6=\frac{25}{8}$(cm)

したがって，$\triangle FGD=DG\times FH\times\frac{1}{2}=\frac{25}{8}\times\sqrt{21}\times\frac{1}{2}$

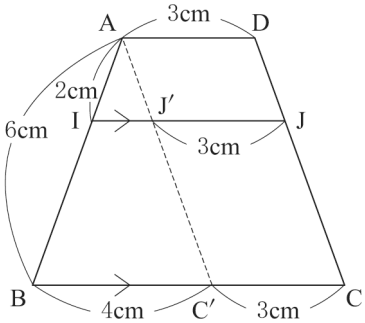
$=\frac{25\sqrt{21}}{16}$(cm^2)

問2 (3) 辺 AB は，辺 AD と点 A で交わり，辺 BC，辺 FG は，それぞれ辺 AD と平行である。

それに対して，辺 EF，辺 FB は，それぞれ辺 AD と交わらず，かつ，平行ではない。すなわち，ねじれの位置にある。よって，正しい選択肢は，**ウ**，**エ**である。

(4) ① **図2**のように，台形 ABCD で，DC // AC′となるような点 C′を辺 BC 上にとり，AC′と IJ の交点を J′とする。

図2



四角形 AC′CD は平行四辺形であるから，対辺は等しいので，

AD＝C′C＝3cm よって，BC′＝4cm

IJ′// BC′より，平行線と線分の比から，

IJ′ : BC′＝AI : AB ⇒ IJ′ : 4＝2 : 6 ⇒ $IJ'=\frac{4}{3}$cm

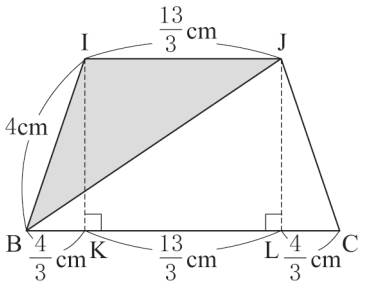
四角形 AJ′JD は平行四辺形であるから，対辺は等しいので，

AD＝J′J＝3cm よって，$IJ=\frac{4}{3}+3=\frac{13}{3}$(cm)

② 立体 IFBJ を，頂点が F，底面が△IBJ である三角すいとみなす。面 ABCD と辺 FB は垂直だから，立体 IFBJ の底面 IBJ と辺 FB も垂直である。すなわち，立体 IFBJ の高さは辺 FB の長さと等しい。

図3のように，台形 IBCJ で，点 I，J のそれぞれから，辺 BC に垂線 IK，JL をおろす。

図3



IJ＝KL＝$\frac{13}{3}$cm，BK＝CL より，

$BK=CL=\left(7-\frac{13}{3}\right)\div 2=\frac{4}{3}$(cm)

△IBK で，三平方の定理より，

$IK=\sqrt{IB^2-BK^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$(cm)

よって，$\triangle IBJ=IJ\times IK\times\frac{1}{2}=\frac{13}{3}\times\frac{8\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{52\sqrt{2}}{9}$(cm^2)

したがって，立体 IFBJ の体積は，$\triangle IBJ\times FB\times\frac{1}{3}=\frac{52\sqrt{2}}{9}\times 9\times\frac{1}{3}=\frac{52\sqrt{2}}{3}$(cm^3)