Ｒ４　大阪府（Ｃ）　公立　数学　問題

数-22-公-大阪(C)-問-01

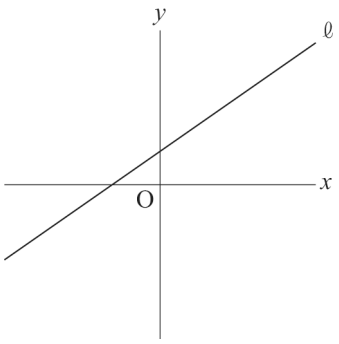
1　次の問いに答えなさい。

問１　$\dfrac{3a-b}{4}-\dfrac{a-2b}{6}$　を計算しなさい。

問２　方程式　$x-16y+10=5x-14=-8y$　を解きなさい。

問３　$x=\sqrt{15}+\sqrt{5}$，$y=\sqrt{15}-\sqrt{5}$のとき，x^2-y^2 の値を求めなさい。

問４　a，b を 0 でない定数とする。右図において，ℓは二元一次方程式 $ax+by=1$ のグラフを表す。次の**ア**～**エ**のうち，a，b について述べた文として正しいものを一つ選び，記号を○で囲みなさい。



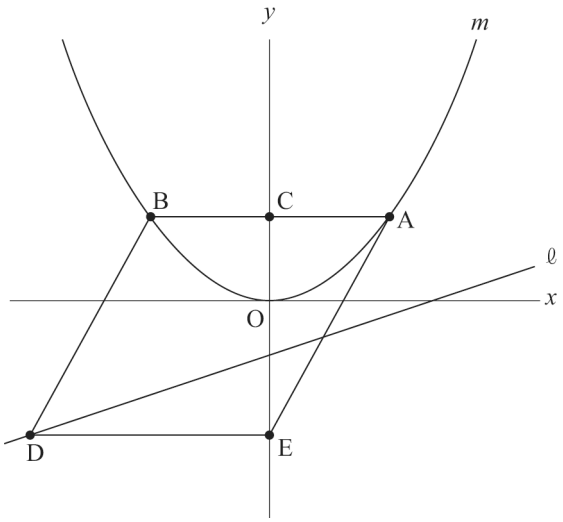
ア　a は正の数であり，b も正の数である。
イ　a は正の数であり，b は負の数である。
ウ　a は負の数であり，b は正の数である。
エ　a は負の数であり，b も負の数である。

問５　二つの箱 A，B がある。箱 A には偶数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{6}$ が入っており，箱 B には奇数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{9}$ が入っている。箱 A からカードを 2 枚，箱 B からカードを 1 枚同時に取り出し，取り出した 3 枚のカードそれぞれに書いてある数のうち，最も小さい数を a，2 番目に小さい数を b，最も大きい数を c とする。このとき$\dfrac{ac}{b}$ の値が自然数である確率はいくらですか。A，B それぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　S さんは，サッカー部員 32 人とバレーボール部員 20 人の立ち幅とびの記録をそれぞれ度数分布表にまとめ，度数および相対度数をそれぞれ比較した。215 cm 以上 220 cm 未満の階級の度数を比較すると，サッカー部員 32 人の記録の度数はバレーボール部員 20 人の記録の度数より 3 人多かった。また，215 cm 以上 220 cm 未満の階級の相対度数を比較すると，サッカー部員 32 人の記録の相対度数はバレーボール部員 20 人の記録の相対度数と同じであった。サッカー部員 32 人の記録における 215 cm 以上 220 cm 未満の階級の度数を求めなさい。

問７　m を 2 けたの自然数とする。m の十の位の数と一の位の数との和を n とするとき，$11n-2m$ の値が 50 以上であって 60 以下である m の値を**すべて**求めなさい。

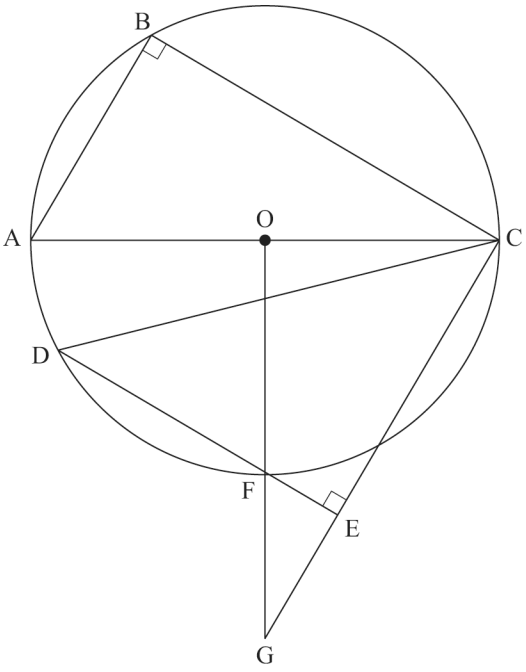
問８　右図において，m は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表し，ℓ は関数 $y=\frac{1}{3}x-1$ のグラフを表す。A，B は m 上の点であって，A の x 座標は正であり，B の x 座標は負である。A の y 座標と B の y 座標とは等しい。A の x 座標を t とし，$t>0$ とする。C は y 軸上の点であり，C の y 座標は A の y 座標と等しい。D は ℓ 上の点であり，その x 座標は負である。E は y 軸上の点であり，E の y 座標は D の y 座標と等しい。4 点 A，B，D，E を結んでできる四角形 ABDE は平行四辺形である。CE＝4 cm であるときの t の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように，途中の式を含めた求め方も書くこと。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0, 1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。



数-22-公-大阪(C)-問-02

2　右図において，△ABC は∠ABC＝90°の直角三角形であり，BA＝3 cm，BC＞BA である。点 O は，3 点 A，B，C を通る円の中心である。このとき，O は辺 AC の中点である。△DEC は∠DEC＝90°，ED＝EC の直角二等辺三角形であって，EC // AB であり，D は円 O の周上にあって直線 AC について B と反対側にある。F は，辺 ED と円 O との交点のうち D と異なる点である。G は，直線 OF と直線 CE との交点である。

円周率を π として，次の問いに答えなさい。



問１　AC＝a cm とするとき，円 O の面積を a を用いて表しなさい。

問２　△ABC∽△COG であることを証明しなさい。

問３　BC＝5 cm であるとき，

(1) 線分 OG の長さを求めなさい。

(2) 四角形 OFEC の面積を求めなさい。

数-22-公-大阪(C)-問-03

3　**図１**，**図２**において，立体 ABC－DEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。△ABC は，AB＝AC，CB＝8 cm の二等辺三角形である。△DEF は，DE＝DF＝10 cm，FE＝8 cm の二等辺三角形である。四角形 ADEB は AD // BE の台形であり，∠ADE＝∠DEB＝90°，AD＝3 cm，BE＝5 cm である。四角形 ADFC≡四角形 ADEB である。四角形 CFEB は長方形である。

次の問いに答えなさい。

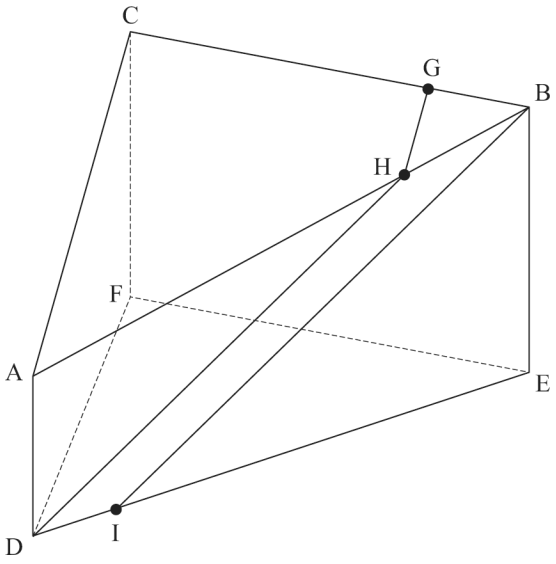
問１　**図１**において，G は辺 CB 上の点であり，CG＝6 cm である。H は，G を通り辺 AC に平行な直線と辺 AB との交点である。H と D とを結ぶ。I は，B を通り線分 DH に平行な直線と辺 DE との交点である。

(1) △DEF の面積を求めなさい。

(2) 線分 HB の長さを求めなさい。

(3) 線分 DI の長さを求めなさい。

図１

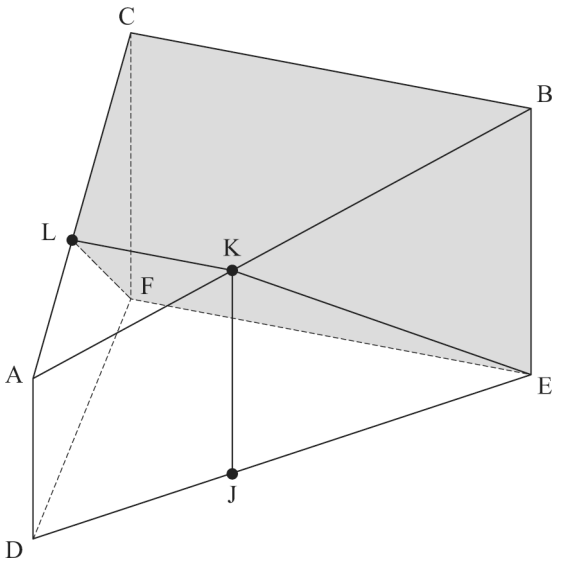


問２　**図２**において，J は辺 DE 上の点であり，DJ＝4 cm である。K は，J を通り辺 AD に平行な直線と辺 AB との交点である。K と E とを結ぶ。L は，K を通り辺 CB に平行な直線と辺 AC との交点である。L と F とを結ぶ。このとき，4 点 L，F，E，K は同じ平面上にある。

(1) 線分 LK の長さを求めなさい。

(2) 立体 KEB－LFC の体積を求めなさい。

図２



Ｒ４　大阪府（C）　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−大阪(C)−KY−01	1	問１			
		問２	$x=$　　，$y=$		
		問３			
		問４	ア　　イ　　ウ　　エ		
		問５			
		問６	人		
		問７			
		問８	〔求め方〕 t の値		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-大阪(C)-KY-02	2	問１		cm^2		
		問２		〔証　明〕		
		問３	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
数-22-公-大阪(C)-KY-03	3	問１	(1)	cm^2		
			(2)	cm		
			(3)	cm		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-大阪(C)-K-01	1	問１	$\dfrac{7a+b}{12}$	4	
		問２	$x=\dfrac{2}{3},\ y=\dfrac{4}{3}$	4	
		問３	$20\sqrt{3}$	5	
		問４	ア　　イ　　(ウ)　　エ	5	
		問５	$\dfrac{5}{9}$	6	
		問６	8　人	6	
		問７	17，28，39	6	
		問８	〔求め方〕 A は m 上の点だから　$\mathrm{A}\left(t,\ \dfrac{1}{3}t^2\right)$ よって　$\mathrm{B}\left(-t,\ \dfrac{1}{3}t^2\right),\ \mathrm{C}\left(0,\ \dfrac{1}{3}t^2\right)$ したがって　BA＝$2t$ (cm) 四角形 ABDE は平行四辺形だから　DE＝BA よって，D の x 座標は　$-2t$ D はℓ上の点だから　$\mathrm{D}\left(-2t,\ -\dfrac{2}{3}t-1\right)$ よって　$\mathrm{E}\left(0,\ -\dfrac{2}{3}t-1\right)$ したがって　$\mathrm{CE}=\dfrac{1}{3}t^2+\dfrac{2}{3}t+1$ (cm) CE＝4 cm だから $\dfrac{1}{3}t^2+\dfrac{2}{3}t+1=4$ これを解くと，$t>0$ より　$t=-1+\sqrt{10}$ t の値　$-1+\sqrt{10}$	8	部分点を与える。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-大阪(C)-K-02	2	問１	$\frac{1}{4}\pi a^2$　cm^2		4	
		問２	〔証　明〕 △ABC と△COG において EC // AB であり，平行線の錯角は等しいから ∠BAC＝∠OCG ……㋐ 仮定より　∠ABC＝90° ……㋑ △DEC は∠DEC＝90° の直角二等辺三角形だから ∠CDF＝45° ……㋒ 一つの弧に対する中心角の大きさは，その弧に対する円周角の大きさの 2 倍だから ∠COG＝2∠CDF ……㋓ ㋒，㋓より　∠COG＝90° ……㋔ ㋑，㋔より　∠ABC＝∠COG ……㋕ ㋐，㋕より，2 組の角がそれぞれ等しいから △ABC∽△COG		8	部分点を与える。
		問３	(1)	$\frac{5\sqrt{34}}{6}$　cm	4	
			(2)	$\frac{25}{4}$　cm^2	6	
数-22-公-大阪(C)-K-03	3	問１	(1)	$8\sqrt{21}$　cm^2	4	
			(2)	$\frac{\sqrt{26}}{2}$　cm	4	
			(3)	$\frac{5}{3}$　cm	6	
		問２	(1)	$\frac{16}{5}$　cm	4	
			(2)	$\frac{96\sqrt{21}}{5}$　cm^3	6	

数-22-公-大阪(C)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$\dfrac{3a-b}{4}-\dfrac{a-2b}{6}=\dfrac{3(3a-b)}{12}-\dfrac{2(a-2b)}{12}=\dfrac{3(3a-b)-2(a-2b)}{12}=\dfrac{9a-3b-2a+4b}{12}=\dfrac{7a+b}{12}$

問２　与えられた方程式を変形すると，連立方程式 $\begin{cases} x-16y+10=5x-14 \\ 5x-14=-8y \end{cases}$ となる。

これを解くと，$x=\dfrac{2}{3}$，$y=\dfrac{4}{3}$

問３　$x+y=(\sqrt{15}+\sqrt{5})+(\sqrt{15}-\sqrt{5})=2\sqrt{15}$，$x-y=(\sqrt{15}+\sqrt{5})-(\sqrt{15}-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$

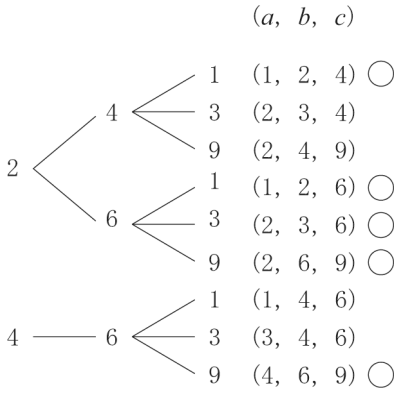
$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{15}\times 2\sqrt{5}=20\sqrt{3}$

問４　二元一次方程式 $ax+by=1$ を，y について解くと，$b\neq 0$ より，$y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{1}{b}$

切片$\dfrac{1}{b}$は正だから，b も正の数である。また，直線 ℓ は右上がりだから，傾き$-\dfrac{a}{b}$は正である。b が正の数であることから，a は負の数である。よって，正しい選択肢は，**ウ**である。

問５　カードの取り出し方は，**図１**のような樹形図で表され，それぞれの場合における$(a,\ b,\ c)$の値は，樹形図の右に付したとおりである。$\dfrac{ac}{b}$の値が自然数であるのは，図の○印の場合だから，求める確率は，$\dfrac{5}{9}$

図１



ポイント》確率の求め方

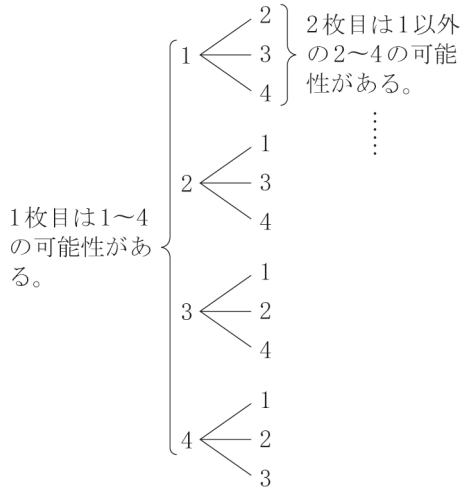
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを２つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：４枚のカード 1, 2, 3, 4 から２枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問６　サッカー部員 32 人の記録における 215cm 以上 220cm 未満の階級の度数を x 人とおくと，バレーボール部員 20 人の記録における同階級の度数は，$(x-3)$人と表される。また，サッカー部員 32 人の記録の相対度数は，$\frac{x}{32}$，バレーボール部員 20 人の記録の相対度数は，$\frac{x-3}{20}$であり，それらが等しいことから，方程式 $\frac{x}{32}=\frac{x-3}{20}$ を得る。これを解くと，$x=8$(人)

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

問７　m の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，$m=10a+b$，$n=a+b$ と表せる。

$11n-2m=11(a+b)-2(10a+b)=9b-9a=9(b-a)$より，この値が 50 以上であって 60 以下であるから，$b-a=6$ である。これを満たす a，b の値の組は，$(a,\ b)=(1,\ 7),\ (2,\ 8),\ (3,\ 9)$だから，

$m=17,\ 28,\ 39$

数-22-公-大阪(C)-KS-02

2　【平面図形】

問１　AC は円 O の直径だから，円 O の半径は，$\frac{1}{2}\mathrm{AC}=\frac{1}{2}a$(cm)

よって，円 O の面積は，$\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2=\frac{1}{4}\pi a^2$(cm^2)

問３　(1) △ABC で，三平方の定理より，$\mathrm{AC}=\sqrt{\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$(cm)

よって，$\mathrm{CO}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}=\frac{\sqrt{34}}{2}$(cm)

問２より，△ABC∽△COG だから，

$\mathrm{AB}:\mathrm{CO}=\mathrm{BC}:\mathrm{OG}\ \Rightarrow\ 3:\frac{\sqrt{34}}{2}=5:\mathrm{OG}\ \Rightarrow\ \mathrm{OG}=\frac{5\sqrt{34}}{6}$cm

(2) **問２**より，△ABC∽△COG だから，$\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{COG}=90°$

△COG で，三平方の定理より，$\mathrm{GC}=\sqrt{\mathrm{OG}^2+\mathrm{OC}^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{34}}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2}=\frac{17}{3}$(cm)

OF は円 O の半径だから，$\mathrm{OF}=\mathrm{CO}=\frac{\sqrt{34}}{2}$cm

$\mathrm{GF}=\mathrm{OG}-\mathrm{OF}=\frac{5\sqrt{34}}{6}-\frac{\sqrt{34}}{2}=\frac{\sqrt{34}}{3}$(cm)

図１のように，∠COG＝∠FEG＝90°，∠OGC＝∠EGF より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△OGC∽△EGF

よって，その相似比は，GC：GF＝$\frac{17}{3}$：$\frac{\sqrt{34}}{3}$＝$\sqrt{34}$：2 だから，面積比は，$(\sqrt{34})^2$：2^2＝17：2

したがって，△OGC：(四角形 OFEC)

＝△OGC：(△OGC－△EGF)

＝17：(17－2)＝17：15

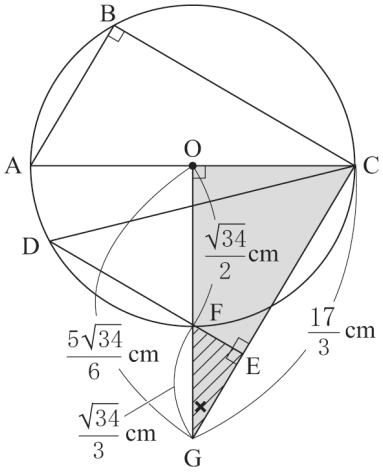
すなわち，(四角形 OFEC)＝$\frac{15}{17}$△OGC

ここで，△OGC＝$\frac{1}{2}\times OC\times OG=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{34}}{2}\times\frac{5\sqrt{34}}{6}$

＝$\frac{85}{12}$(cm^2)だから，

(四角形 OFEC)＝$\frac{15}{17}$△OGC＝$\frac{15}{17}\times\frac{85}{12}=\frac{25}{4}$(cm^2)

図１



数-22-公-大阪(C)-KS-03

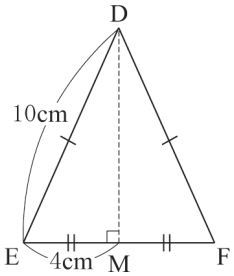
3 【空間図形】

問１ (1) **図１**のように，二等辺三角形 DEF の頂点 D から底辺 EF に垂線 DM をおろす。二等辺三角形の性質より，EM＝FM＝8÷2＝4(cm)

△DEM で，三平方の定理より，DM＝$\sqrt{DE^2-EM^2}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$(cm)

よって，△DEF＝$\frac{1}{2}\times EF\times DM=\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{21}=8\sqrt{21}$(cm^2)

図１



(2) **図２**のように，台形 ADEB で，点 A から辺 BE に垂線 AN をおろす。

四角形 ADEN は長方形だから，

AN＝DE＝10cm，AD＝NE＝3cm，

BN＝BE－NE＝5－3＝2(cm)

△BAN で，三平方の定理より，

AB＝$\sqrt{AN^2+BN^2}=\sqrt{10^2+2^2}=2\sqrt{26}$(cm)

また，**図３**のように，GH // CA より，平行線と線分の比から，

HB：AB＝GB：CB ⇒ HB：$2\sqrt{26}$＝2：8 ⇒ HB＝$\frac{\sqrt{26}}{2}$cm

図２

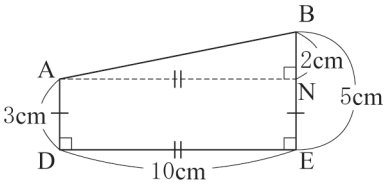
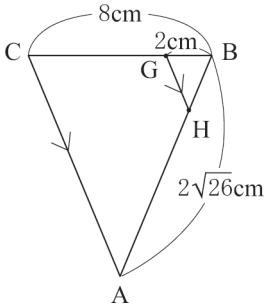


図３



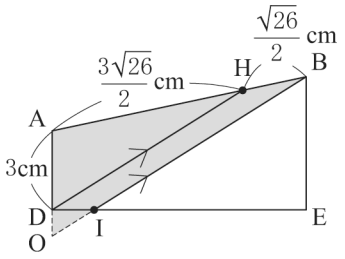
(3) **図４**のように，台形 ADEB で，線分 BI の延長と，線分 AD の延長との交点を O とする。

DH // OB より，平行線と線分の比から，

$AD : DO = AH : HB \quad \Rightarrow \quad 3 : DO = \left(2\sqrt{26} - \frac{\sqrt{26}}{2}\right) : \frac{\sqrt{26}}{2} = 3 : 1$

$\Rightarrow \quad DO = 1\text{cm}$

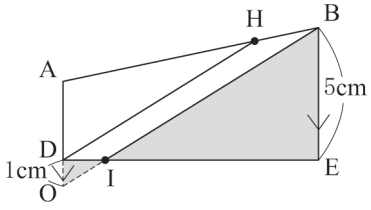
図４



また，**図５**のように，DO // BE より，平行線と線分の比から，

$DI : IE = DO : BE = 1 : 5 \quad \Rightarrow \quad DI = \frac{1}{1+5}DE = \frac{1}{6} \times 10 = \frac{5}{3}\text{(cm)}$

図５



問２　(1) 台形 ADEB で，AD // KJ // BE より，平行線と線分の比から，

$AK : AB = DJ : DE = 4 : 10 = 2 : 5$

また，△ABC で，LK // CB より，平行線と線分の比から，

$LK : CB = AK : AB \quad \Rightarrow \quad LK : 8 = 2 : 5 \quad \Rightarrow \quad LK = \frac{16}{5}\text{cm}$

(2) **図６**のように，底面が△DEF で，高さが BE である三角柱 PBC－DEF を考える。

三角柱 PBC－DEF の体積は，

$\triangle DEF \times BE = 8\sqrt{21} \times 5 = 40\sqrt{21}\text{(cm}^3\text{)}$

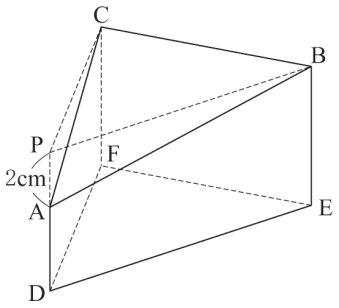
立体 A－PBC は，底面が△PBC で，高さが PA である三角すいであり，$\triangle PBC = \triangle DEF = 8\sqrt{21}\text{cm}^2$,

$PA = PD - AD = 5 - 3 = 2\text{(cm)}$

よって，三角すい A－PBC の体積は，

$\frac{1}{3} \times \triangle PBC \times PA = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{21} \times 2 = \frac{16\sqrt{21}}{3}\text{(cm}^3\text{)}$

図６



したがって，立体 ABC－DEF の体積は，

(三角柱 PBC－DEF)－(三角すい A－PBC)$= 40\sqrt{21} - \frac{16\sqrt{21}}{3} = \frac{104\sqrt{21}}{3}\text{(cm}^3\text{)}\cdots①$

次に，**図7**のように，線分 EK，FL，DA を延長させると，1 点で交わる。その交点を Q とすると，立体 Q－DEF は，底面が△DEF で，高さが QD である三角すいとなる。

図7

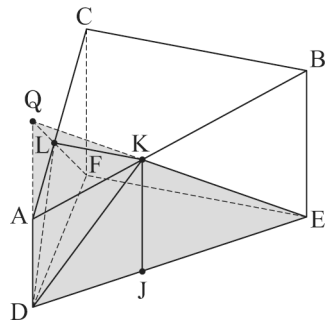


図8のように，AD // KJ // BE より，平行線と線分の比から，

AK : KB＝DJ : JE＝4 : 6＝2 : 3

QA // BE より，平行線と線分の比から，QA : BE＝AK : KB

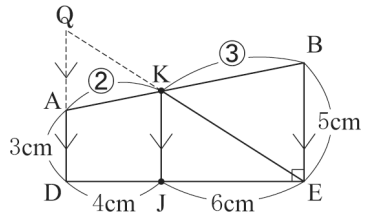
$\Rightarrow$　QA : 5＝2 : 3　$\Rightarrow$　$QA=\frac{10}{3}$cm

よって，$QD=QA+AD=\frac{10}{3}+3=\frac{19}{3}$(cm)より，

三角すい Q－DEF の体積は，

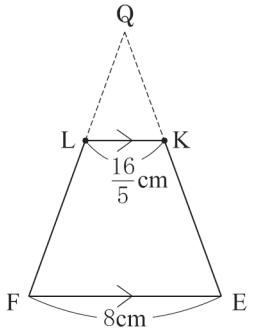
$\frac{1}{3}\times\triangle DEF\times QD=\frac{1}{3}\times 8\sqrt{21}\times\frac{19}{3}=\frac{152\sqrt{21}}{9}$(cm^3)…②

図8



次に，**図9**のように，△QFE で，LK // FE より，△QLK∽△QFE

図9



相似比は，$LK : FE=\frac{16}{5} : 8=2 : 5$ だから，面積比は，$2^2 : 5^2=4 : 25$

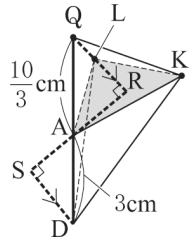
ここで，三角すい D－QLK と三角すい D－QFE は，高さが共通だから，体積比は底面積の比に等しい。

よって，体積比は，△QLK : △QFE＝4 : 25 だから，三角すい D－QLK の体積は，$\frac{4}{25}\times$(三角すい Q－DEF)$=\frac{4}{25}\times\frac{152\sqrt{21}}{9}=\frac{608\sqrt{21}}{225}$(cm^3)

さらに，三角すい D－QLK を，面 AKL で，三角すい Q－AKL と三角すい D－AKL に分けると，2 つの三角すいは，底面が共通だから，体積比は高さの比に等しい。

ここで，**図10**のように，三角すい Q－AKL の頂点 Q から底面 AKL に垂線 QR をおろし，三角すい D－AKL の頂点 D から底面 AKL の延長に垂線 DS をおろす。

図10



QR // SD より，平行線と線分の比から，$QR : SD=QA : AD=\frac{10}{3} : 3=10 : 9$

したがって，三角すい Q－AKL と三角すい D－AKL の体積比は，10 : 9 だから，三角すい Q－AKL の体積は，$\frac{10}{10+9}\times$(三角すい D－QLK)

$=\frac{10}{19}\times\frac{608\sqrt{21}}{225}=\frac{64\sqrt{21}}{45}$(cm^3)…③

ゆえに，立体 AKL－DEF の体積は，②－③より，

(三角すい Q－DEF)－(三角すい Q－AKL)$=\frac{152\sqrt{21}}{9}-\frac{64\sqrt{21}}{45}=\frac{232\sqrt{21}}{15}$(cm^3)…④

以上のことから，立体 KEB－LFC の体積は，①－④より，

(立体 ABC－DEF)－(立体 AKL－DEF)$=\frac{104\sqrt{21}}{3}-\frac{232\sqrt{21}}{15}=\frac{96\sqrt{21}}{5}$(cm^3)