R５　大阪府(Ｂ)　公立　数学　問題

数-23-公-大阪(B)-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$2\times(-3)-4^2$

問２　$5(2a+b)-4(a+3b)$

問３　$2a\times 9ab\div 6a^2$

問４　$(x+1)^2+x(x-2)$

問５　$(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})$

数-23-公-大阪(B)-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　$a=-6$，$b=5$ のとき，a^2-8b の値を求めなさい。

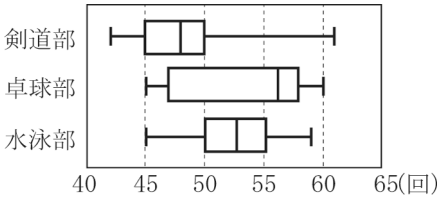
問２　二次方程式　$x^2-11x+18=0$　を解きなさい。

問３　n を自然数とするとき，$5-\dfrac{78}{n}$ の値が自然数となるような最も小さい n の値を求めなさい。

問４　関数 $y=\dfrac{10}{x}$ について，x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問5　二つの箱 A，B がある。箱 A には自然数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ が入っており，箱 B には奇数の書いてある 5 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$，$\boxed{7}$，$\boxed{9}$ が入っている。A，B それぞれの箱から同時にカードを 1 枚ずつ取り出し，箱 A から取り出したカードに書いてある数を a，箱 B から取り出したカードに書いてある数を b とする。このとき，$\dfrac{b}{a}$ の値が 1 より大きく 4 より小さい数になる確率はいくらですか。A，B それぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問6　ある中学校の剣道部，卓球部，水泳部の部員が反復横とびの測定を行った。右図は，その記録を箱ひげ図に表したものである。次の**ア**～**オ**のうち，右図からわかることとして正しいものはどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。



ア　三つの部の部員のうち，記録が 60 回以上の部員は 1 人だけである。

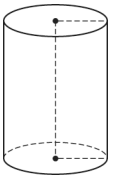
イ　剣道部の記録の四分位範囲と，水泳部の記録の四分位範囲は同じである。

ウ　三つの部のうち，記録の範囲が最も大きいのは卓球部である。

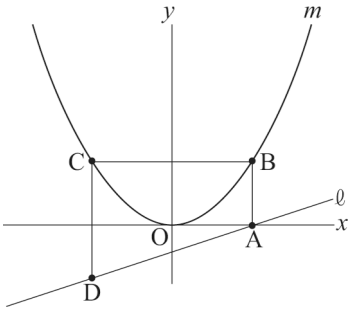
エ　第 1 四分位数が最も小さいのは，水泳部の記録である。

オ　卓球部では，半数以上の部員の記録が 55 回以上である。

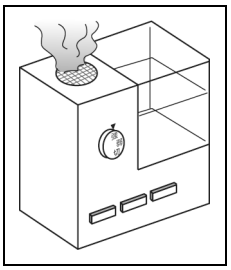
問7　右図の立体は，底面の半径が 4 cm，高さが a cm の円柱である。右図の円柱の表面積は 120π cm^2 である。a の値を求めなさい。



問8　右図において，m は関数 $y=ax^2$ (a は正の定数) のグラフを表し，ℓ は関数 $y=\dfrac{1}{3}x-1$ のグラフを表す。A は，ℓ と x 軸との交点である。B は，A を通り y 軸に平行な直線と m との交点である。C は，B を通り x 軸に平行な直線と m との交点のうち B と異なる点である。D は，C を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点である。四角形 ABCD の面積は 21 cm^2 である。a の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように，途中の式を含めた求め方も説明すること。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0，1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。



3 自宅で加湿器を利用しているDさんは，加湿器を使うと加湿器のタンクの水の量が一定の割合で減っていくことに興味をもち，「加湿器を使用した時間」と「タンクの水の量」との関係について考えることにした。Dさんの自宅の加湿器は，**強モード**，**弱モード**のどちらかのモードを選んで使うことができる。タンクには水が840 mL入っており，**強モード**で使用する場合「タンクの水の量」は毎分6 mLの割合で減り，**弱モード**で使用する場合「タンクの水の量」は毎分2 mLの割合で減る。



次の問いに答えなさい。

問1 Dさんは，加湿器を**強モード**で使用する場合について考えた。

初めの「タンクの水の量」は840 mLである。「加湿器を使用した時間」がx分のときの「タンクの水の量」をy mLとする。また，$0 \leqq x \leqq 140$とし，$x=0$のとき$y=840$であるとする。

(1) 次の表は，xとyとの関係を示した表の一部である。表中の**(ア)**，**(イ)**に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	0	･･･	1	･･･	3	･･･	9	･･･
y	840	･･･	834	･･･	**(ア)**	･･･	**(イ)**	･･･

(2) yをxの式で表しなさい。

(3) $y=450$となるときのxの値を求めなさい。

問2 Dさんは，タンクに水が840 mL入った状態から加湿器を使い始め，途中でモードを切りかえて使用した。

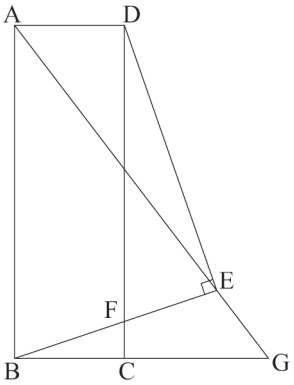
初めの「タンクの水の量」は840 mLである。加湿器を最初は**強モード**でs分間使用し，その後続けて**弱モード**に切りかえてt分間使用したところ，タンクの水はちょうどなくなった。加湿器を**強モード**で使用した時間と**弱モード**で使用した時間の合計は192分であった。s，tの値をそれぞれ求めなさい。ただし，モードの切りかえにかかる時間はないものとする。

4 次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1　**図1**において，四角形 ABCD は長方形であり，AB＞AD である。△ABE は AB＝AE の二等辺三角形であり，E は直線 DC について B と反対側にある。D と E とを結んでできる線分 DE は，辺 BE に垂直である。F は，辺 BE と辺 DC との交点である。G は，直線 AE と直線 BC との交点である。

次の問いに答えなさい。

図1



(1) △AED∽△GBE であることを証明しなさい。

(2) AB＝4 cm，BG＝3 cm であるとき，

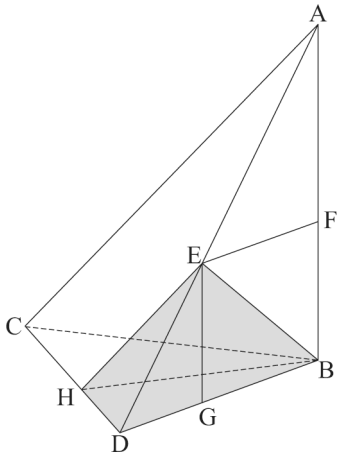
①　辺 AD の長さを求めなさい。

②　線分 FC の長さを求めなさい。

問2　**図2**において，立体 A－BCD は三角すいであり，直線 AB は平面 BCD と垂直である。△BCD は，1 辺の長さが 4 cm の正三角形である。AB＝6 cm である。E は，辺 AD 上にあって A，D と異なる点である。E と B とを結ぶ。F は，E を通り辺 DB に平行な直線と辺 AB との交点である。G は，E を通り辺 AB に平行な直線と辺 DB との交点である。H は，E を通り辺 AC に平行な直線と辺 CD との交点である。H と B とを結ぶ。

次の問いに答えなさい。

図2



(3) 次の**ア**～**エ**のうち，線分 EH とねじれの位置にある辺はどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア　辺 AB　　**イ**　辺 AC
ウ　辺 AD　　**エ**　辺 CD

(4) EF＝EG であるとき，

①　線分 EG の長さを求めなさい。

②　立体 EHDB の体積を求めなさい。

Ｒ５　大阪府(Ｂ)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-大阪(B)-N-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			
数-23-公-大阪(B)-N-02	2	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			
		問6	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
		問7			
		問8	〔求め方〕 a の値＿＿＿＿＿＿＿＿		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-大阪(B)-KY-03	3	問1	(1)	(ア)			
				(イ)			
			(2)	$y=$			
			(3)				
		問2	s の値　　，t の値				
数-23-公-大阪(B)-KY-04	4	問1	(1)	〔証　明〕			
			(2)	①	cm		
				②	cm		
		問2	(3)	ア　　イ　　ウ　　エ			
			(4)	①	cm		
				②	cm^3		

R５　大阪府(Ｂ)　公立　**数学　解答**

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-大阪(B)-K01	1	問1	-22	3	
		問2	$6a-7b$	3	
		問3	$3b$	3	
		問4	$2x^2+1$	3	
		問5	17	3	
数-23-公-大阪(B)-K02	2	問1	-4	3	
		問2	$x=2$，$x=9$	3	
		問3	26	3	
		問4	-2	3	
		問5	$\frac{7}{15}$	3	
		問6	ア　(イ)　ウ　エ　(オ)	4	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
		問7	11	4	
		問8	〔求め方〕 A は ℓ と x 軸との交点だから，A の x 座標を s とすると $\frac{1}{3}s-1=0$ これを解くと　$s=3$　だから　A(3，0) B は m 上の点だから　B(3，$9a$)　よって　BA$=9a$ (cm) C(-3，$9a$) だから　BC$=6$ (cm) D は ℓ 上の点だから　D(-3，-2) よって　CD$=9a+2$ (cm) 四角形 ABCD の面積は 21 cm^2 だから $\frac{1}{2}\times(18a+2)\times6=21$ これを解くと　$a=\frac{5}{18}$ ―――――― (＊) a の値　$\frac{5}{18}$	6	・部分点を与える。 ・(＊) において，「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号		解答			配点	備考
数-23-公-大阪(B)-K-03	3	問1	(1)	(ア)	822	3	
				(イ)	786	3	
			(2)	$y=-6x+840$		3	
			(3)	65		3	
		問2	s の値　114　，t の値　78			4	
数-23-公-大阪(B)-K-04	4	問1	(1)	〔証　明〕 △AED と△GBE において AD // BG であり，平行線の錯角は等しいから ∠DAE＝∠EGB …… ㋐ ∠AED＝∠DEB－∠AEB ＝90°－∠AEB …… ㋑ ∠GBE＝∠ABC－∠ABE ＝90°－∠ABE …… ㋒ △ABE は AB＝AE の二等辺三角形だから ∠AEB＝∠ABE …… ㋓ ㋑，㋒，㋓より　∠AED＝∠GBE …… ㋔ ㋐，㋔より，2 組の角がそれぞれ等しいから △AED∽△GBE		7	部分点を与える。
			(2)	①	$\frac{4}{3}$ cm	5	
				②	$\frac{4}{9}$ cm	5	
		問2	(3)	(ア)　イ　ウ　エ		3	
			(4)	①	$\frac{12}{5}$ cm	5	
				②	$\frac{32\sqrt{3}}{25}$ cm^3	5	

数-23-公-大阪(B)-KS-01

1　【計算分野】

問１　$2\times(-3)-4^2=2\times(-3)-4\times4=-6-16=-22$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　$(x+1)^2+x(x-2)=x^2+2x+1+x^2-2x=2x^2+1$

問５　$(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})=(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=20-3=17$

数-23-公-大阪(B)-KS-02

2　【小問集合】

問３　$5-\frac{78}{n}$ の値が自然数となるのは，$\frac{78}{n}$ の値が 5 より小さい自然数のときである。$\frac{78}{n}$ の値が自然数となるのは，n が 78 の約数のときだから，$n=1$，2，3，6，13，26，39，78　このうち，$\frac{78}{n}$ の値が 5 より小さくなるのは，$n=26$，39，78 のときだから，最も小さい n の値は $n=26$

問４　関数 $y=\frac{10}{x}$ について，$x=1$ のとき，$y=10$，$x=5$ のとき，$y=2$ だから，変化の割合は，

$\frac{2-10}{5-1}=-2$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[定義] 変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→ 変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

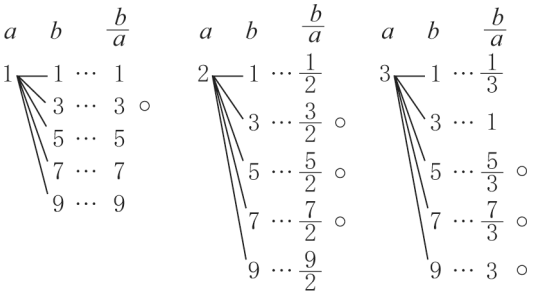
・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→ 変化の割合は区間により変化するため，[定義]を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問５　2 枚のカードの取り出し方(自然数 a，b の組み合わせ)を樹形図にし，それぞれの場合における $\frac{b}{a}$ の値をまとめると，**図１**のようになる。$\frac{b}{a}$ の値が 1 より大きく 4 より小さい数になるのは，○印の場合だから，求める確率は，$\frac{7}{15}$ である。

図１



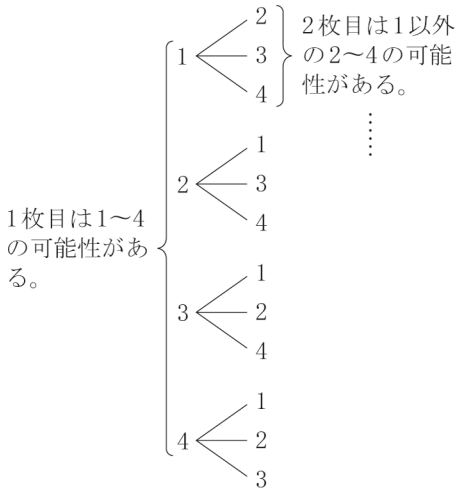
ポイント》確率の求め方

①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問6　**ア**　剣道部，卓球部の最大値はともに 60 回以上だから，記録が 60 回以上の部員は，それぞれ少なくとも 1 人はいるので，合わせて少なくとも 2 人はいる。よって，正しくない。

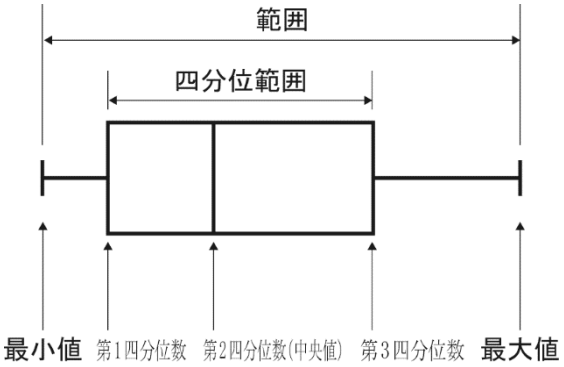
イ　箱ひげ図において，四分位範囲は箱の長さにあたるから，剣道部と水泳部の四分位範囲はともに 5 回である。よって，正しい。

ウ　箱ひげ図において，範囲はひげの端から端までの長さにあたるから，三つの部のうち，剣道部が最も大きい。よって，正しくない。

エ　箱ひげ図において，第 1 四分位数は箱の左端にあたるから，剣道部が最も小さい。よって，正しくない。

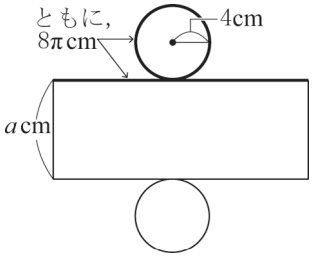
オ　箱ひげ図において，中央値は箱の仕切りにあたるから，卓球部の中央値は 55 回より大きい。よって，半数以上の部員の記録が 55 回以上だから，正しい。

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用
①　四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差
③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問7　円柱の底面は半径が 4cm の円だから，その面積は，
$\pi \times 4^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$
図2のように，円柱の側面は，たての長さが円柱の高さと等しく $a$cm，よこの長さが円柱の底面の円の円周と等しく $2\pi \times 4 = 8\pi$(cm) である長方形なので，その面積は，$a \times 8\pi = 8\pi a (\text{cm}^2)$
よって，円柱の表面積は，$16\pi \times 2 + 8\pi a = \pi(32 + 8a)(\text{cm}^2)$だから，
$\pi(32 + 8a) = 120\pi$ より，$a = 11$

図2



数-23-公-大阪(B)-KS-03

3　【関数の利用】

問1　**(1)**
(ア)　$x = 3$ のとき，タンクの水の量は $6 \times 3 = 18$(mL) だけ減る。よって，$y = 840 - 18 = 822$
(イ)　$x = 9$ のとき，タンクの水の量は $6 \times 9 = 54$(mL) だけ減る。よって，$y = 840 - 54 = 786$
(2)　**(1)**と同様に考えると，x 分後にタンクの水の量は $6x$mL だけ減る。よって，$y = 840 - 6x$
すなわち，$y = -6x + 840$
(3)　関数 $y = -6x + 840$ の式に，$y = 450$ を代入すると，$450 = -6x + 840$　　$x = 65$

問2　加湿器を**強モード**で s 分間，**弱モード**で t 分間使用して減った水の量から，$6s + 2t = 840$　…①
強モードで使用した時間と**弱モード**で使用した時間の合計から，$s + t = 192$　…②
①，②を連立方程式として解くことで，$s = 114$，$t = 78$

数-23-公-大阪(B)-KS-04

4　【平面図形，空間図形】

問1　**(2)**
①　△ABG で三平方の定理より，$\text{AG}^2 = \text{AB}^2 + \text{BG}^2 = 4^2 + 3^2 = 25$　　AG＞0 より，AG＝5cm
AB＝AE＝4cm より，GE＝AG－AE＝5－4＝1(cm)
(1)より，△AED∽△GBE だから，AD：GE＝AE：GB　　AD：1＝4：3　　$\text{AD} = \frac{4}{3}$cm

②　線分 AE，DF の交点を H とする。
$\text{BC} = \text{AD} = \frac{4}{3}$cm，$\text{CG} = \text{BG} - \text{BC} = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$(cm)
図1のように，HC // AB より，△ABG で平行線と線分の比から，
$\text{HC} : \text{AB} = \text{CG} : \text{BG} = \frac{5}{3} : 3 = 5 : 9$　…①
図1より，AH：HG＝(AG－HG)：HG＝(9－5)：5＝4：5
よって，$\text{HG} = \frac{5}{9}\text{AG} = \frac{5}{9} \times 5 = \frac{25}{9}$(cm)
$\text{HE} = \text{HG} - \text{EG} = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$(cm)

図1

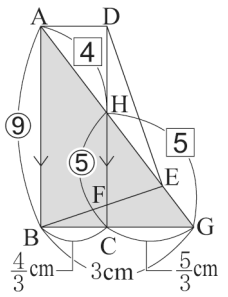
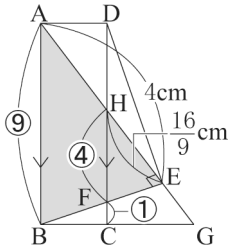


図2のように，HF // AB より，△ABE で平行線と線分の比から，
$\text{HF} : \text{AB} = \text{HE} : \text{AE} = \frac{16}{9} : 4 = 4 : 9$　…②
①，②より，FC：AB＝(HC－HF)：AB＝(5－4)：9＝1：9
よって，$\text{FC} = \frac{1}{9}\text{AB} = \frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9}$(cm)

図2



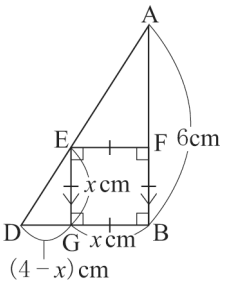
問2　**(3)**
ア　辺 AB は，線分 EH とそれぞれを延長しても交わらず，かつ，平行でもない。よって，ねじれの位置にある辺である。

イ　辺 AC は線分 EH と平行である。
ウ　辺 AD は線分 EH と点 E で交わっている。
エ　辺 CD は線分 EH と点 H で交わっている。
よって，**イ**，**ウ**，**エ**はすべて，線分 EH とねじれの位置にある辺ではない。

(4) ①　EF // DB，EG // AB より，四角形 EGBF は平行四辺形であり，∠FBG＝90°だから，長方形である。さらに，EF＝EG より，四角形 EGBF は正方形である。

図4のように，EG＝$x$cm とすると，GB＝x cm だから，DG＝4－x(cm)
EG // AB より，△ADB で平行線と線分の比から，DG：DB＝EG：AB
$(4-x):4=x:6$　　$4x=6(4-x)$　　$x=\frac{12}{5}$ cm　よって，EG＝$\frac{12}{5}$ cm

図4



②　**図5**のように，正三角形 BCD の頂点 B から辺 CD に垂線 BI をおろすと，△BCI は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，
BC：BI＝2：$\sqrt{3}$ より，BI＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$ BC＝$\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)
よって，△BCD＝CD×BI×$\frac{1}{2}=4\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$ (cm^2)

図5

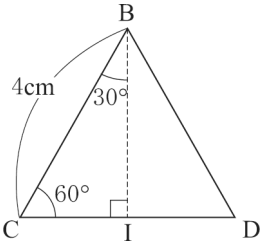


図6のように，EG // AB より，△ADB で平行線と線分の比から，
DE：DA＝EG：AB＝$\frac{12}{5}$：6＝2：5

図6

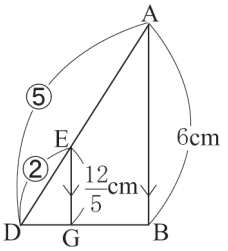


図7のように，EH // AC より，△ACD で平行線と線分の比から，
DH：DC＝DE：DA＝2：5
よって，△BHD＝$\frac{DH}{DC}\times$△BCD＝$\frac{2}{5}\times4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{5}$ (cm^2)
したがって，立体 EHDB の体積は，
△BHD×EG×$\frac{1}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{5}\times\frac{12}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{32\sqrt{3}}{25}$ (cm^3)

図7

