Ｒ６　大阪府（Ｂ）　公立　数学　問題

数-24-公-大阪(B)-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$(-1)^2-2\times3$

問２　$3(x-9y)+4(x+7y)$

問３　$2b\times6a^2\div(-4a)$

問４　$(x+3)(x-3)-x(x-2)$

問５　$(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2$

数-24-公-大阪(B)-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　$a=-3$，$b=4$ のとき，$8a+b^2$ の値を求めなさい。

問２　a を負の数とし，b を正の数とする。次の**ア**～**エ**の式のうち，その値がつねに正になるものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

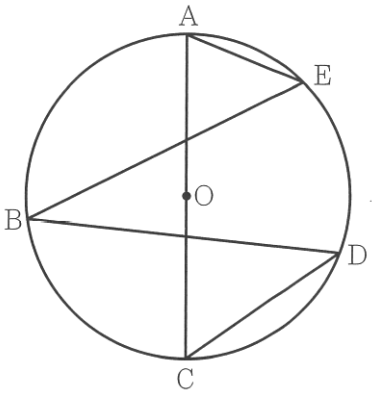
ア　ab　　**イ**　$a+b$　　**ウ**　$-a+b$　　**エ**　$a-b$

問３　二次方程式　$x^2-7x+5=0$　を解きなさい。

問４　n を自然数とする。$\sqrt{44n}$ の値が自然数となる最も小さい n の値を求めなさい。

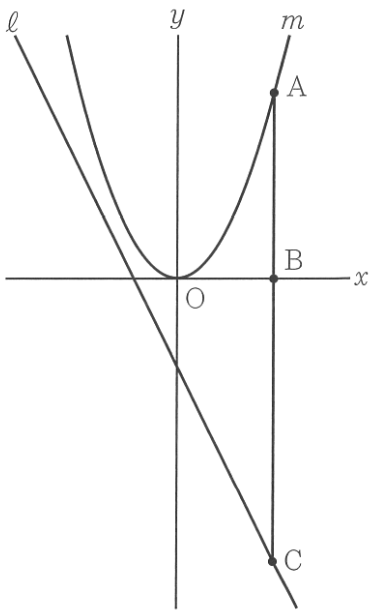
問５　2 から 6 までの自然数が書いてある 5 枚のカード $\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$ が箱に入っている。この箱から 2 枚のカードを同時に取り出し，取り出した 2 枚のカードに書いてある数の和を a，積を b とするとき，$b-a$ の値が偶数である確率はいくらですか。どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　右の図において，A，B，C，D，E は円 O の周上の異なる 5 点であり，この順に左回りに並んでいる。線分 AC は，円 O の直径である。A と E，B と E，B と D，C と D とをそれぞれ結ぶ。鋭角∠AEB の大きさを $a°$ とするとき，鋭角∠BDC の大きさを a を用いて表しなさい。

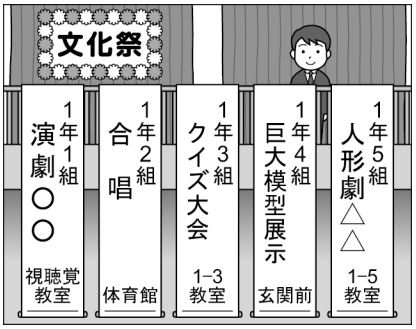


問７　袋の中に赤色のビー玉だけがたくさん入っている。この袋に青色のビー玉を 80 個加えてよくかき混ぜた後，30 個のビー玉を無作為に抽出したところ，4 個が青色のビー玉であった。標本調査の考え方を用いると，袋の中には初めおよそ何個の赤色のビー玉が入っていたと推定できますか。

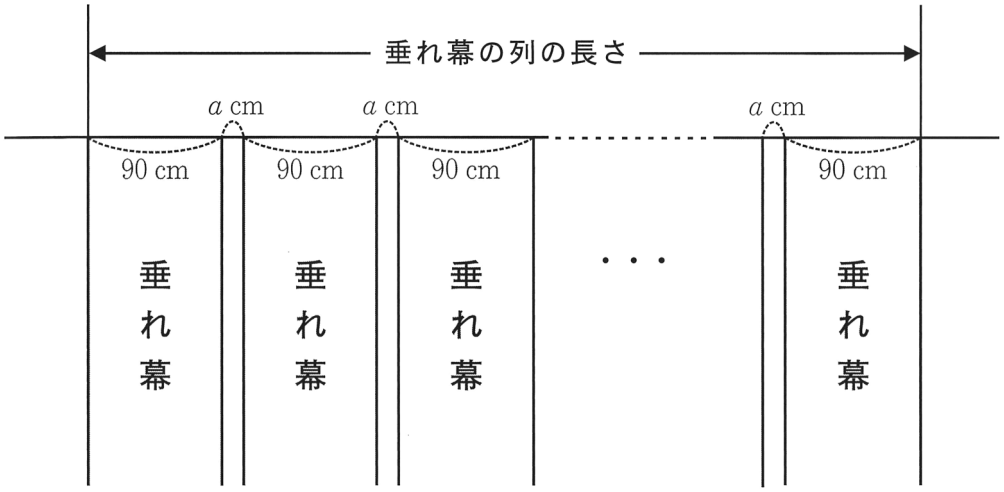
問８　右の図において，m は関数 $y=\frac{7}{4}x^2$ のグラフを表し，ℓ は関数 $y=-2x-1$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は正である。A の x 座標を t とし，$t>0$ とする。B は，A を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点である。C は，直線 AB と ℓ との交点である。線分 BC の長さが線分 AB の長さより 1 cm 長いときの t の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように，途中の式を含めた求め方も説明すること。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0，1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。



3 Uさんの学校の文化祭では，各クラスの企画を紹介する垂れ幕を作って体育館に飾ることになった。生徒会の委員であるUさんは，垂れ幕の枚数と垂れ幕の列の長さとの関係について考えてみた。下の図は，同じ幅の垂れ幕を等間隔で飾ったときのようすを表す模式図である。垂れ幕1枚の幅はすべて90 cmであり，垂れ幕どうしの間隔はすべて a cmである。「垂れ幕の枚数」が x 枚のときの「垂れ幕の列の長さ」を y cmとする。$x=1$ のとき $y=90$ であるとし，x の値が1増えるごとに y の値は $(a+90)$ ずつ増えるものとする。



次の問いに答えなさい。



問1 Uさんは，$a=15$ である場合について考えた。

(1) 次の表は，x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア)，(イ)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	⋯	4	⋯	7	⋯
y	90	195	⋯	(ア)	⋯	(イ)	⋯

(2) x を自然数として，y を x の式で表しなさい。

(3) $y=2085$ となるときの x の値を求めなさい。

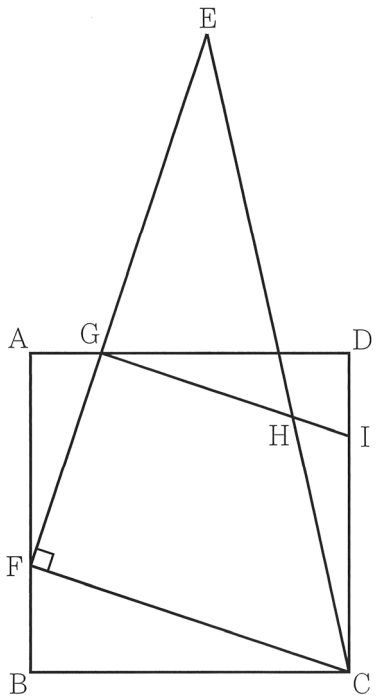
問2 Uさんは，21枚の垂れ幕を等間隔で飾ったときに，垂れ幕の列の長さが2130 cmになるようにしようと考えた。$x=21$ のとき $y=2130$ となる a の値を求めなさい。

4 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**において，四角形 ABCD は１辺の長さが 9 cm の正方形である。△EFC は∠EFC＝90° の直角三角形であり，EF＞FC である。F は，辺 AB 上にあって A，B と異なる。G は，辺 EF と辺 AD との交点である。辺 EC は，辺 AD と交わっている。H は，G を通り辺 FC に平行な直線と辺 EC との交点である。I は，直線 GH と辺 DC との交点である。

次の問いに答えなさい。

図１



(1) △GAF∽△FBC であることを証明しなさい。

(2) FB＝3 cm，EF：FC＝5：3 であるとき，

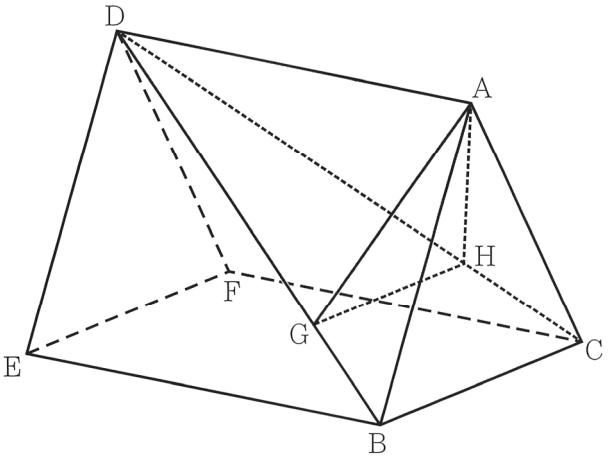
① 線分 GF の長さを求めなさい。

② 線分 HI の長さを求めなさい。

問２　**図２**において，立体 ABC－DEF は三角柱である。△ABC は，AB＝AC＝5 cm の二等辺三角形である。△DEF≡△ABC である。四角形 DEBA，FEBC，DFCA は長方形であり，AD＝6 cm である。D と B，D と C とをそれぞれ結ぶ。G は，線分 DB 上の点である。H は，G を通り辺 BC に平行な直線と線分 DC との交点である。A と G，A と H とをそれぞれ結ぶ。

次の問いに答えなさい。

図２



(3) 次の**ア**～**オ**のうち，辺 AB とねじれの位置にある辺はどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。

ア　辺 AD　　**イ**　辺 DE　　**ウ**　辺 EF　　**エ**　辺 CF　　**オ**　辺 AC

(4) BC＝4 cm，GH＝3 cm であるとき，

① △ABC の面積を求めなさい。

② 立体 ADGH の体積を求めなさい。

Ｒ６　大阪府（Ｂ）　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-大阪（B）-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
数-24-公-大阪（B）-KY-02	2	問１			
		問２	ア　　イ　　ウ　　エ		
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	度		
		問７	個		
		問８	〔求め方〕 t の値＿＿＿＿＿＿		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-大阪(Ⅲ)-KY-03	3	問１	(1)	(ア)			
				(イ)			
			(2)	$y=$			
			(3)				
		問２					
数-24-公-大阪(Ⅲ)-KY-04	4	問１	(1)	〔証　明〕			
			(2)	①	cm		
				②	cm		
		問２	(3)	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ			
			(4)	①	cm^2		
				②	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-大阪(B)-大-01	1	問１	-5	3	
		問２	$7x+y$	3	
		問３	$-3ab$	3	
		問４	$2x-9$	3	
		問５	$15+4\sqrt{14}$	3	
数-24-公-大阪(B)-大-02	2	問１	-8	3	
		問２	ア　　イ　　(ウ)　　エ	3	
		問３	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{2}$	3	
		問４	11	3	
		問５	$\dfrac{3}{10}$	3	
		問６	$90-a$　度	4	
		問７	520　個	4	
		問８	〔求め方〕 A は m 上の点だから　$\mathrm{A}\left(t,\ \dfrac{7}{4}t^2\right)$ よって　$\mathrm{AB}=\dfrac{7}{4}t^2$ (cm) C は ℓ 上の点だから　$\mathrm{C}(t,\ -2t-1)$ よって　$\mathrm{BC}=2t+1$ (cm) 線分 BC の長さは線分 AB の長さより 1 cm 長いから $2t+1=\dfrac{7}{4}t^2+1$ これを解くと，$t>0$ より　$t=\dfrac{8}{7}$ t の値　$\dfrac{8}{7}$	6	部分点を与える。

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-大阪(B)-K-03	3	問1	(1)	(ア)	405	3	
				(イ)	720	3	
			(2)	$y=105x-15$		3	
			(3)	20		3	
		問2	12			4	
数-24-公-大阪(B)-K-04	4	問1	(1)	〔証　明〕 △GAF と△FBC において 四角形 ABCD は正方形だから ∠GAF＝∠FBC＝90° …… ㋐ ∠EFC＝90° だから ∠AFG＝180°－∠EFC－∠CFB ＝90°－∠CFB …… ㋑ ∠BCF＝180°－∠FBC－∠CFB ＝90°－∠CFB …… ㋒ ㋑，㋒より　∠AFG＝∠BCF …… ㋓ ㋐，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから △GAF∽△FBC		7	部分点を与える。
			(2)	①	$2\sqrt{10}$ cm	5	
				②	$\frac{8\sqrt{10}}{15}$ cm	5	
		問2	(3)	ア　イ　ウ　エ　オ		3	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
			(4)	①	$2\sqrt{21}$ cm^2	5	
				②	$\frac{9\sqrt{21}}{4}$ cm^3	5	

数-24-公-大阪(B)-KS-01

1　【計算分野】

問１　$(-1)^2-2\times3=(-1)\times(-1)-2\times3=1-6=-5$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　$(x+3)(x-3)-x(x-2)=x^2-9-x^2+2x=2x-9$

問５　$(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{7}\times2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2=7+4\sqrt{14}+8=15+4\sqrt{14}$

数-24-公-大阪(B)-KS-02

2　【小問集合】

問１　$8a+b^2=8\times(-3)+4^2=-24+16=-8$

問２　**ア**　ab は，負の数と正の数の積だから，つねに負である。

イ　$(a,\ b)=(-1,\ 2)$のとき，$a+b=1$，$(a,\ b)=(-1,\ 1)$のとき，$a+b=0$，$(a,\ b)=(-2,\ 1)$のとき，$a+b=-1$ のように，$a+b$ の符号は，a，b の値によって変わる。

ウ　$-a$ は正の数だから，２つの正の数 $-a$ と b の和 $-a+b$ は，つねに正になる。

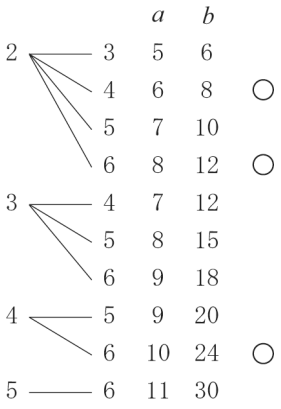
エ　$-b$ は負の数だから，２つの負の数 a と $-b$ の和 $a+(-b)=a-b$ は，つねに負になる。

問３　二次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

問４　$\sqrt{44n}=\sqrt{2^2\times11\times n}$ より，$n=11$ のとき，$\sqrt{44n}=\sqrt{2^2\times11^2}=22$ となり，この n の値が最小である。

問５　取り出した２枚のカードに書いてある数の組み合わせの総数は，**図１**の樹形図より 10 通りである。なお，それぞれの場合における a，b の値も樹形図に示してある。全 10 通りのうち，$b-a$ の値が偶数であるのは，○印の３通りだから，求める確率は，$\dfrac{3}{10}$ である。

図１



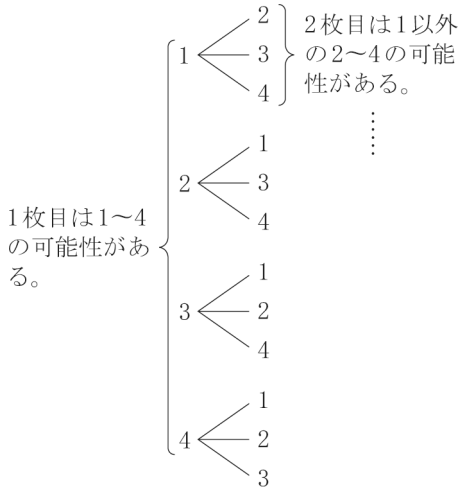
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを２つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問６　線分 AD をひく。円周角の定理より，∠ADB＝∠AEB＝a°，線分 AC が直径だから，∠ADC＝90°
よって，∠BDC＝∠ADC－∠ADB＝90－a(度)

問７　青色のビー玉を 80 個加えたあとの，袋の中に入っていたすべてのビー玉の個数を x 個とする。
すべてのビー玉 x 個のうち，80 個は青色なので，母集団と青色のビー玉の個数の比は x：80 …①
また，無作為に取り出したビー玉 30 個のうち，4 個が青色だったので，標本と青色のビー玉の個数の比は 30：4＝15：2 …②
①，②の比が等しいと考えると，x：80＝15：2 より，x＝600　　よって，最初に袋の中に入っていた赤色のビー玉の個数は，およそ 600－80＝520(個) と推定できる。

数-24-公-大阪(B)-KS-03

3　【関数の利用】

問１　a＝15 のとき，x の値が 1 増えるごとに y の値は a＋90＝15＋90＝105 ずつ増える。
(1)　**(ア)**　x＝4 のとき，垂れ幕の列の長さは 90 cm から 105×3＝315(cm) だけ増える。
よって，y＝90＋315＝405
(イ)　x＝7 のとき，垂れ幕の列の長さは 90 cm から 105×6＝630(cm) だけ増える。
よって，y＝90＋630＝720
(2)　(1) と同様に考えると，垂れ幕の列の長さは 90 cm から 105(x－1) cm だけ増える。
よって，y＝90＋105(x－1)＝105x－15
(3)　関数 y＝105x－15 に，y＝2085 を代入すると，2085＝105x－15　　x＝20

問２　x の値が 1 増えるごとに y の値は a＋90 ずつ増えるから，y＝90＋(a＋90)(x－1)＝(a＋90)x－a
ここに，x＝21，y＝2130 を代入すると，2130＝(a＋90)×21－a　　これを解くと，a＝12

数-24-公-大阪(B)-KS-04

4　【平面図形】

問１　(2)
①　△FBC で三平方の定理より，$FC^2=FB^2+BC^2=3^2+9^2=90$　　FC＞0 より，FC＝$3\sqrt{10}$ cm
(1) より，△GAF∽△FBC であり，AF＝AB－FB＝9－3＝6(cm) だから，GF：FC＝AF：BC
GF：$3\sqrt{10}$＝6：9　　GF＝$2\sqrt{10}$(cm)
②　△GAF∽△FBC より，GA：FB＝AF：BC　　GA：3＝6：9　　GA＝2(cm)
よって，DG＝AD－GA＝9－2＝7(cm)
ここで，△IDG と△FBC で，∠IDG＝∠FBC＝90°　…①
GI // FC より，同位角は等しいから，∠DIG＝∠ICF　…②
FB // IC より，錯角は等しいから，∠ICF＝∠BFC　…③
②，③より，∠DIG＝∠BFC　…④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△IDG∽△FBC

よって，IG：FC＝DG：BC　　IG：$3\sqrt{10}=7:9$　　IG＝$\frac{7\sqrt{10}}{3}$(cm)

EF：FC＝5：3 より，EF＝$\frac{5}{3}$FC＝$\frac{5}{3}\times3\sqrt{10}=5\sqrt{10}$(cm)

よって，EG＝EF－GF＝$5\sqrt{10}-2\sqrt{10}=3\sqrt{10}$(cm) より，EG：EF＝$3\sqrt{10}:5\sqrt{10}=3:5$

GH // FC より，平行線と線分の比の性質から，GH：FC＝EG：EF　　GH：$3\sqrt{10}=3:5$

GH＝$\frac{9\sqrt{10}}{5}$(cm)

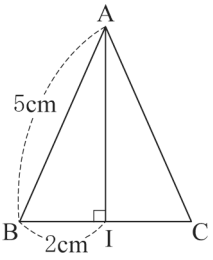
したがって，HI＝IG－GH＝$\frac{7\sqrt{10}}{3}-\frac{9\sqrt{10}}{5}=\frac{8\sqrt{10}}{15}$(cm)

問２　(3) **ア**，**オ**はともに辺 AB と交わる辺であり，**イ**は辺 AB と平行な辺である。よって，辺 AB と交わらず，かつ平行でない辺は，**ウ**，**エ**である。これが辺 AB とねじれの位置にある辺である。

(4) ①　**図１**のように，二等辺三角形 ABC の頂点 A から底辺 BC に垂線 AI をおろすと，BI＝$\frac{1}{2}$BC＝2(cm) である。よって，△ABI で三平方の定理より，$AI^2=AB^2-BI^2=5^2-2^2=21$　　AI＞0 より，AI＝$\sqrt{21}$ (cm)

したがって，△ABC＝BC×AI×$\frac{1}{2}=4\times\sqrt{21}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{21}$ (cm^2)

図１



②　立体 ADBC の体積は，△ABC×AD×$\frac{1}{3}=2\sqrt{21}\times6\times\frac{1}{3}=4\sqrt{21}$($cm^3$) である。

GH // BC より，△DGH∽△DBC であり，その相似比は GH：BC＝3：4 だから，

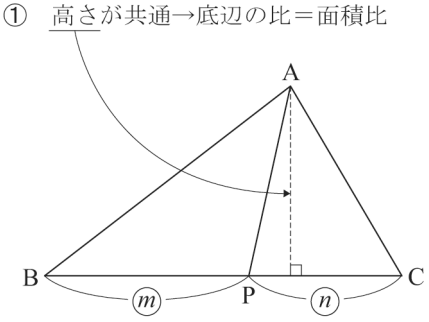
△DGH：△DBC＝$3^2:4^2=9:16$ である。

ここで，△DGH と△DBC は同じ平面上にあるから，立体 ADGH，立体 ADBC でそれぞれの底面を△DGH，△DBC としたときの高さは等しい。よって，2 つの立体の体積の比は，底面の面積の比△DGH：△DBC＝9：16 に等しくなるから，(立体 ADGH)：(立体 ADBC)＝9：16 より，

(立体 ADGH)＝$\frac{9}{16}\times$(立体 ADBC)＝$\frac{9}{16}\times4\sqrt{21}=\frac{9\sqrt{21}}{4}$($cm^3$)

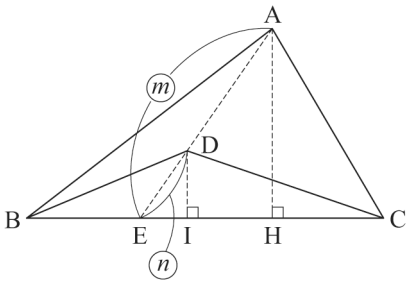
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

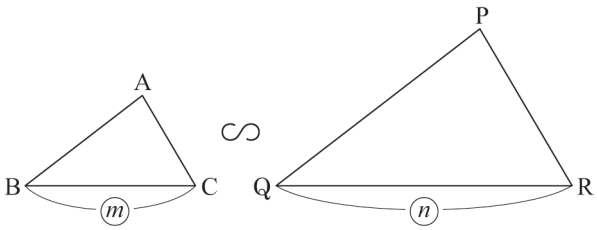
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2