R７　大阪府(Ｃ)　公立　数学　問題

数-25-公-大阪(C)-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$x=2-\sqrt{2}$ のとき，x^2-4x+6 の値を求めなさい。

問２　$(3x+y)^2-3x-y-2$　を因数分解しなさい。

問３　a，b を定数とする。x，y の連立方程式 $\begin{cases} x+ay=4-2b \\ bx+y=2a \end{cases}$ の解が $x=5$，$y=-1$ であるとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

問４　n を自然数とする。$2\sqrt{n}<\sqrt{x}<3\sqrt{n}$　を満たす自然数 x の個数を n を用いて表しなさい。

問５　a，b を定数とし，$a<b$，$c=a+3$，$d=b+3$ とする。関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，次の二つの条件を同時に満たす a，b の値をそれぞれ求めなさい。

・x の変域が $a \leqq x \leqq b$ のときの y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ である。

・x の変域が $c \leqq x \leqq d$ のときの y の変域は $0 \leqq y \leqq 8$ である。

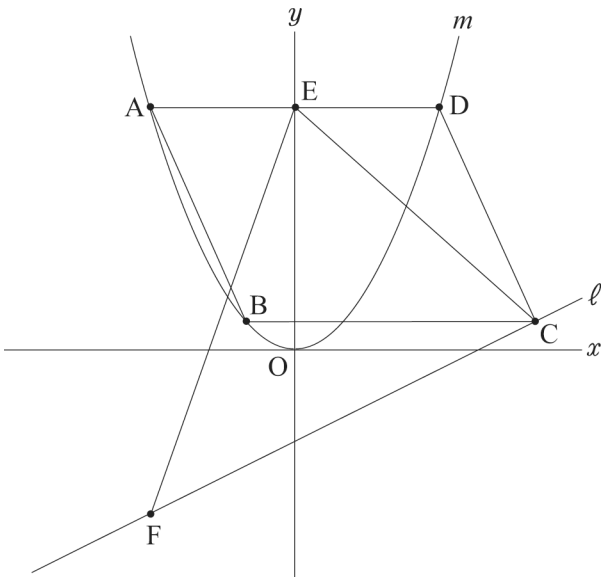
問６　A，B 二つのさいころを同時に投げ，A のさいころの出る目の数を a，B のさいころの出る目の数を b とし，$c=2a+b$ とする。このとき，$\frac{2025}{c}$ の値が自然数である確率はいくらですか。1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問７　n を 2 けたの自然数とする。次の二つの条件を同時に満たす n の値を**すべて**求めなさい。

・n の一の位の数は，n^2 の一の位の数と同じである。

・n の十の位の数は，$70n$ の十の位の数より 3 大きい。

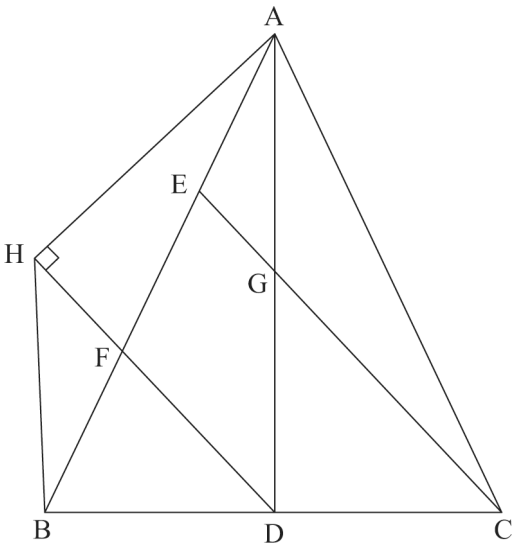
問8　右の図において，m は関数 $y=ax^2$ (a は正の定数) のグラフを表す。四角形 ABCD は平行四辺形であり，A，B，D は m 上にある。辺 AD は x 軸に平行であって，A の x 座標は -3 であり，B の x 座標は -1 である。E は，辺 AD と y 軸との交点である。E と C とを結ぶ。ℓ は，C を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線である。F は ℓ 上の点であり，F の x 座標は A の x 座標と等しい。E と F とを結ぶ。四角形 ABCD の面積と△EFC の面積は等しい。a の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように，途中の式を含めた求め方も説明すること。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0，1) までの距離はそれぞれ 1 cm であるとする。



数-25-公-大阪(C)-問-02

2　右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形である。D は，△ABC の頂角∠BAC の二等分線と辺 BC との交点である。E，F は辺 AB 上にあって A，B と異なる点であり，AE＝EF＝FB である。C と E とを結ぶ。G は，線分 EC と線分 AD との交点である。H は，A から直線 FD にひいた垂線と直線 FD との交点である。H は，直線 AB について C と反対側にある。H と B とを結ぶ。

次の問いに答えなさい。



問1　△ABC の内角∠BAC の大きさを $a°$ とするとき，△ABC の頂点 C における外角の大きさを a を用いて表しなさい。

問2　△AHD∽△CDG であることを証明しなさい。

問3　AB＝7 cm，BC＝6 cm であるとき，

(1) 線分 GC の長さを求めなさい。

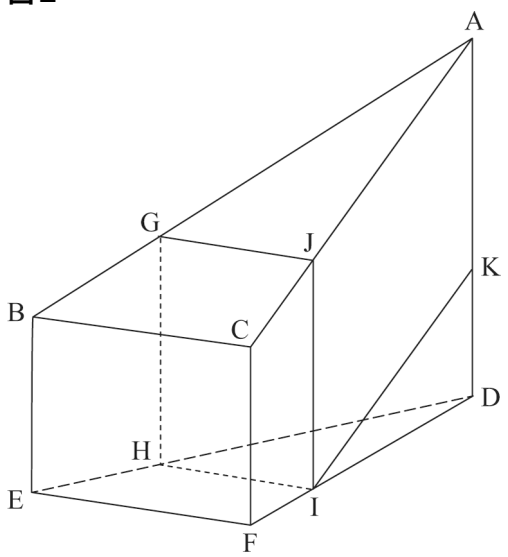
(2) △AHB の面積を求めなさい。

3 **図1**，**図2**において，立体 ABC－DEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。△DEF は∠DFE＝90°の直角三角形であり，DF＝5 cm，EF＝4 cm である。四角形 BEFC は長方形であり，BE＝3 cm である。四角形 CFDA は CF // AD の台形であり，∠CFD＝∠ADF＝90°，AD＝6 cm である。四角形 BEDA は BE // AD の台形であり，∠BED＝∠ADE＝90°である。このとき，△ABC は∠ACB＝90°の直角三角形である。

次の問いに答えなさい。

問1 **図1**において，四角形 GHIJ は長方形であり，G，H，I，J はそれぞれ辺 AB，DE，DF，AC 上にある。このとき，GH // BE，GJ // BC である。K は，I を通り辺 AC に平行な直線と辺 AD との交点である。

図1



(1) 次の**ア**～**オ**のうち，辺 AB とねじれの位置にある辺はどれですか。**すべて**選び，記号を○で囲みなさい。

ア 辺 AD　　**イ** 辺 DF　　**ウ** 辺 DE

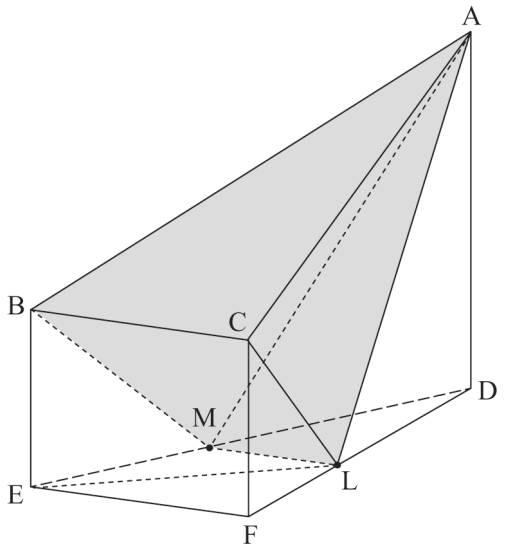
エ 辺 EF　　**オ** 辺 CF

(2) △AGJ の面積は△KID の面積の何倍であるか求めなさい。

(3) 辺 JI の長さが辺 GJ の長さより 1 cm 長いときの四角形 GHIJ の周の長さを求めなさい。

問2 **図2**において，L は辺 DF 上にあって，線分 AL の長さと線分 LE の長さとの和が最も小さくなる点である。L と C とを結ぶ。M は，L を通り辺 EF に平行な直線と辺 DE との交点である。M と A，M と B とをそれぞれ結ぶ。

図2



(1) 線分 ML の長さを求めなさい。

(2) 立体 ABMLC の体積を求めなさい。

R７　大阪府(Ｃ)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-大阪(C)-N-01	1	問1			
		問2			
		問3	a の値　　，b の値		
		問4	個		
		問5	a の値　　，b の値		
		問6			
		問7			
		問8	〔求め方〕 a の値＿＿＿＿＿＿		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-25-公-大阪(C)-M-02	2	問1		度		
		問2		〔証　明〕		
		問3	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
数-25-公-大阪(C)-M-03	3	問1	(1)	ア　イ　ウ　エ　オ		
			(2)	倍		
			(3)	cm		
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25公-大阪(C)-K-01	1	問1	4	4	
		問2	$(3x+y-2)(3x+y+1)$	4	
		問3	a の値　7，b の値　3	5	
		問4	$5n-1$　個	5	
		問5	a の値　-6，b の値　1	6	
		問6	$\frac{2}{9}$	6	
		問7	30，56，85	6	
		問8	〔求め方〕 A，B は m 上の点だから　A$(-3,\ 9a)$，B$(-1,\ a)$ D$(3,\ 9a)$ だから　AD＝6 (cm) よって，四角形 ABCD の面積は　$6\times 8a=48a$ (cm^2) BC＝AD より　C$(5,\ a)$ ℓ の式を $y=\frac{1}{2}x+b$ とすると　$a=\frac{1}{2}\times 5+b$ $b=a-\frac{5}{2}$ だから，ℓ と y 軸との交点を G とすると， G の y 座標は　$a-\frac{5}{2}$ よって　$\mathrm{EG}=9a-\left(a-\frac{5}{2}\right)=8a+\frac{5}{2}$ (cm) △EFC＝△EFG＋△EGC $=\frac{1}{2}\times\left(8a+\frac{5}{2}\right)\times 3+\frac{1}{2}\times\left(8a+\frac{5}{2}\right)\times 5$ $=32a+10$ (cm^2) 四角形 ABCD の面積と△EFC の面積は等しいから $48a=32a+10$ これを解くと　$a=\frac{5}{8}$ ―――――――― (＊) a の値　$\frac{5}{8}$	8	・部分点を与える。 ・(＊) において，「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-25-公-大阪(C)-K02	2	問1		$\frac{1}{2}a+90$　度	4	
		問2		〔証　明〕 △AHD と△CDG において AH⊥HD より　∠AHD＝90°　……㋐ 二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に二等分するから ∠CDG＝90°　……㋑ ㋐，㋑より　∠AHD＝∠CDG　……㋒ BF＝FE，BD＝DC より，△BCE において，F，D はそれぞれ辺 BE，BC の中点だから　FD // EC 平行線の錯角は等しいから ∠ADH＝∠CGD　……㋓ ㋒，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから △AHD∽△CDG	8	部分点を与える。
		問3	(1)	$\sqrt{19}$　cm	4	
			(2)	$\frac{33\sqrt{10}}{19}$　cm^2	6	
数-25-公-大阪(C)-K03	3	問1	(1)	ア　㋑　ウ　㋓　㋔	4	**完答**とし，三つとも正しい場合のみ点を与える。
			(2)	$\frac{4\sqrt{34}}{15}$　倍	4	
			(3)	$\frac{94}{7}$　cm	6	
		問2	(1)	$\frac{12}{5}$　cm	4	
			(2)	$\frac{112}{5}$　cm^3	6	

数-25-公-大阪(C)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$x=2-\sqrt{2}$ より，$x-2=-\sqrt{2}$　　両辺を 2 乗して，$(x-2)^2=(-\sqrt{2})^2$　　$x^2-4x+4=2$

両辺に 2 をたして，$x^2-4x+6=4$

問２　$3x+y=M$ とおくと，$(3x+y)^2-(3x+y)-2=M^2-M-2=(M-2)(M+1)=(3x+y-2)(3x+y+1)$

問３　与えられた連立方程式に，$x=5$，$y=-1$ を代入すると，$\begin{cases}5-a=4-2b\\5b-1=2a\end{cases}$

これを整理すると，$\begin{cases}a-2b=1\\2a-5b=-1\end{cases}$　　これを解くと，$a=7$，$b=3$

問４　$2\sqrt{n}<\sqrt{x}<3\sqrt{n}$ より，$\sqrt{4n}<\sqrt{x}<\sqrt{9n}$ だから，これをみたす自然数 x は $x=4n+1$，$4n+2$，……，$9n-1$ と表せる。よって，$(9n-1)-(4n+1)+1=5n-1$(個)

これだけは！　整数の個数

$a<b$ である 2 つの整数 a，b において，a から b までの整数の個数は，$b-a+1$(個)

問５　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で $y=18$ となるのは，$18=\frac{1}{2}x^2$ より，$x=\pm6$ のときである。

・$a=-6$ のとき

図１のように，x の変域が $-6\leqq x\leqq b$ のときの y の変域が $0\leqq y\leqq18$ となるのは，$0\leqq b\leqq6$ のときである。また，$c=a+3=-6+3=-3$ だから，**図２**のように，x の変域が $-3\leqq x\leqq d$ のときの y の変域が $0\leqq y\leqq8$ となるには，$x=d$ のとき $y=8$ となればよい。よって，$8=\frac{1}{2}d^2$，$-3<d$ より，$d=4$

したがって，$d=b+3$ より，$4=b+3$　　$b=1$　　これは $0\leqq b\leqq6$ を満たしている。

図１

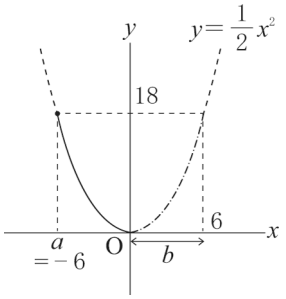
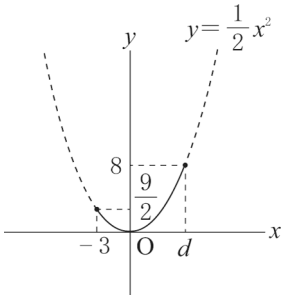


図２



・$b=6$ のとき

$d=b+3=6+3=9$ であり，$x=d=9$ のとき $y=\frac{81}{2}>8$ だから，x の変域が $c\leqq x\leqq9$ のときの y の変域が $0\leqq y\leqq8$ となることはない。よって，不適である。

以上のことから，与えられた二つの条件を同時に満たす a，b の値は，$a=-6$，$b=1$

問６　二つのさいころの目の出方と，各場合における $2a$，b の値の組，さらに，$c=2a+b$ の値を表にまとめると，**表１**のようになる。

$2025=3^4\times5^2$ であることに着目すると，すべての目の出方 36 通りのうち，$\frac{2025}{c}=\frac{3^4\times5^2}{c}$ の値が自然数であるのは○印をつけた 8 通りだから，求める確率は $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ である。

表１

a \ $2a$ \ b	1	2	3	4	5	6
1	2	③	4	⑤	6	7	8
2	4	⑤	6	7	8	⑨	10
3	6	7	8	⑨	10	11	12
4	8	⑨	10	11	12	13	14
5	10	11	12	13	14	⑮	16
6	12	13	14	⑮	16	17	18

問７　n の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，$n=10a+b$ と表される。ただし，a は 1 以上 9 以下の自然数，b は 0 以上 9 以下の整数とする。

$n^2=(10a+b)^2=100a^2+20ab+b^2=10(10a^2+2ab)+b^2$ だから，n^2 の一の位の数は，b^2 の一の位の数と等しい。n の一の位の数 b が，n^2 の一の位の数（b^2 の一の位の数）と同じになるのは，$b=0$，1，5，6 のときである。

(Ⅰ) $b=0$ のとき

$n=10a$ だから，$70n=70\times10a=700a$　　よって，$70n$ の十の位の数は 0 だから，n の十の位の数 a は，0 より 3 大きく，$a=3$　　このとき $n=10\times3=30$

(Ⅱ) $b=1$ のとき

$n=10a+1$ だから，$70n=70(10a+1)=700a+70$　よって，$70n$ の十の位の数は 7 だから，n の十の位の数 a は，7 より 3 大きく，$a=10$　　これは，a が 1 以上 9 以下の自然数であることに反するので，不適である。

(Ⅲ) $b=5$ のとき

$n=10a+5$ だから，$70n=70(10a+5)=700a+350=700a+300+50=100(7a+3)+50$　よって，$70n$ の十の位の数は 5 だから，n の十の位の数 a は，5 より 3 大きく，$a=8$

このとき $n=10\times8+5=85$

(Ⅳ) $b=6$ のとき

$n=10a+6$ だから，$70n=70(10a+6)=700a+420=700a+400+20=100(7a+4)+20$　よって，$70n$ の十の位の数は 2 だから，n の十の位の数 a は，2 より 3 大きく，$a=5$

このとき $n=10\times5+6=56$

(Ⅰ)，(Ⅲ)，(Ⅳ)より，求める n の値は，$n=30$，85，56

数-25-公-大阪(C)-KS-02

2 【平面図形】

問1　二等辺三角形 ABC の底角は等しいから，$\angle ACB=(180-a)\div2=90-\frac{1}{2}a$

よって，頂点 C における外角の大きさは，$180-\left(90-\frac{1}{2}a\right)=\frac{1}{2}a+90$(度)

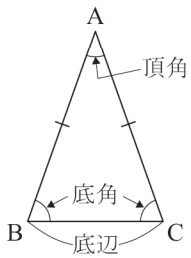
問2　二等辺三角形の性質や，中点連結定理を用いて 2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

特に，AE＝EF＝FB より，点 E，F は線分 AB を 3 等分する点だから，点 F は線分 BE の中点となることに注目しよう。

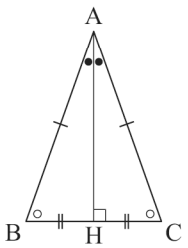
これだけは！ 二等辺三角形・三角形

① 二等辺三角形

・定義：2つの辺が等しい三角形。

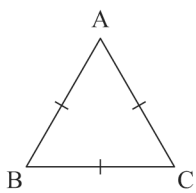


・性質：2つの底角は等しい。
頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。

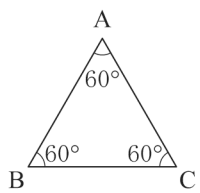


② 正三角形

・定義：3つの辺がすべて等しい三角形。



・性質：3つの角はすべて等しい。(角の大きさは60°)



問3 **(1)** **問2**の証明より，BD＝DC＝$\frac{1}{2}$BC＝3(cm)，AD⊥BC，FD // EC であることがわかる。

△ABD で三平方の定理より，$AD^2=AB^2-BD^2=7^2-3^2=40$　　AD＞0 より，$AD=2\sqrt{10}$ cm

EG // FD より，△AFD で平行線と線分の比の性質から，AG：GD＝AE：EF＝1：1

$GD=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}=\sqrt{10}$(cm)

△GDC で三平方の定理より，$GC^2=GD^2+DC^2=(\sqrt{10})^2+3^2=19$　　GC＞0 より，$GC=\sqrt{19}$ cm

(2) **問2**より，△AHD∽△CDG だから，AH：CD＝AD：CG　　AH：3＝$2\sqrt{10}$：$\sqrt{19}$

$AH=\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{19}}$ cm

AE＝EF＝FB より，$AF=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\times 7=\frac{14}{3}$(cm)

△AHF で三平方の定理より，

$$FH^2=AF^2-AH^2=\left(\frac{14}{3}\right)^2-\left(\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{19}}\right)^2=\frac{14^2}{9}-\frac{6^2\times 10}{19}=\frac{2^2\times 7^2}{9}-\frac{2^2\times 3^2\times 10}{19}$$

$$=\frac{2^2\times 7^2\times 19-2^2\times 3^2\times 10\times 9}{9\times 19}=\frac{2^2\times(7^2\times 19-3^2\times 10\times 9)}{9\times 19}=\frac{2^2\times 121}{9\times 19}$$

FH＞0 より，$FH=\sqrt{\frac{2^2\times 121}{9\times 19}}=\frac{22}{3\sqrt{19}}$(cm)

$\triangle AHF=\frac{1}{2}\times AH\times FH=\frac{1}{2}\times\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{19}}\times\frac{22}{3\sqrt{19}}=\frac{22\sqrt{10}}{19}$(cm²)

△AHF と△AHB の面積は，それぞれ底辺を AF，AB とすると高さが共通であるから，

△AHF：△AHB＝AF：AB と表せる。よって，$\frac{22\sqrt{10}}{19}$：△AHB＝2：3　　$\triangle AHB=\frac{33\sqrt{10}}{19}$(cm²)

数-25-公-大阪(C)-KS-03

3 【空間図形】

問1 **(1)** 2 直線が同じ平面上にないとき，その 2 直線はねじれの位置にあるという。辺 AB，辺 AD，辺 DE はすべて平面 ABED 上にあるから，それぞれはねじれの位置にはない。よって，**イ**，**エ**，**オ**が答えである。

(2) JI // AK，AJ // KI より，四角形 AJIK は平行四辺形である。

平行四辺形の 1 組の対辺の長さを AJ＝KI＝$x$cm とおく。

図1のように，台形 CFDA の頂点 C から辺 AD に垂線 CN をおろすと，CN＝FD＝5cm，AN＝AD－CF＝6－3＝3(cm) だから，

△CAN で三平方の定理より，$AC^2=CN^2+AN^2=5^2+3^2=34$

AC＞0 より，$AC=\sqrt{34}$ cm

GJ // BC より，△ABC で平行線と線分の比の性質から，

GJ：BC＝AJ：AC　　GJ：4＝x：$\sqrt{34}$　　$GJ=\frac{2\sqrt{34}}{17}x$(cm)

よって，$\triangle AGJ=\frac{1}{2}\times GJ\times AJ=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{34}}{17}x\times x=\frac{\sqrt{34}}{17}x^2$(cm²)

図1

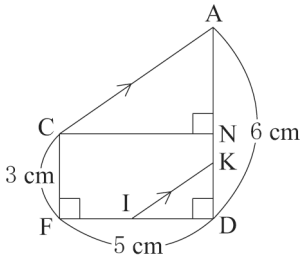


図1の△ACN と△KID で，∠ANC＝∠KDI＝90°，AC // KI より，∠CAN＝∠IKD

よって，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ACN∽△KID

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので，AC：KI＝AN：KD　　$\sqrt{34}$：x＝3：KD

$KD=\frac{3\sqrt{34}}{34}x$(cm)

AC：KI＝CN：ID　　$\sqrt{34}$：x＝5：ID　　$ID=\frac{5\sqrt{34}}{34}x$(cm)

よって，$\triangle KID=\frac{1}{2}\times ID\times KD=\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{34}}{34}x\times\frac{3\sqrt{34}}{34}x=\frac{15}{68}x^2$(cm²)

よって，△AGJ の面積は△KID の面積の$\frac{\sqrt{34}}{17}x^2 \div \frac{15}{68}x^2 = \frac{4\sqrt{34}}{15}$(倍)である。

(3) JI＝AK＝AD－KD＝$6-\frac{3\sqrt{34}}{34}x$(cm) だから，JI＝GJ＋1 より，$6-\frac{3\sqrt{34}}{34}x=\frac{2\sqrt{34}}{17}x+1$

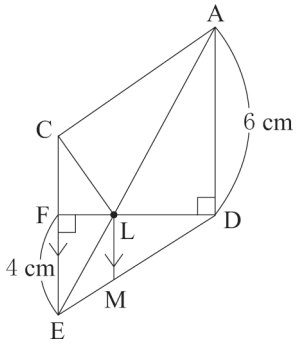
よって，$x=\frac{5\sqrt{34}}{7}$

GJ＝$\frac{2\sqrt{34}}{17}x=\frac{2\sqrt{34}}{17}\times\frac{5\sqrt{34}}{7}=\frac{20}{7}$ (cm)，JI＝GJ＋1＝$\frac{20}{7}+1=\frac{27}{7}$ (cm)

四角形 GHIJ は長方形だから，その周の長さは，$(GJ+JI)\times 2=\left(\frac{20}{7}+\frac{27}{7}\right)\times 2=\frac{94}{7}$ (cm)

問２　(1) **図２**のように，面 ACFD と面 DEF の部分の展開図を考える。

図２



AL＋LE が最も小さくなるのは，3 点 A，L，E が一直線上に並ぶときである。

FE // AD より，△EFL と△ADL で平行線と線分の比の性質から，

DL：LF＝AD：FE＝6：4＝3：2

ML // EF より，△DEF で平行線と線分の比の性質から，

ML：EF＝DL：DF　　ML：4＝3：(3＋2)　　ML＝$\frac{12}{5}$ cm

(2) 立体 ABMLC を底面が台形 BMLC の四角すいと考える。

・四角すいの底面積を求める。

FL＝$\frac{2}{3+2}$FD＝$\frac{2}{5}\times 5=2$(cm) だから，△CFL で三平方の定理より，$CL^2=CF^2+FL^2=3^2+2^2=13$

CL＞0 より，CL＝$\sqrt{13}$cm

∠ACB＝∠BCF＝90°より，BC⊥面 ACFD だから，∠BCL＝90°　　よって，台形 BMLC の面積は，

$\frac{1}{2}\times(BC+ML)\times CL=\frac{1}{2}\times\left(4+\frac{12}{5}\right)\times\sqrt{13}=\frac{16\sqrt{13}}{5}$(cm^2)

・四角すいの高さを求める。

∠ACB＝∠BCL＝90°より，四角すい ABMLC の底面を台形 BMLC としたときの高さは，△ACL の底辺を CL としたときの高さに等しい。この高さを $h$cm とする。

△ACL＝(台形 ACFD)－△CFL－△ADL＝$\frac{1}{2}\times(CF+AD)\times FD-\frac{1}{2}\times CF\times FL-\frac{1}{2}\times AD\times LD$

＝$\frac{1}{2}\times(3+6)\times 5-\frac{1}{2}\times 3\times 2-\frac{1}{2}\times 6\times(5-2)=\frac{21}{2}$(cm^2)

よって，△ACL＝$\frac{1}{2}\times CL\times h=\frac{1}{2}\times\sqrt{13}\times h=\frac{21}{2}$より，$h=\frac{21}{\sqrt{13}}$ (cm)

以上のことから，立体 ABMLC の体積は，$\frac{1}{3}\times$(台形 BMLC)$\times h=\frac{1}{3}\times\frac{16\sqrt{13}}{5}\times\frac{21}{\sqrt{13}}=\frac{112}{5}$ (cm^3)