H27　埼玉県　公立　数学　問題

数-15-公-埼玉-問-01

1　次の各問に答えなさい。

問１　$8x-4x$　を計算しなさい。

問２　$5+3\times(-2)$　を計算しなさい。

問３　$\sqrt{24}-\sqrt{6}$　を計算しなさい。

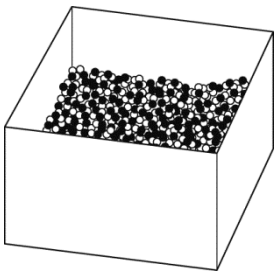
問４　$x=-4+\sqrt{2}$　のとき，$x^2+8x+16$　の値を求めなさい。

問５　２次方程式　$5x^2-3x-1=0$　を解きなさい。

問６　連立方程式　$\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+5y=6 \end{cases}$　を解きなさい。

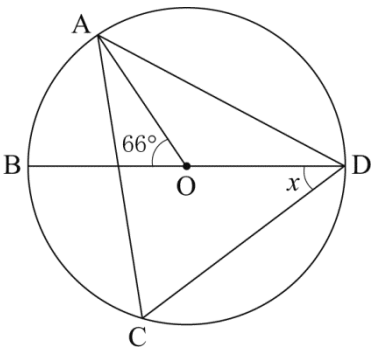
問７　関数　$y=-x^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

問８　箱の中に同じ大きさの白玉と黒玉が合わせて 480 個入っています。標本調査を利用して，箱の中の黒玉の数を調べます。この箱の中から，56 個の玉を無作為に抽出したところ黒玉は 35 個ふくまれていました。箱の中の黒玉の数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。



問９　右の図のように，円 O の円周上に 4 点 A，B，C，D があり，線分 BD は円 O の直径です。

AC＝AD，∠AOB＝66° のとき，∠BDC の大きさ x を求めなさい。



問 10　右の図のように，1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがあります。

この 5 枚のカードをよくきって 1 枚取り出し，カードの数字を調べてからもとに戻します。次に，もう一度，5 枚のカードをよくきって 1 枚取り出し，カードの数字を調べます。はじめに取り出したカードの数字を a，次に取り出したカードの数字を b として，$\frac{b}{a}$ の値が整数となる確率を求めなさい。



問 11　次は，先生と A さんの会話です。これを読んで，下の(1)，(2)に答えなさい。

先　生「A さんの誕生日は 3 月 2 日でしたね。」

A さん「はい。私は西暦 2000 年生まれで，今年（2015 年）15 歳になります。西暦 2000 年は，うるう年だったと思うのですが，うるう年について教えてください。」



先　生「うるう年は，次のように決められています。」

（Ⅰ）西暦の年数が 4 で割り切れる年を**うるう年とする**。
（Ⅱ）ただし，西暦の年数が 4 で割り切れても，100 で割り切れる年は**うるう年としない**。
（Ⅲ）ただし，西暦の年数が 100 で割り切れても，400 で割り切れる年は**うるう年とする**。

先　生「うるう年は，2 月の日数が 1 日増えて 2 月 29 日までとなり，1 年間の日数が 366 日となります。」

(1) 西暦 2000 年から 2015 年までに，うるう年は何回あったでしょうか。次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　2 回　　**イ**　3 回　　**ウ**　4 回　　**エ**　5 回

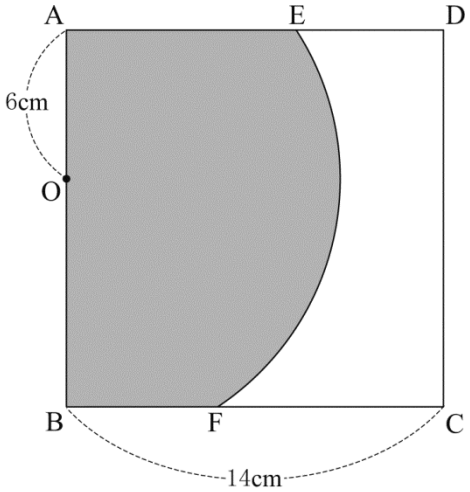
(2) A さんの 15 歳の誕生日（西暦 2015 年 3 月 2 日）は月曜日です。A さんの誕生日が，再び月曜日になるのは西暦何年ですか。途中の説明も書いて答えを求めなさい。

数-15-公-埼玉-問-02

2 次の各問に答えなさい。

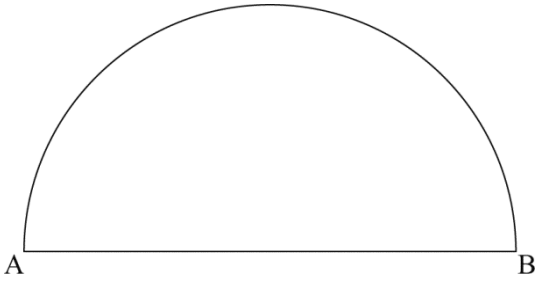
問１　右の図のように，1 辺が 14 cm の正方形 ABCD があります。辺 AB 上に，AO＝6 cm となる点 O をとり，点 O を中心として半径 10 cm の円をかきます。この円と辺 AD，BC との交点をそれぞれ点 E，F とします。図のかげ（ ）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。



問２　下の図のように，線分 AB を直径とする半円があります。$\overset{\frown}{AB}$を 3 等分する 2 点 P，Q をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。

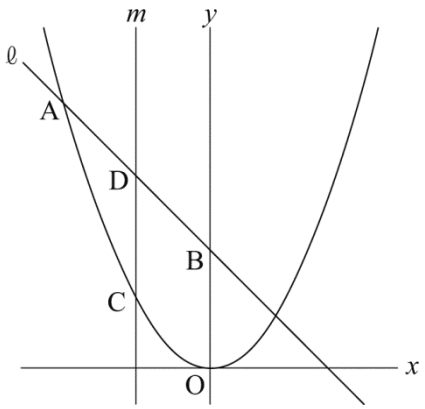


問３　右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフです。

曲線上に x 座標が -6 である点 A をとり，点 A を通る直線 ℓ と y 軸との交点を B とします。ただし，点 B の y 座標は正とします。

また，曲線上に x 座標が -3 である点 C をとり，点 C を通って y 軸に平行な直線 m と直線 ℓ との交点を D とします。

四角形 DCOB が平行四辺形となるとき，直線 ℓ の式を求めなさい。



問４　下の**図１**のように，底面が縦 12 cm，横 20 cm の長方形で，深さが 9 cm の直方体 ABCD－EFGH の容器に水が満たしてあります。

図２のように，この容器を傾けて，水面が頂点 H，A，F を通る平面になるように水をこぼしました。そして，**図３**のように，この容器を面 EFGH が底面となるように水平な机の上に置きました。このとき，容器に残った水の深さを求めなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。

図１

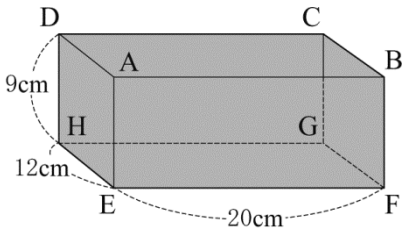


図２

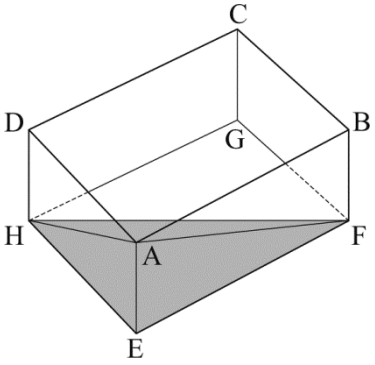
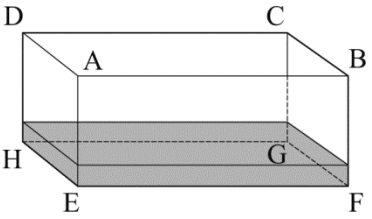
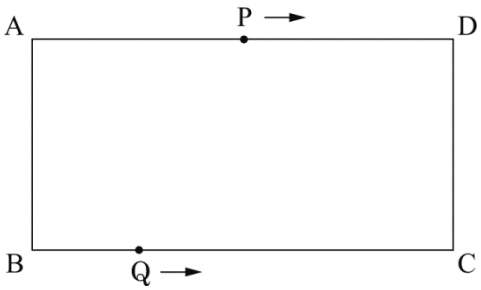


図３



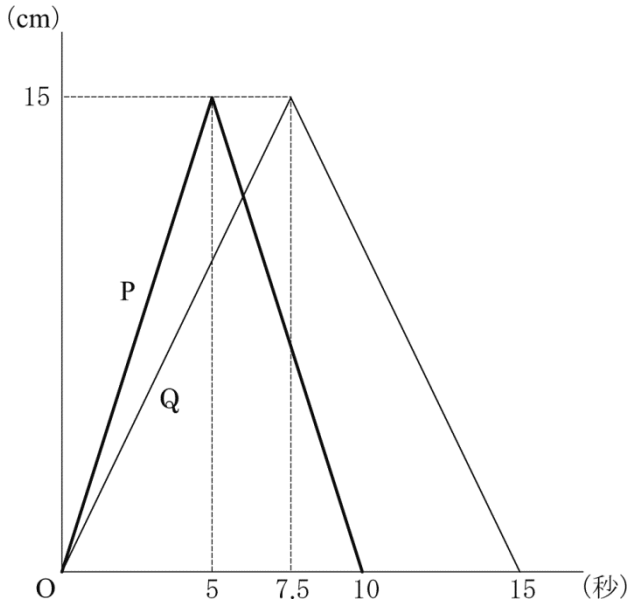
数-15-公-埼玉-問-03

3 右の図のように，AB＝6 cm，BC＝15 cm の長方形 ABCD があります。点 P は点 A を出発して，一定の速さで辺 AD 上を 1 往復して止まり，点 Q は点 B を出発して，一定の速さで辺 BC 上を 1 往復して止まります。



下のグラフは，点 P，Q が同時に出発して，それぞれの点が 1 往復して止まるまでの時間（秒）と線分 AP，BQ の長さ（cm）との関係を表したものです。

このとき，次の各問に答えなさい。



問 1　点 P が点 D に向かっているとき，点 A を出発してから x 秒後の線分 AP の長さを，x を用いて表しなさい。

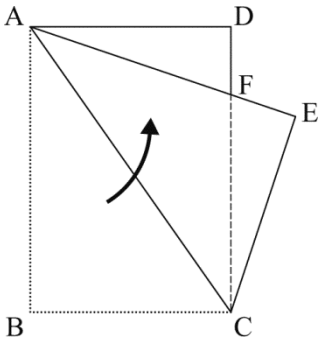
問 2　四角形 ABQP の面積が，長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ になるときは 2 回あります。それは点 P，Q が同時に出発してから何秒後と何秒後か求めなさい。

4 AD＝12 cm で，縦と横の長さの比が $\sqrt{2}$ ：1 の長方形 ABCD があります。**図１**のように，線分 AC を折り目として折ったとき，点 B の移った点を E とします。また，線分 AE と辺 DC との交点を F とします。このとき，次の各問に答えなさい。

なお，考えるときに，**別紙**を利用してもさしつかえありません。**別紙**の辺の比は，$\sqrt{2}$ ：1 です。

問１　△ACF が二等辺三角形であることを証明しなさい。

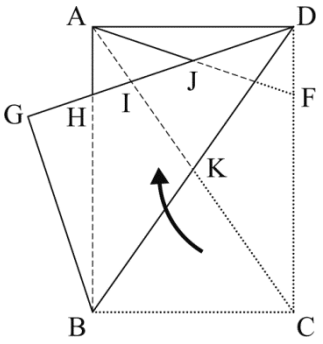
図１



問２　線分 EF の長さを求めなさい。

問３　**図１**において，線分 AF をかき，もとに戻します。次に，**図２**のように，線分 DB を折り目として折ったとき，点 C の移った点を G とします。また，線分 GD と線分 AB，AC，AF との交点をそれぞれ H，I，J とし，線分 AC と線分 DB との交点を K とします。このとき，△AIJ の面積を求めます。途中の説明も書いて答えを求めなさい。その際，解答用紙の図に数や記号をかいて，それを用いて説明してもよいものとします。

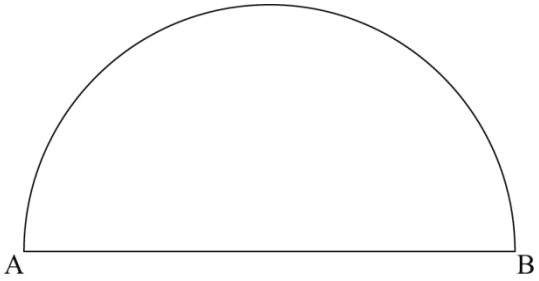
図２

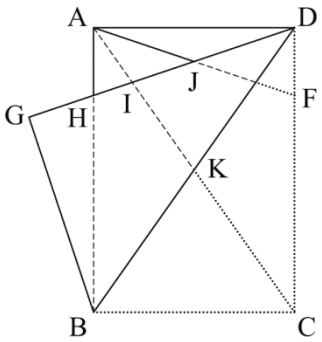


別紙

H27　埼玉県　公立　数学　解答用紙

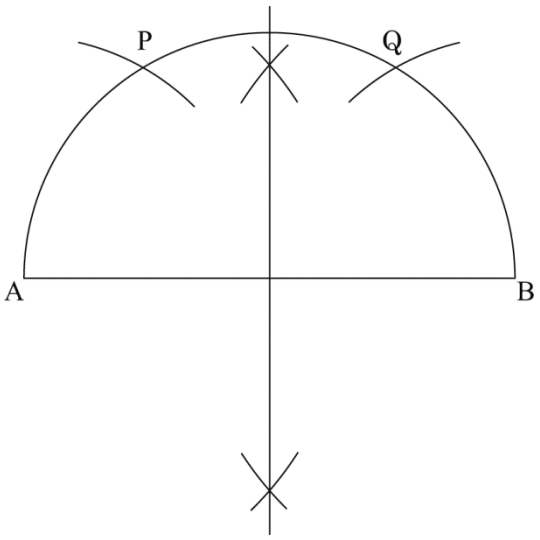
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-15-公-埼玉-XY-01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５		$x=$		
		問６		$x=$　　，$y=$		
		問７		$\leqq y \leqq$		
		問８		およそ　　個		
		問９		度		
		問 10				
		問 11	(1)			
			(2)	〔説明〕 答え　西暦　　年		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−埼玉−KY−02	2	問１	cm^2		
		問２			
		問３	$y=$		
		問４	cm		
数−15−公−埼玉−KY−03	3	問１	cm		
		問２	秒後と　　秒後		

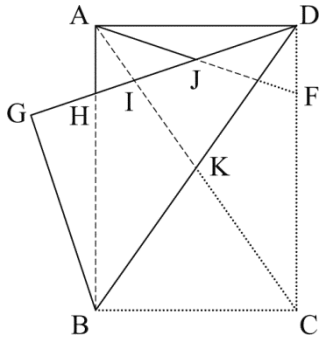
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−埼Ⅱ−KY−04	4	問１	〔証明〕		
		問２	cm		
		問３	〔説明〕  答え　　cm^2		

H27　埼玉県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−15−公−埼玉−K−01	1	問１		$4x$	4	
		問２		-1	4	
		問３		$\sqrt{6}$	4	
		問４		2	4	
		問５		$x=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$	4	
		問６		$x=-2,\ y=2$	4	
		問７		$-9\leqq y\leqq 0$	4	
		問８		(およそ)　300　(個)	4	
		問９		24　(度)	4	
		問 10		$\dfrac{2}{5}$	5	
		問 11	(1)	ウ	4	
			(2)	〔説明〕 (例) うるう年とうるう年でない年の曜日の進み方を考えると， 2016 年は水曜日，2017 年は木曜日， 2018 年は金曜日，2019 年は土曜日， 2020 年は月曜日となる。 (答え　西暦)　2020　(年)	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−埼玉−K−02	2	問１	$25\pi+48$ (cm^2)	5	
		問２	(例)  	5	作図の方法を利用して記入されているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問３	$y=-x+6$	5	
		問４	$\frac{3}{2}$ (cm)	5	
数−15−公−埼玉−K−03	3	問１	$3x$ (cm)	5	
		問２	3 (秒後と) 9 (秒後)	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−埼玉−K−04	4	問１	〔証明〕 (例) 線分 AC で折っているので, ∠BAC＝∠CAF　……① また，AB // DC から錯角は等しいので, ∠BAC＝∠ACF　……② ①，②から, ∠CAF＝∠ACF よって，2 つの角が等しいので，△ACF は二等辺三角形である。	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	$3\sqrt{2}$　(cm)	5	
		問３	〔説明〕 (例) 線分 AC，DB で折っているので, AH＝$3\sqrt{2}$ また，△AHI において，線分 AH を底辺とみたときの高さを h とすると,図のように, AH : CD=1 : 4 であるから, $h=12\times\frac{1}{5}=\frac{12}{5}$ よって，△AHI の面積は, $\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{12}{5}=\frac{18\sqrt{2}}{5}$ 交点 J は線分 DH の中点で，線分 AH を底辺とみたときの△AHJ の面積は, $\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times6=9\sqrt{2}$ したがって，△AIJ の面積は, $9\sqrt{2}-\frac{18\sqrt{2}}{5}=\frac{27\sqrt{2}}{5}$ (答え)　$\frac{27\sqrt{2}}{5}$　(cm^2)	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。



数-15-公-埼玉-KS-01

1　問１　$8x-4x=4x$

問２　$5+3\times(-2)=5-6=-1$

問３　$\sqrt{24}-\sqrt{6}=2\sqrt{6}-\sqrt{6}=\sqrt{6}$

問４　$x^2+8x+16=(x+4)^2$　この式に，$x=-4+\sqrt{2}$ を代入して，$(-4+\sqrt{2}+4)^2=(\sqrt{2})^2=2$

問５　$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

問６　$x+3y=4$…①，$2x+5y=6$…②　①×2－②より，$y=2$　①に代入して，$x+6=4$　$x=-2$

問７　$y=-x^2$ において，$-2\leqq x\leqq3$ のとき，y の値は，$x=3$ のとき最小で，$y=-9$　$x=0$ のとき最大で，$y=0$　よって，$-9\leqq y\leqq0$

問８　箱の中の黒玉の数は，$480\times\dfrac{35}{56}=300$ より，およそ 300 個。

問９　$\angle AOD=180^\circ-66^\circ=114^\circ$　円周角の定理より，$\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle AOD=\dfrac{1}{2}\times114^\circ=57^\circ$

AC＝AD より，$\angle ADC=\angle ACD=57^\circ$　円周角の定理より，$\angle ADB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times66^\circ=33^\circ$

よって，$\angle x=57^\circ-33^\circ=24^\circ$

問 10　取り出すカードの組み合わせは，全部で 25 通り。そのうち，$\dfrac{b}{a}$ が整数になるのは，$(a,\ b)=(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),\ (2,\ 2),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (4,\ 4),\ (5,\ 5)$の 10 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{10}{25}=\dfrac{2}{5}$

問 11　(1) 2000＝400×5 より，西暦 2000 年はうるう年だから，西暦 2000 年から 2015 年までにうるう年は，2000 年，2004 年，2008 年，2012 年の 4 回あるので，選択肢は**ウ**。

(2) 2016 年はうるう年だから，2016 年 3 月 2 日は，366÷7＝52 あまり 2 より，水曜日。365÷7＝52 あまり 1 より，2017 年，2018 年，2019 年の 3 月 2 日は，順に木曜，金曜，土曜。2020 年はうるう年なので，3 月 2 日は月曜日。よって，2020 年。

数-15-公-埼玉-KS-02

2　問１　OB＝14－6＝8(cm)　△OAE において，三平方の定理より，$AE=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)，△OBF において，$BF=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)　△OAE≡△FBO だから，$\angle AOE+\angle BOF=\angle AOE+\angle AEO=90^\circ$　よって，$\angle EOF=90^\circ$　よって，かげをつけた部分の面積は，$\pi\times10^2\times\dfrac{90}{360}+\dfrac{1}{2}\times6\times8\times2=25\pi+48\ (\text{cm}^2)$

問２　線分 AB の垂直二等分線をひき，円の中心 O を求める。$\overset{\frown}{AB}$を 3 等分する点 P，Q と O をそれぞれ結ぶと，中心角が 60°ずつになるので，正三角形の作図を利用する。中心を A，半径を OA とする円と$\overset{\frown}{AB}$との交点が P となる。同様に，中心を B，半径を OB とする円と$\overset{\frown}{AB}$との交点が Q となる。

問３　A は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点で，x 座標が－6 より，$y=\dfrac{1}{3}\times(-6)^2=12$　A(－6，12)　点 C も $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点で，x 座標が－3 より，$y=\dfrac{1}{3}\times(-3)^2=3$　C(－3，3)　CO の傾きは，$\dfrac{-3}{3}=-1$　四角形 DCOB は平行四辺形より，DB // CO　よって，直線 DB の傾きも－1　求める式を $y=-x+b$ とおくと，A(－6，12) を通るので，$12=6+b$　$b=6$　したがって，$y=-x+6$

問４　容器に残った水の量は，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times12\times20\times9=360(\text{cm}^3)$　容器に残った水の深さを x cm とすると，$12\times20\times x=360$　$x=\dfrac{3}{2}$　よって，$\dfrac{3}{2}$ cm

数-15-公-埼玉-KS-03

3 **問１**　点 P が D に向かうとき，$0 \leqq x \leqq 5$　グラフは原点を通る直線だから，AP＝(比例定数)×x
(比例定数)＝(傾き)＝$\dfrac{15}{5}$＝3　よって，AP＝3x(cm)

問２　四角形 ABQP の面積が長方形 ABCD の面積の$\dfrac{1}{2}$になるのは，AP＋BQ＝$\dfrac{1}{2}$(AD＋BC)＝$\dfrac{1}{2}$×30
＝15(cm)になるとき。グラフより，AP＋BQ＝15 となるのは，$0 \leqq x \leqq 5$，$7.5 \leqq x \leqq 10$ の 2 回ある。
$0 \leqq x \leqq 5$ のとき，AP＝3x cm，BQ＝2x cm　よって，$3x+2x=15$　$5x=15$　$x=3$(秒後)　また，
$7.5 \leqq x \leqq 10$ のとき，AP＝$30-3x$(cm)，BQ＝$30-2x$(cm)　$30-3x+30-2x=15$　$-5x=-45$
$x=9$(秒後)

数-15-公-埼玉-KS-04

4 **問１**　△ACE を折り返した角より，∠CAF＝∠BAC…①　AB // DC より，錯角は等しいので，∠BAC
＝∠ACF…②　①，②から，∠CAF＝∠ACF　よって，底角が等しくなるので△ACF は二等辺三角形とわかる。

問２　AD＝12 cm，AB : AD＝$\sqrt{2}$: 1 より，AB＝$12\sqrt{2}$ cm　EF＝x cm とすると，DF＝CD－CF＝
AE－AF＝EF＝x cm，CF＝$12\sqrt{2}-x$(cm)　△CEF において，∠CEF＝90° より，三平方の定理を利用して，$CF^2=EF^2+CE^2$　$(12\sqrt{2}-x)^2=x^2+12^2$　$288-24\sqrt{2}\,x+x^2=x^2+144$　$-24\sqrt{2}\,x=-144$
$x=3\sqrt{2}$ (cm)

問３　AH＝DF＝$3\sqrt{2}$ cm　AH : CD＝$3\sqrt{2}$: $12\sqrt{2}$ ＝1 : 4　よって，AH // DC より，HI : DI＝1 : 4
△AHI＝$\dfrac{1}{5}$△ADH＝$\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{2}\times12\times3\sqrt{2}=\dfrac{18\sqrt{2}}{5}$(cm^2)　AH // DF より，HJ : DJ＝AH : FD
＝1 : 1△AHJ＝$\dfrac{1}{2}$△ADH＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times12\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ (cm^2)　よって，△AIJ＝△AHJ－△AHI
＝$9\sqrt{2}-\dfrac{18\sqrt{2}}{5}=\dfrac{27\sqrt{2}}{5}$(cm^2) のようにも導ける。