H28　埼玉県　公立　数学　問題

数-16-公-埼玉-問-01

1　次の各問に答えなさい。

問１　$6a\times(-3)$　を計算しなさい。

問２　$5+(-14)\div 7$　を計算しなさい。

問３　$\sqrt{12}+8\sqrt{3}$　を計算しなさい。

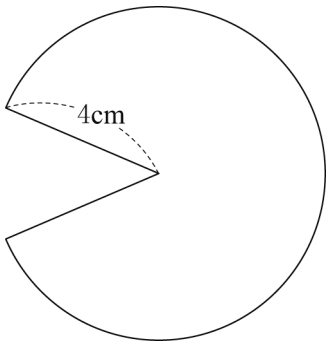
問４　$x=12$　のとき，$x^2-7x+10$　の値を求めなさい。

問５　２次方程式　$3x^2+4x-1=0$　を解きなさい。

問６　連立方程式　$\begin{cases}2x-3y=-4\\-x+2y=3\end{cases}$　を解きなさい。

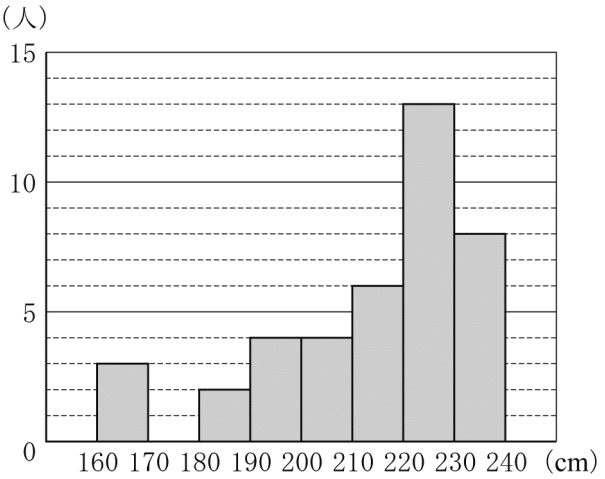
問７　関数　$y=3x^2$　で，x の値が１から３まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問８　右の図のように，半径 4 cm，弧の長さ 7π cm のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積を求めなさい。



問９　$\dfrac{60}{2x+1}$　が整数となるような自然数 n を**すべて**求めなさい。

問 10 右の図は，ある中学校の男子生徒 40 人の立ち幅とびの記録を，ヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは，例えば，立ち幅とびの記録が 160 cm 以上 170 cm 未満の男子生徒が 3 人いることを表しています。なお，男子生徒 40 人の平均値は 214 cm です。



このヒストグラムからわかることとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から **2 つ** 選び，その記号を書きなさい。

ア 階級の幅は 5 cm である。

イ 立ち幅とびの記録の分布の範囲は 80 cm より大きい。

ウ 度数が 2 である階級の階級値は 185 cm である。

エ 最頻値は平均値よりも小さい。

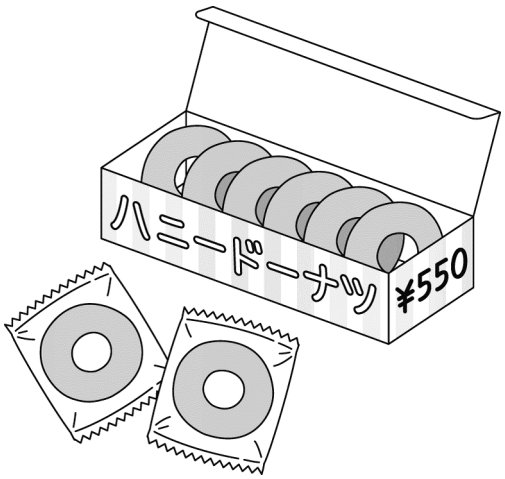
オ 中央値が含まれる階級の相対度数は 0.325 である。

問 11 花子さんは，ドーナツ店にドーナツを買いに行きました。次の(1)，(2)に答えなさい。ただし，消費税は考えないものとします。

(1) 花子さんが持っているお金で，チョコレートドーナツを 29 個買うと 410 円余りますが，33 個買うには 30 円たりません。チョコレートドーナツ 1 個の値段はいくらですか。チョコレートドーナツ 1 個の値段を x 円として方程式をつくり，答えを求めなさい。

(2) 花子さんは，ハニードーナツを買うことにしました。ハニードーナツは 1 個 100 円で販売されていますが，箱入りでも販売されています。1 箱には 6 個入っていて，値段は 550 円です。また，3 箱買うごとに，おまけとしてハニードーナツが 1 個もらえます。

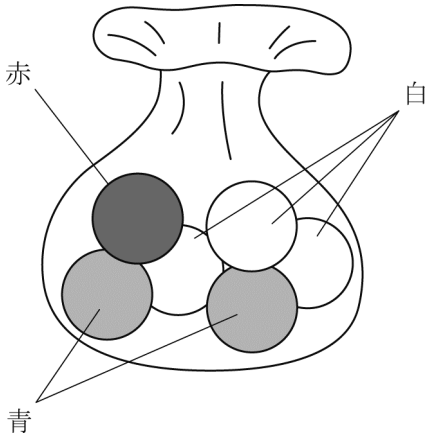
おまけのハニードーナツを含めてちょうど 40 個持ち帰るには，いくら支払えばよいですか。最も安い金額を，途中の説明も書いて求めなさい。



2 次の各問に答えなさい。

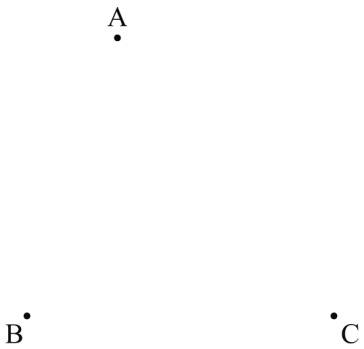
問１　袋の中に，赤玉が 1 個，青玉が 2 個，白玉が 3 個入っています。この袋の中から，同時に 2 個の玉を取り出すとき，少なくとも 1 個は白玉である確率を求めなさい。

ただし，袋の中は見えないものとし，どの玉の取り出し方も同様に確からしいものとします。



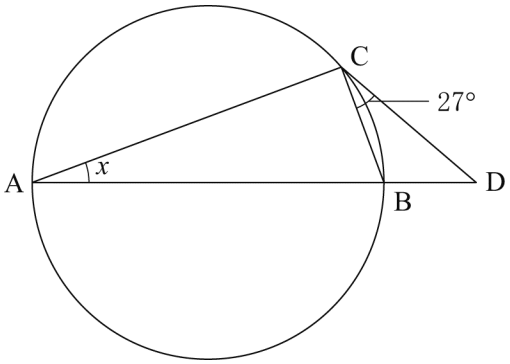
問２　下の図のように，3 点 A，B，C があります。この 3 点から等しい距離にある点 P を，コンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。

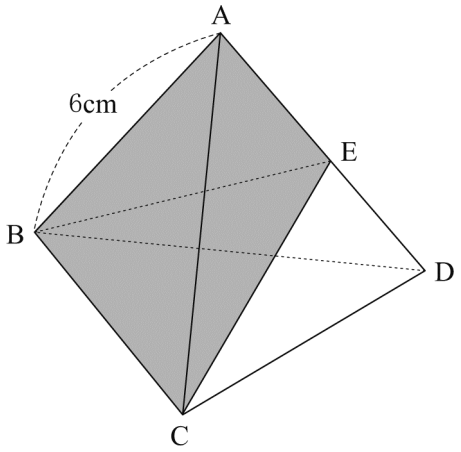


問３　右の図のように，AB を直径とする円の周上に点 C をとり，直径 AB を B の方に延長した直線上に点 D をとります。

$\mathrm{CD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}$，$\angle \mathrm{BCD}=27^\circ$ のとき，$\angle \mathrm{CAB}$ の大きさ x を求めなさい。



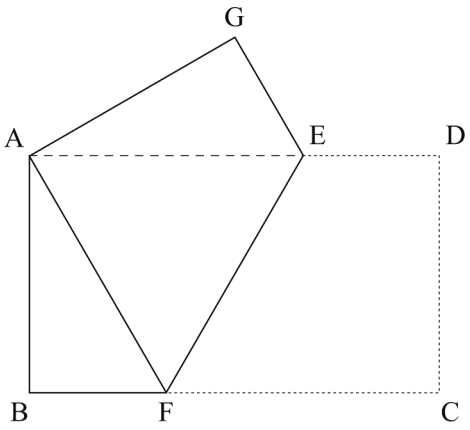
問４　下の図のように，すべての辺の長さが 6 cm の正四面体 ABCD があり，辺 AD の中点を E とします。この正四面体を 3 点 B，C，E を通る平面で切ったとき，三角錐 ABCE の体積を求めなさい。



数-16-公-埼玉-問-03

3　AB＝6 cm，BC＝9 cm の長方形 ABCD があります。**図１**のように，点 C が点 A に重なるように折ったとき，折り目の線を EF とし，点 D の移った点を G とします。このとき，次の各問に答えなさい。

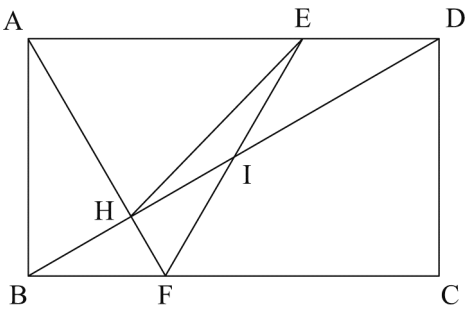
図１



問１　BF＝GE であることを証明しなさい。

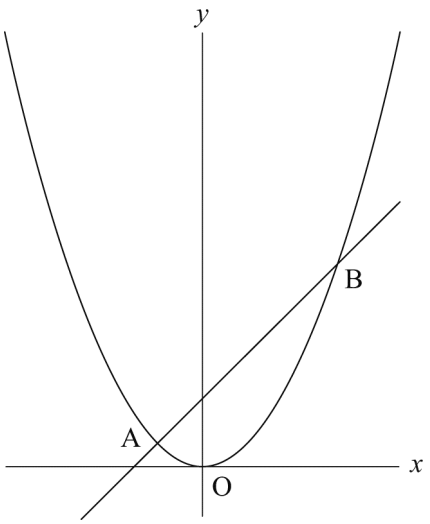
問２　**図２**のように，もとの長方形 ABCD に戻して，線分 BD，AF，EF をかきます。線分 BD と線分 AF，EF との交点をそれぞれ H，I とするとき，△AEH と△EHI の面積の比を求めなさい。

図２



4 右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が -1，3 である 2 点 A，B をとります。

このとき，次の各問に答えなさい。



問１　直線 AB の式を求めなさい。

問２　y 軸を対称の軸として点 B と線対称である点 C をとり，四角形 CAOB をつくります。この四角形 CAOB の面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

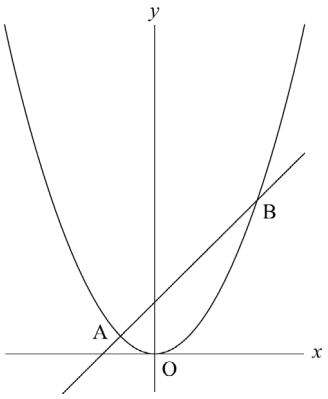
問３　曲線上を，x 座標が $x<-1$ の範囲で動く点 P を考えます。△PAB と△POB の面積が等しくなるとき，点 P の座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

別紙

数学　解答用紙

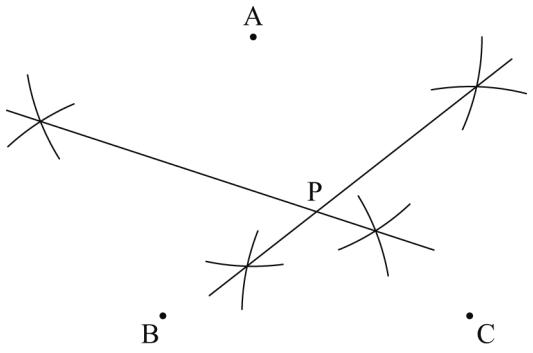
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数－16－公－埼玉－KY－01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５	$x=$			
		問６	$x=$　　，$y=$			
		問７				
		問８	cm^2			
		問９				
		問 10	と			
		問 11	(1)	〔方程式〕 〔値段〕　　円		
			(2)	〔説明〕 答え　　円		

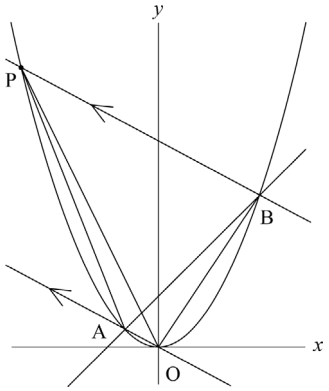
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−埼玉−KY−02	2	問１			
		問２	A B　　C		
		問３	度		
		問４	cm^3		
数−16−公−埼玉−KY−03	3	問１	〔証明〕		
		問２	△AEH：△EHI＝　　：		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−埼玉−KY−04	4	問１	$y=$		
		問２	cm^2		
		問３	〔説明〕  答え　（　　，　　）		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−埼玉−大−01	1	問１	$-18a$	4	
		問２	3	4	
		問３	$10\sqrt{3}$	4	
		問４	70	4	
		問５	$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$	4	
		問６	$x=1$，$y=2$	4	
		問７	12	4	
		問８	14π　(cm^2)	4	
		問９	1，2，7	4	
		問 10	**ウ**　と　**オ**	5	
		問 11 (1)	〔方程式〕　$29x+410=33x-30$ 〔値段〕　110　(円)	4	
		問 11 (2)	〔説明〕 (例) ハニードーナツを 6 箱買うと，おまけの 2 個を含めて 38 個得られる。残りの 2 個を 1 個 100 円で買うと， $550\times6+100\times2=3500$ 答え　3500　(円)	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−I6−公−埼玉−K−02	2	問１	$\frac{4}{5}$	5	
		問２	(例)  	5	作図の方法を利用して記入されているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問３	21　(度)	5	
		問４	$9\sqrt{2}$　(cm^3)	5	
数−I6−公−埼玉−K−03	3	問１	〔証明〕 (例) △ABF と△AGE において， 四角形 ABCD は長方形だから， AB＝AG ……① ∠ABF＝∠AGE＝90° ……② また， ∠BAF＝90° －∠EAF ……③ ∠GAE＝90° －∠EAF ……④ ③，④から， ∠BAF＝∠GAE …⑤ ①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ABF≡△AGE したがって，BF＝GE	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	(△AEH : △EHI＝)　36 : 5	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−埼玉−大−04	4	問１	$y=x+\frac{3}{2}$	5	
		問２	15 (cm^2)	5	
		問３	〔説明〕 (例) △PAB と△POB の面積が等しくなるのは，OA // BP のときだから，直線 OA の傾きと直線 BP の傾きは等しい。 直線 OA の傾きは$-\frac{1}{2}$で，直線 BP は 点 B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$を通るので， 直線 BP の式は， $y=-\frac{1}{2}x+6$ また，点 P の座標を$\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$とすると，点 P は直線 BP 上の点だから， $\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t+6$ この式を整理すると， $(t+4)(t-3)=0$ $t<-1$ より，$t=-4$ したがって，点 P の座標は， $(-4,\ 8)$ (答え)　$(-4,\ 8)$  	17	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

数-16-公-埼玉-KS-01

1　問１　$6a\times(-3)=6\times(-3)\times a=-18a$

問２　$5+(-14)\div 7=5-2=3$

問３　$\sqrt{12}+8\sqrt{3}=2\sqrt{3}+8\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

問４　$x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$　この式に $x=12$ を代入して，$(12-2)\times(12-5)=10\times7=70$

問５　$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{-4\pm\sqrt{28}}{6}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{7}}{6}=\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

問６　$2x-3y=-4\cdots①$，$-x+2y=3\cdots②$　①＋②×2 より，$y=2$　②に代入して，$-x+4=3$　$x=1$

問７　$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$，$x=3$ のとき $y=3\times3^2=27$　よって，変化の割合は，$\dfrac{27-3}{3-1}=12$

問８　半径 4 cm の円の周の長さは，$2\pi\times4=8\pi$(cm)

おうぎ形の弧の長さと面積は中心角に比例するから，弧の長さと円周の比は，おうぎ形と円の面積の比を表す。よって，求めるおうぎ形の面積は，$\pi\times4^2\times\dfrac{7\pi}{8\pi}=14\pi$(cm^2)

問９　$\dfrac{60}{2n+1}$ が整数となるのは，$2n+1$ が 60 の約数のとき。また，n が自然数のとき，$2n+1$ は 3 以上の奇数になる。$60=2^2\times3\times5$ より，60 の約数で 3 以上の奇数は 3，5，15 の 3 個。$2n+1=3$ のとき $n=1$，$2n+1=5$ のとき $n=2$，$2n+1=15$ のとき $n=7$

問 10　**ア**　各区間は 10 cm ずつ区切られているから，階級の幅は 10 cm

イ　どの記録も 160 cm 以上 240 cm 未満。240－160＝80 より，分布の範囲は 80 cm より小さい。

ウ　度数が 2 であるのは，180 cm 以上 190 cm 未満の階級だから，階級値は 185 cm　→ 正しい。

エ　220 cm 以上 230cm 未満の階級が 13 人で最も多い。最頻値はこの階級の階級値で，225 cm

オ　大きさの順に並べたときの 20 番目，21 番目の記録は，いずれも 220 cm 以上 230 cm 未満の階級に含まれるから，中央値もこの階級に含まれる。相対度数は，13÷40＝0.325　→ 正しい。

問 11　(1) 花子さんが持っているお金に着目し，x を使った式で表す。チョコレートドーナツを 29 個買うと 410 円余るから，$29x+410$(円)　33 個買うには 30 円たりないから，$33x-30$(円)

したがって，方程式は，$29x+410=33x-30$　$-4x=-440$　$x=110$　よって，1 個の値段は 110 円。

(2) 1 個あたりの値段は箱入りのほうが安いから，箱の数ができるだけ多くなるように考える。

数-16-公-埼玉-KS-02

2　問１　赤玉を A，青玉を B，C，白玉を D，E，F とする。同時に 2 個の玉を取り出すときの取り出し方は，{A，B}，{A，C}，{A，D}，{A，E}，{A，F}，{B，C}，{B，D}，{B，E}，{B，F}，{C，D}，{C，E}，{C，F}，{D，E}，{D，F}，{E，F} の 15 通り。

このうち，2 個とも白玉でないのは，{A，B}，{A，C}，{B，C} の 3 通りだから，2 個とも白玉でない確率は，$\dfrac{3}{15}=\dfrac{1}{5}$　よって，少なくとも 1 個は白玉である確率は，$1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

問２　2 点 A，B から等しい距離にある点は，線分 AB の垂直二等分線上にある。よって，線分 AB，BC，CA のうち，いずれか 2 つの垂直二等分線を作図すると，その交点が P となる。

問３　円の中心を O とすると，OA＝OB＝OC＝CD　円周角の定理より，$\angle COB=2\angle CAB=2x$

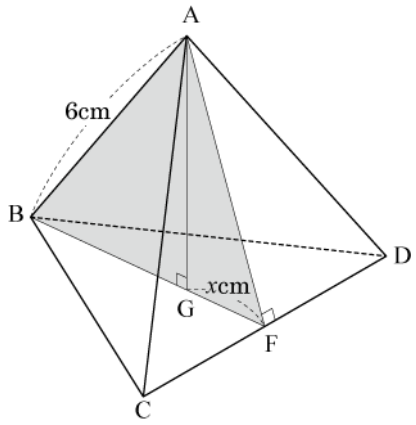
△COD は CO＝CD の二等辺三角形だから，$\angle CDO=\angle COD=2x$

また，AB は直径だから，$\angle ACB=90^\circ$

△CAD の内角の和より，$\angle CAD+\angle ACB+\angle BCD+\angle CDA=180^\circ$

よって，$x+90+27+2x=180$　$3x=63$　$x=21$

問４　三角錐 ABCE の体積は，正四面体 ABCD の体積の $\frac{1}{2}$ になる。右の図のように，A から辺 CD に垂線 AF をひき，A から線分 BF に垂線 AG をひくと，AG は，△BCD を底面とみたときの正四面体 ABCD の高さになる。△BCF は 60° の角をもつ直角三角形だから，



$BF=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ (cm)

したがって，$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ (cm^2)

ここで，GF＝x cm とすると，$BG=3\sqrt{3}-x$(cm)

また，$AF=BF=3\sqrt{3}$ cm

△ABG で，三平方の定理より，$AG^2=AB^2-BG^2$…①

同様に，△AFG で，$AG^2=AF^2-GF^2$…②

①，②より，$AB^2-BG^2=AF^2-GF^2$

$6^2-(3\sqrt{3}-x)^2=(3\sqrt{3})^2-x^2$　$x=\sqrt{3}$

②より，$AG=\sqrt{AF^2-GF^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)

よって，正四面体 ABCD の体積は，$\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=18\sqrt{2}$ (cm^3)

三角錐 ABCE の体積は，$18\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=9\sqrt{2}$ (cm^3)

数-16-公-埼玉-KS-03

3　**問１**　BF，GE をそれぞれ１辺にもつ２つの三角形に着目し，その２つが合同であることを導く。

問２　BF＝x cm とすると，$AF=CF=9-x$(cm)　△ABF で，∠ABF＝90° だから，三平方の定理より，

$BF^2+AB^2=AF^2$　$x^2+6^2=(9-x)^2$　$18x=45$　$x=\frac{5}{2}$

△AHE∽△FHB より，$AH:HF=AD:BF=9:\frac{5}{2}=18:5$　したがって，$\triangle AEH=\frac{18}{5}\triangle EHF$

また，△IED≡△IFB だから，$EI:IF=ED:BF=1:1$　したがって，$\triangle EHI=\frac{1}{2}\triangle EHF$

よって，$\triangle AEH:\triangle EHI=\frac{18}{5}:\frac{1}{2}=36:5$

数-16-公-埼玉-KS-04

4　**問１**　点 A の y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times(-1)^2=\frac{1}{2}$　点 B の y 座標は，$\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$

直線 AB の式を $y=ax+b$ とする。

$A\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$ を通るから，$\frac{1}{2}=-a+b$…①

$B\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ を通るから，$\frac{9}{2}=3a+b$…②

①，②を連立方程式として解くと，$a=1$，$b=\frac{3}{2}$　よって，$y=x+\frac{3}{2}$

問２　四角形 CAOB＝△ABC＋△OAB　$C\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$より，BC＝3－(－3)＝6 (cm)　これを△ABC の底辺とみると，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times\left(\frac{9}{2}-\frac{1}{2}\right)=12(\mathrm{cm}^2)$

また，直線 AB と y 軸との交点を D とすると，$D\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$より，$OD=\frac{3}{2}$ cm

$\triangle OAB=\triangle OAD+\triangle OBD=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 3=\frac{3}{4}+\frac{9}{4}=3(\mathrm{cm}^2)$

よって，四角形 CAOB＝12＋3＝15 (cm^2)

問３　△PAB と△POB は辺 BP が共通だから，これを底辺とみたときの高さが等しいことになる。よって，OA // BP が成り立つ。