H30　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-18-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$4x+x$　を計算しなさい。

問２　$6-4\div(-2)$　を計算しなさい。

問３　$16a^2b\div(-8b)\times a$　を計算しなさい。

問４　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}$　を計算しなさい。

問５　x^2+x-12　を因数分解しなさい。

問６　連立方程式　$\begin{cases}2x-3y=11\\y=x-4\end{cases}$　を解きなさい。

問７　２次方程式　$3x^2-x-1=0$　を解きなさい。

問８　関数　$y=ax^2$　について，xの変域が　$-1\leqq x\leqq 2$　のとき，yの変域は　$-8\leqq y\leqq 0$　となりました。このとき，aの値を求めなさい。

問９　方程式　$3(2x-1)=-9$　を，次のように解きました。「等式の両辺に同じ数をたしても，等式は成り立つ」という等式の性質を使って，方程式を変形しているのはどこですか。**ア**～**エ**の中から１つ選び，その記号を書きなさい。

$3(2x-1)=-9$

$6x-3=-9$　　**ア**

$6x=-9+3$　　**イ**

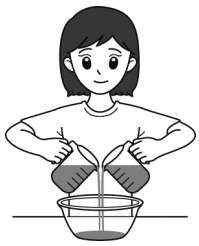
$6x=-6$　　**ウ**

$x=-1$　　**エ**

問 10　右の表は，あるクラスのハンドボール投げの記録を，度数分布表に表したものです。このクラスのハンドボール投げの記録の平均値を，度数分布表から求めなさい。

距離(m)	度数(人)
0以上　～　10未満	2
10　～　20	6
20　～　30	7
30　～　40	4
40　～　50	1
合計	20

問 11　濃度が，6%の食塩水と 10%の食塩水があります。この 2 種類の食塩水を混ぜあわせて，7%の食塩水を 600 g つくります。次の(1)，(2)に答えなさい。



(1) 7%の食塩水 600 g に含まれる食塩の質量を求めなさい。

(2) 6%の食塩水を x g，10%の食塩水を y g として，連立方程式をつくり，6%の食塩水と 10%の食塩水の質量をそれぞれ求めなさい。

なお，考えるときに，下の表を利用してもさしつかえありません。

	6%の食塩水	10%の食塩水	7%の食塩水
食塩水の質量(g)	x	y	
食塩の割合			
食塩の質量(g)			

数-18-公-埼玉-問-01B

1　**【問題Ｂ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$x+y-\dfrac{x-y}{6}$　を計算しなさい。

問２　$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$　のとき，$\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}$　の値を求めなさい。

問３　2 次方程式　$3(x-1)^2-(x-1)-1=0$　を解きなさい。

問４　関数　$y=-2x^2$　について，x の変域を　$-2 \leqq x \leqq a$　とするとき，y の変域が　$-8 \leqq y \leqq 0$　となるような a のとりうる値の範囲を求めなさい。

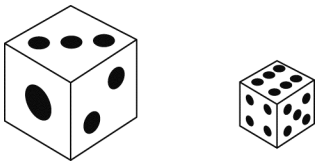
問５　右の表は，あるクラスのハンドボール投げの記録を，度数分布表に表したものです。このクラスのハンドボール投げの記録の平均値を，度数分布表から求めなさい。

距離(m)	度数(人)
0以上 ～ 10未満	2
10 ～ 20	6
20 ～ 30	7
30 ～ 40	4
40 ～ 50	1
合計	20

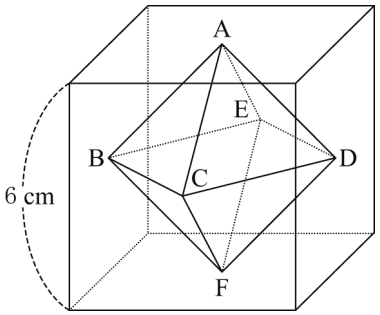
問６　ある自然数を 4 で割ると 3 余り，5 で割ると 4 余り，6 で割ると 5 余ります。このような自然数のうち，最も小さい数を求めなさい。

問７　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とします。a と b の積 ab の約数の個数が 3 個以上となる確率を求めなさい。

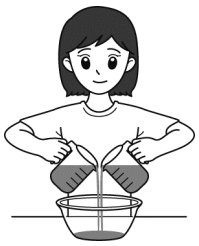
ただし，大小 2 つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。



問８　1 辺の長さが 6 cm の立方体があります。右の図のように，それぞれの面の対角線の交点を A，B，C，D，E，F とするとき，この 6 つの点を頂点とする正八面体の体積を求めなさい。



問９　濃度が，6%の食塩水と 10%の食塩水があります。この 2 種類の食塩水を混ぜあわせて，7%の食塩水を 600 g つくります。次の(1)，(2)に答えなさい。



(1) 7%の食塩水 600 g に含まれる食塩の質量を求めなさい。

(2) 6%の食塩水を x g，10%の食塩水を y g として，連立方程式をつくり，6%の食塩水と 10%の食塩水の質量をそれぞれ求めなさい。

なお，考えるときに，下の表を利用してもさしつかえありません。

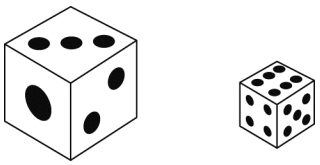
	6%の食塩水	10%の食塩水	7%の食塩水
食塩水の質量(g)	x	y	
食塩の割合			
食塩の質量(g)			

数-18-公-埼玉-問-02A

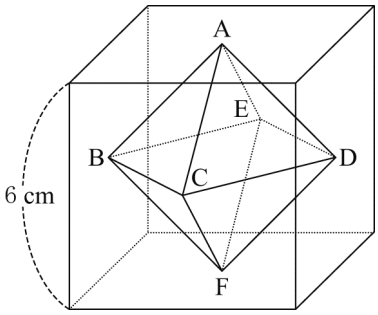
2　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とします。a と b の積 ab の約数の個数が 3 個以上となる確率を求めなさい。

ただし，大小 2 つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

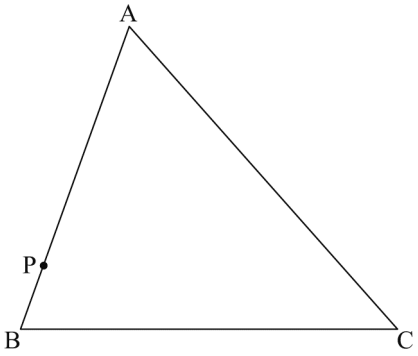


問２　１辺の長さが 6 cm の立方体があります。右の図のように，それぞれの面の対角線の交点を A，B，C，D，E，F とするとき，この 6 つの点を頂点とする正八面体の体積を求めなさい。



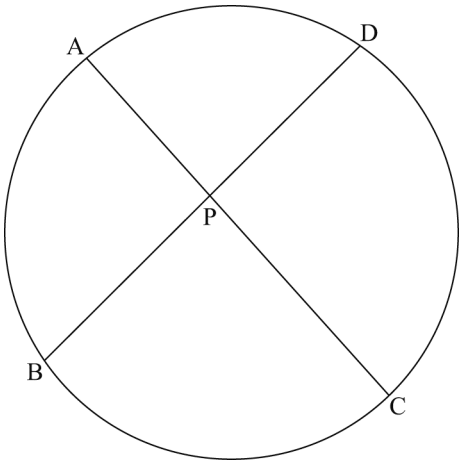
問３　下の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 P があります。点 P を通る直線を折り目として，点 A が辺 BC に重なるように△ABC を折ります。このとき，折り目となる直線をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問４　右の図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D をとり，線分 AC と BD との交点を P とします。

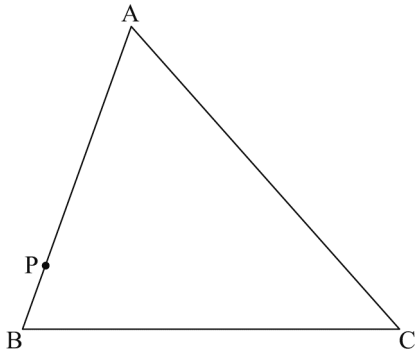
このとき，PA : PD＝PB : PC であることを証明しなさい。



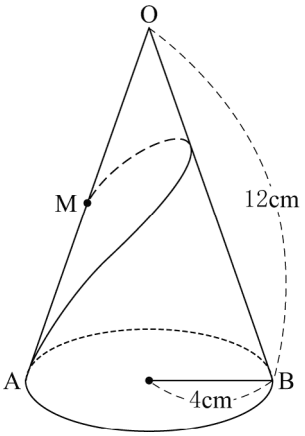
2 **【問題Ｂ】** 次の各問に答えなさい。

問１ 下の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 P があります。点 P を通る直線を折り目として，点 A が辺 BC に重なるように△ABC を折ります。このとき，折り目となる直線をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



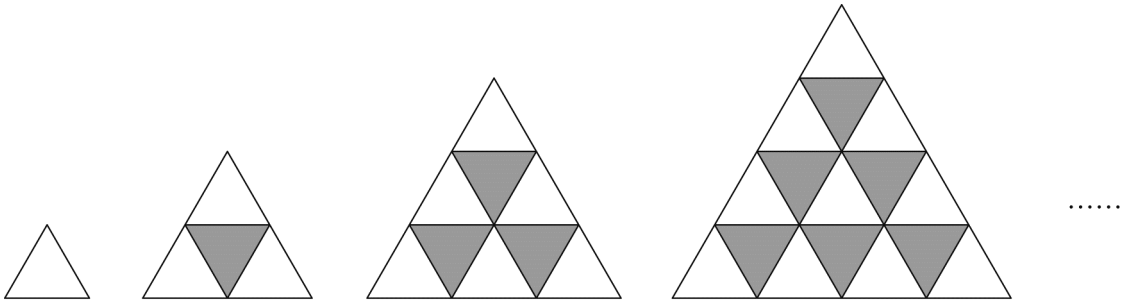
問２ 底面の半径が 4 cm，母線の長さが 12 cm の円錐があります。底面の 1 つの直径を AB とし，円錐の頂点を O とします。また，線分 OA の中点を M とします。この円錐の側面上に，下の図のように点 A から線分 OB と交わり点 M まで線をひくとき，最も短くなるようにひいた線の長さを求めなさい。



数-18-公-埼玉-問-03

3 下の図のように，同じ大きさの正三角形の白いタイルと黒いタイルをすき間なくしきつめて，1番目，2番目，3番目，4番目，……，n番目までの正三角形をつくります。

このとき，次の各問に答えなさい。



問1 下の表は，1番目，2番目，3番目，4番目，……，n番目までの正三角形をつくるのに必要な白いタイルと黒いタイルの枚数についてまとめたものです。［ア］と［イ］にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

	1	2	3	4	…	7	…	n
白いタイル(枚)	1	3	6	10	…	［ア］	…	
黒いタイル(枚)	0	1	3	6	…	［イ］	…	
タイルの合計(枚)	1	4	9	16	…		…	

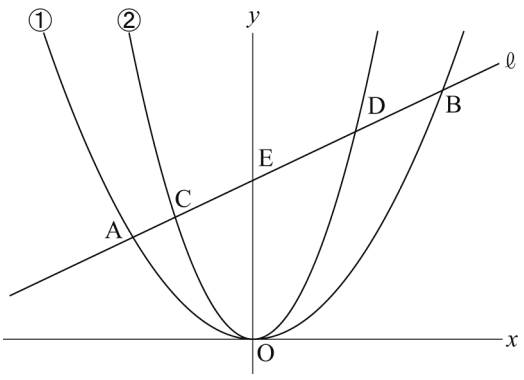
問2 n番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数をa枚とするとき，aをnを使った式で表しなさい。

数-18-公-埼玉-問-04A

4 **【問題A】** 右の**図1**において，曲線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，曲線②は関数 $y=ax^2\left(a>\frac{1}{2}\right)$ のグラフです。曲線①上にx座標が-2，3である2点A，Bをとり，この2点を通る直線ℓをひきます。直線ℓと曲線②との交点のうち x 座標が負である点をC，正である点をDとし，直線ℓとy軸との交点をEとします。

AC：CE＝1：3のとき，次の各問に答えなさい。

図1



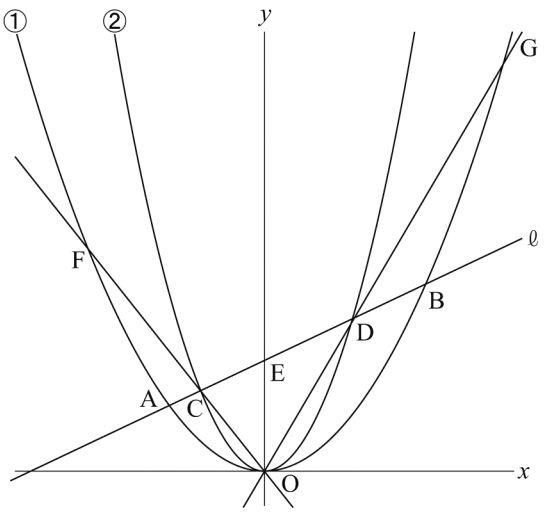
問1 直線ℓの式を求めなさい。

問２　a の値を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

問３　右の**図２**のように，直線 OC，OD をひき，曲線①との交点を F, G とします。四角形 CDGF の面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

図２

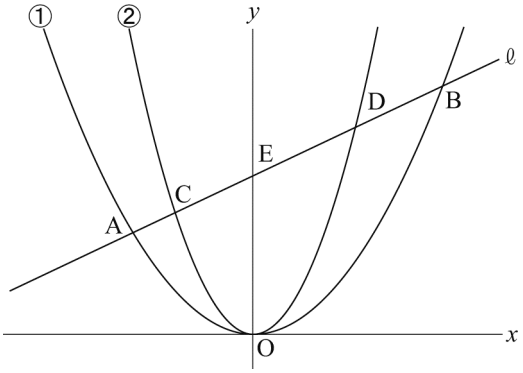


数-18-公-埼玉-問-04B

4　**【問題Ｂ】**　右の**図１**において，曲線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，曲線②は関数 $y=ax^2\left(a>\frac{1}{2}\right)$ のグラフです。曲線①上に x 座標が -2，3 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線ℓをひきます。直線ℓと曲線②との交点のうち x 座標が負である点を C，正である点を D とし，直線ℓと y 軸との交点を E とします。

AC : CE＝1 : 3 のとき，次の各問に答えなさい。

図１



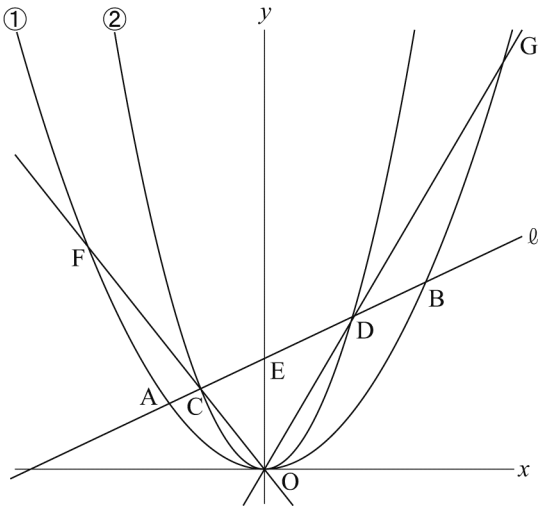
問１　直線ℓの式を求めなさい。

問２　a の値を求めなさい。

問３　右の**図２**のように，直線 OC，OD をひき，曲線①との交点を F, G とします。四角形 CDGF の面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

図２



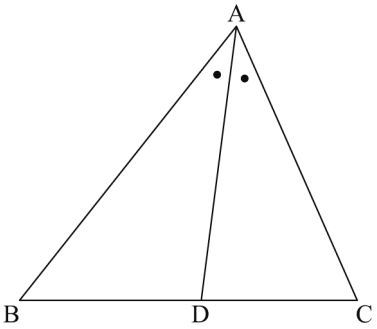
数-18-公-埼玉-問-05B

5　**【問題Ｂ】**　右の**図１**のように，△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とします。

このとき，次の各問に答えなさい。

問１　AB : AC＝BD : DC が成り立つことを証明しなさい。その際，解答用紙の図を用いてもよいものとします。

図１

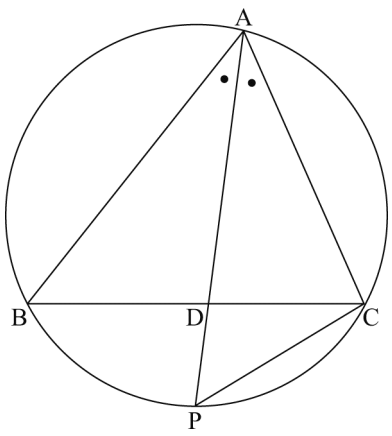


問２　下の**図２**のように，3 点 A，B，C を通る円をかき，線分 AD を延長した直線との交点を P とします。AB＝5 cm，AC＝4 cm，CP＝$\sqrt{5}$cm のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 線分 BP の長さを求めなさい。

(2) 線分 AD の長さを，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

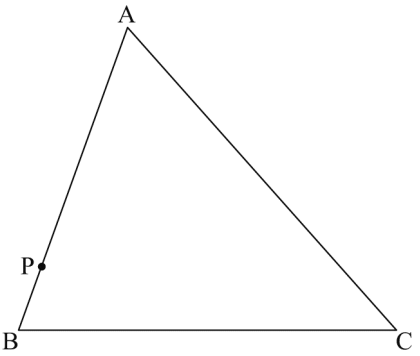
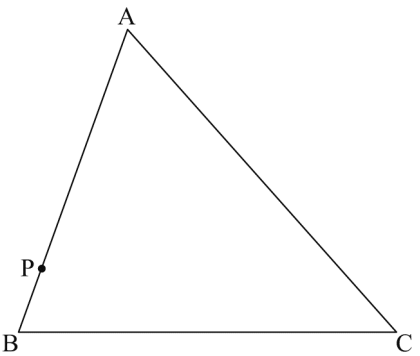
図２

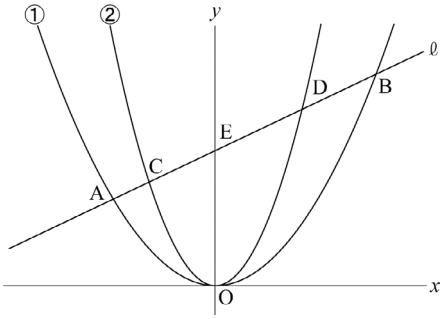


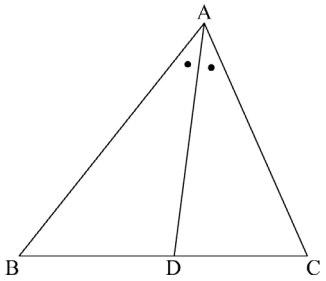
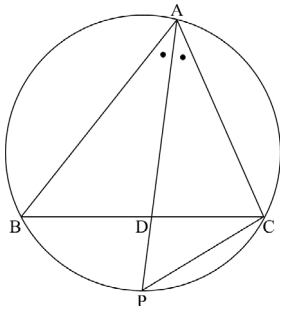
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−埼玉−KY−01A	1 問題A	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６	$x=$　　，$y=$			
		問７	$x=$			
		問８	$a=$			
		問９				
		問 10	m			
		問 11	(1)	g		
			(2)	(連立方程式) { 6%の食塩水　　g 10%の食塩水　　g		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数－I8－公－埼玉－KY－01B	1 問題B	問１				
		問２				
		問３	$x=$			
		問４				
		問５	m			
		問６				
		問７				
		問８	cm^3			
		問９	(1)	g		
			(2)	(連立方程式) $\begin{cases} \\ \end{cases}$ 6%の食塩水　　g 10%の食塩水　　g		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−埼Ⅱ−XY−02A	2 問題A	問１			
		問２	cm^3		
		問３			
		問４	〔証明〕		
数−18−公−埼Ⅱ−XY−02B	2 問題B	問１			
		問２	cm		

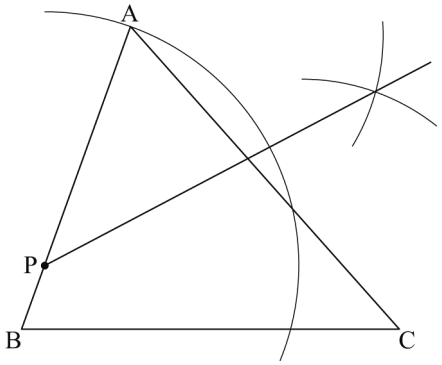
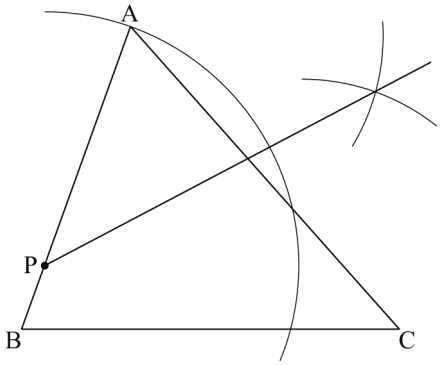
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−埼玉−KY−03	3	問１	ア		
			イ		
		問２	$a=$		
数−18−公−埼玉−KY−04A	4 問題A	問１	$y=$		
		問２	〔説明〕  答え　$a=$		
		問３	cm^2		
数−18−公−埼玉−KY−04B	4 問題B	問１	$y=$		
		問２	$a=$		
		問３	cm^2		

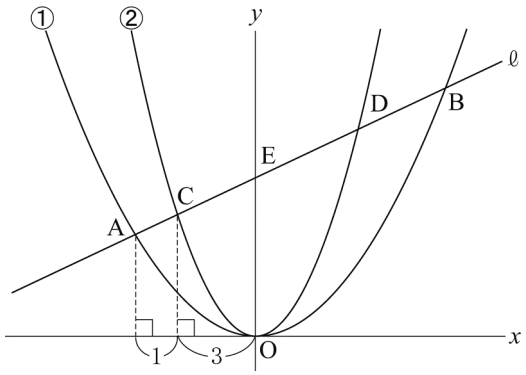
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−埼玉−KY−05B	5 問題B	問1	〔証明〕  			
		問2	(1)	BP＝　　cm		
			(2)	〔説明〕  答え　AD＝　　cm		

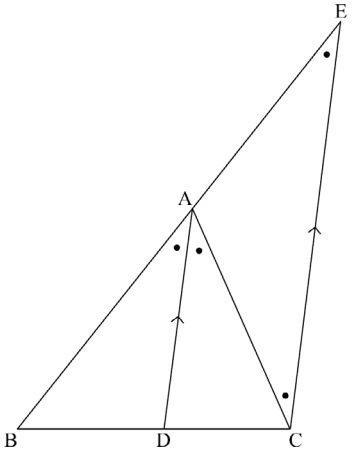
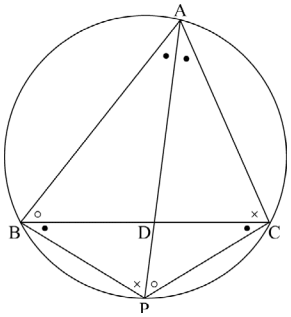
数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-18-公-埼玉-K-01A	1 問題A	問1		$5x$	4	
		問2		8	4	
		問3		$-2a^3$	4	
		問4		$\sqrt{3}$	4	
		問5		$(x-3)(x+4)$	4	
		問6		$x=1,\ y=-3$	4	
		問7		$x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$	4	
		問8		$a=-2$	4	
		問9		イ	4	
		問10		23　(m)	5	
		問11	(1)	42　(g)	4	
			(2)	(連立方程式) $\begin{cases} x+y=600 \\ \dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42 \end{cases}$ (6%の食塩水)　450　(g) (10%の食塩水)　150　(g)	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−埼玉−K−01B	1 問題B	問1	$\dfrac{5x+7y}{6}$		4	
		問2	$-4\sqrt{6}$		4	
		問3	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$		4	
		問4	$0 \leqq a \leqq 2$		4	
		問5	23　(m)		5	
		問6	59		5	
		問7	$\dfrac{29}{36}$		5	
		問8	36　(cm^3)		5	
		問9	(1)	42　(g)	4	
			(2)	(連立方程式) $\begin{cases} x+y=600 \\ \dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42 \end{cases}$ (6%の食塩水)　450　(g) (10%の食塩水)　150　(g)	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−I8−公−埼玉−K−02A	2 問題A	問１	$\frac{29}{36}$	5	
		問２	36　(cm^3)	5	
		問３	(例)  	5	作図の方法を利用して記入されているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問４	〔証明〕 (例) △PAB と△PDC において， 円周角の定理より， ∠BAP＝∠CDP　……① また，対頂角は等しいから， ∠APB＝∠DPC　……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △PAB∽△PDC したがって， PA：PD＝PB：PC	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数−I8−公−埼玉−K−02B	2 問題B	問１	(例)  	5	作図の方法を利用して記入されているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	$6\sqrt{7}$　(cm)	6	

	問題番号		解答		配点	備考
数−I8−公−埼玉−K−03	3	問1	ア	28	4	
			イ	21		
		問2	$a=\dfrac{n^2-n}{2}$		6	
数−I8−公−埼玉−K−04A	4 問題A	問1	$y=\dfrac{1}{2}x+3$		5	
		問2	〔説明〕 (例) AC：CE＝1：3 だから，図のようになる。  点 A の x 座標は−2 だから，点 C の x 座標は$-\dfrac{3}{2}$，点 C は直線ℓ上の点だから， $\mathrm{C}\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{9}{4}\right)$ よって，$y=ax^2$ に代入して，$a=1$ (答え)　$a=1$		7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問3	$\dfrac{63}{4}$ (cm^2)		6	
数−I8−公−埼玉−K−04B	4 問題B	問1	$y=\dfrac{1}{2}x+3$		5	
		問2	$a=1$		5	
		問3	$\dfrac{63}{4}$ (cm^2)		6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公+埼玉−K−05B	5 問題B	問1	〔証明〕 (例) 図のように，点Eをとると，AD // ECから， ∠BAD＝∠AEC ∠DAC＝∠ACE  仮定より，∠BAD＝∠DACだから， ∠AEC＝∠ACE よって，△ACEは二等辺三角形となるので， AE＝AC　…① △BECにおいて，AD // ECから， BA : AE＝BD : DC　…② ①，②から，AB : AC＝BD : DC	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		(1)	$BP=\sqrt{5}$ (cm)	4	
		問2 (2)	〔説明〕 $BD=t$ とおくと，AB : AC＝BD : DCであるから，$DC=\frac{4}{5}t$ △DAB∽△DCPだから， DB : AB＝DP : CP DA : AB＝DC : CP よって， $DP=\frac{\sqrt{5}}{5}t$ $DA=\frac{4\sqrt{5}}{5}t$  また，△ABP∽△ADCだから， AB : AP＝AD : AC $5 : \sqrt{5}t=\frac{4\sqrt{5}}{5}t : 4$ $t=\sqrt{5}$ したがって，$AD=\frac{4\sqrt{5}}{5}\times\sqrt{5}=4$ (答え)　AD＝4 (cm)	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

数-18-公-埼玉-KS-01A

1 【問題Ａ】　問１　$4x+x=(4+1)x=5x$

問２　$6-4\div(-2)=6+2=8$

問３　$16a^2b\div(-8b)\times a=-\dfrac{16a^2b\times a}{8b}=-2a^3$

問４　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

問５　x^2+x-12 について，和が 1，積が -12 となる 2 数は，-3 と 4 だから，
$x^2+x-12=x^2+\{(-3)+4\}x+(-3)\times4=(x-3)(x+4)$

問６　$2x-3y=11$…①，$y=x-4$…②とする。
①に②を代入して，$2x-3(x-4)=11$　$2x-3x+12=11$　$-x=-1$　$x=1$…③
②に③を代入して，$y=1-4=-3$

問７　2 次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

問８　$-1\leqq x\leqq2$ について，-1 と 2 では 2 の方が絶対値が大きいから，$x=2$ のとき $y=-8$ となる。
よって，$y=ax^2$ に $x=2$，$y=-8$ を代入して，$-8=a\times2^2$　$4a=-8$　$a=-2$

問９　**ア**の変形は「分配法則による式の展開」，**イ**の変形は「等式の両辺に同じ数をたしても，等式は成り立つ」，**ウ**の変形は「加法による右辺の整理」，**エ**の変形は「等式の両辺を同じ数で割っても，等式は成り立つ」という性質を使っている。

問 10　各階級の階級値は，記録が短い階級から順に，5，15，25，35，45(m)だから，求める平均値は，
$\dfrac{5\times2+15\times6+25\times7+35\times4+45\times1}{20}=\dfrac{460}{20}=23$(m)

問 11　(1)　$600\times\dfrac{7}{100}=42$(g)

(2)　食塩水の質量について，$x+y=600$…①，食塩の質量について，$\dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42$…②がそれぞれ成り立つ。②を整理すると，$3x+5y=2100$…③となるから，①，③を連立方程式として解いて，
$x=450$，$y=150$

数-18-公-埼玉-KS-01B

1 【問題Ｂ】　問１　$x+y-\dfrac{x-y}{6}=\dfrac{6x+6y}{6}-\dfrac{x-y}{6}=\dfrac{6x+6y-x+y}{6}=\dfrac{5x+7y}{6}$

問２　$\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}=\dfrac{y^2-x^2}{xy}=\dfrac{(y+x)(y-x)}{xy}$ である。ここで，$y+x=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{3}$，
$y-x=\sqrt{3}-\sqrt{2}-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=-2\sqrt{2}$，$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2=1$ だから，
求める式の値は，$\dfrac{2\sqrt{3}\times(-2\sqrt{2})}{1}=-4\sqrt{6}$

問３　$3(x-1)^2-(x-1)-1=0$ において，$x-1=A$ とおくと，$3A^2-A-1=0$
2 次方程式の解の公式より，$A=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$
よって，$x-1=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}+1$　$x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$

問４　$y=-2x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=-2\times(-2)^2=-8$　y の変域に $y=0$ が含まれるので，x の変域にも $x=0$ が含まれるから，$a\geqq0$　また，$a>2$ のとき，$y<-8$ となるので，$0\leqq a\leqq2$

問５　各階級の階級値は，記録が短い階級から順に，5，15，25，35，45(m)だから，求める平均値は，
$\dfrac{5\times2+15\times6+25\times7+35\times4+45\times1}{20}=\dfrac{460}{20}=23$(m)

問６　ある自然数に 1 をたすと，4，5，6 のいずれの数でも割り切れるようになるから，ある自然数に 1 をたしてできる数は，4，5，6 の公倍数である。4，5，6 の最小公倍数は 60 だから，ある自然数のうち，最も小さい数は，60－1＝59

問７　大，小 2 つのさいころの目の出方は，6×6＝36(通り)　出た目の数の積 ab の値について，約数の個数が 2 個以下となるのは，ab の値が 1 または素数となるときである。このような目の出方は，$(a,\ b)$＝(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，5)，(2，1)，(3，1)，(5，1)の 7 通りだから，約数の個数が 3 個以上となるのは，36－7＝29(通り)　よって，求める確率は，$\dfrac{29}{36}$

問８　各面の対角線の交点は，その面の正方形の対称の中心となる。四角形 BCDE は BD⊥CE，BD＝CE＝6cm の四角形だから，その面積は，6×6÷2＝18(cm²)　点 A，B，C，D，E，F を頂点とする立体は，四角形 BCDE で四角すい A－BCDE と四角すい F－BCDE に分けられる。四角すい A－BCDE と四角すい F－BCDE はともに，底面が四角形 BCDE，高さが 3cm の四角すいだから，求める体積は，$\left(\dfrac{1}{3}\times 18\times 3\right)\times 2=36(\text{cm}^3)$

問９　(1)　$600\times\dfrac{7}{100}=42(\text{g})$

(2) 食塩水の質量について，$x+y=600$…①，食塩の質量について，$\dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42$…②がそれぞれ成り立つ。②を整理すると，$3x+5y=2100$…③となるから，①，③を連立方程式として解いて，$x=450$，$y=150$

数-18-公-埼玉-KS-02A

2　**【問題Ａ】**　**問１**　大，小 2 つのさいころの目の出方は，6×6＝36(通り)　出た目の数の積 ab の値について，約数の個数が 2 個以下となるのは，ab の値が 1 または素数となるときである。このような目の出方は，$(a,\ b)$＝(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，5)，(2，1)，(3，1)，(5，1)の 7 通りだから，約数の個数が 3 個以上となるのは，36－7＝29(通り)　よって，求める確率は，$\dfrac{29}{36}$

問２　各面の対角線の交点は，その面の正方形の対称の中心となる。四角形 BCDE は BD⊥CE，BD＝CE＝6cm の四角形だから，その面積は，6×6÷2＝18(cm²)　点 A，B，C，D，E，F を頂点とする立体は，四角形 BCDE で四角すい A－BCDE と四角すい F－BCDE に分けられる。四角すい A－BCDE と四角すい F－BCDE はともに，底面が四角形 BCDE，高さが 3cm の四角すいだから，求める体積は，$\left(\dfrac{1}{3}\times 18\times 3\right)\times 2=36(\text{cm}^3)$

問３　点 A が移る点を A′とする。点 P は折り目となる直線上にあり，点 A′は折り目となる直線について，点 A と対称な位置にあるから，線分 AA′の垂直二等分線上に点 P があればよい。このとき，PA＝PA′だから，点 A′は点 P を中心とし，半径が PA の円と辺 BC との交点である。以上から，点 P を中心とし，半径が PA の円と辺 BC との交点 A′を作図によって求め，線分 AA′の垂直二等分線を作図すればよい。

問４　点 A と点 B，点 C と点 D をそれぞれ結ぶと△PAB と△PDC ができる。この 2 つの三角形が相似であることを証明し，相似な図形の辺の比は等しいことから，PA：PD＝PB：PC であることを示せばよい。

△PAB と△PDC において，
円周角の定理より，∠BAP＝∠CDP…①
また，対頂角は等しいから，∠APB＝∠DPC…②
①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので，△PAB∽△PDC
したがって，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，PA：PD＝PB：PC
②のかわりに，円周角の定理より，∠ABP＝∠DCP を用いてもよい。

数-18-公-埼玉-KS-02B

2 【問題Ｂ】　問１　点Ａが移る点をＡ′とする。点Ｐは折り目となる直線上にあり，点Ａ′は折り目となる直線について，点Ａと対称な位置にあるから，線分ＡＡ′の垂直二等分線上に点Ｐがあればよい。このとき，ＰＡ＝ＰＡ′だから，点Ａ′は点Ｐを中心とし，半径がＰＡの円と辺ＢＣとの交点である。以上から，点Ｐを中心とし，半径がＰＡの円と辺ＢＣとの交点Ａ′を作図によって求め，線分ＡＡ′の垂直二等分線を作図すればよい。

問２　円すいを母線ＯＡに沿って展開する。側面のおうぎ形において，組み立てたときに点Ａと重なる点をＡ′とする。側面のおうぎ形ＯＡＡ′の弧の長さは，底面の円周の長さに等しいから，側面のおうぎ形ＯＡＡ′の中心角の大きさをa°とすると，$2\pi\times12\times\frac{a}{360}=2\pi\times4$　整理すると，$a=120$

おうぎ形ＯＡＡ′において，点Ｍを線分ＯＡ′上にとると，ひいた線が最も短くなるのは，その線が線分ＡＭと一致するときである。

線分ＡＯを点Ｏの方向に延ばした直線に点Ｍから垂線をひき，直線ＡＯとの交点をＣとすると，

$\angle COM=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，$\angle OCM=90^\circ$で，ＯＭ＝6cmだから，

$OC=6\times\frac{1}{2}=3$(cm)，$CM=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm)

△ＡＭＣは$\angle ACM=90^\circ$の直角三角形だから，三平方の定理より，

$AM=\sqrt{(12+3)^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{7}$ (cm)

数-18-公-埼玉-KS-03

3 問１　タイルの合計の枚数は，1番目の図形で1枚，2番目の図形で4枚，3番目の図形で9枚，…となっているので，n番目の図形でn^2枚となる。よって，7番目の図形では，タイルの枚数の合計は，$7^2=49$(枚)　ここで，1つの図形の中で，白いタイルの枚数から黒いタイルの枚数を引いた差に注目すると，その差は，1番目の図形で1枚，2番目の図形で2枚，3番目の図形で3枚，…となっているので，7番目の図形では黒いタイルの枚数は白いタイルの枚数より7枚少なくなる。よって，黒いタイルの枚数をx枚とすると，白いタイルの枚数は$(x+7)$枚となるから，$x+(x+7)=49$　$x=21$

よって，白いタイルの枚数は，21＋7＝28(枚)，黒いタイルの枚数は，21枚

問２　タイルの合計の枚数は，n番目の図形でn^2枚，n番目の図形では黒いタイルの枚数は白いタイルの枚数よりn枚少なくなる。よって，黒いタイルの枚数をa枚とすると，白いタイルの枚数は$(a+n)$枚となるから，$a+(a+n)=n^2$　$2a=n^2-n$　$a=\frac{n^2-n}{2}$

数-18-公-埼玉-KS-04A

4 【問題Ａ】　問１　点Ａは曲線①$y=\frac{1}{2}x^2$上の点で，$x=-2$より，A$(-2,\ 2)$

点Ｂは曲線①$y=\frac{1}{2}x^2$上の点で，$x=3$より，B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

直線ℓの式を$y=mx+n$とすると，$m=\left(\frac{9}{2}-2\right)\div\{3-(-2)\}=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x+n$に，$x=-2$，$y=2$を代入して，$2=\frac{1}{2}\times(-2)+n$　$n=3$　よって，$y=\frac{1}{2}x+3$

問２　2点Ａ，Ｃからx軸にひいた垂線とx軸との交点をそれぞれＡ′，Ｃ′とする。

ＡＣ：ＣＥ＝1：3だから，Ａ′Ｃ′：Ｃ′Ｏ＝1：3

点Ａのx座標は-2だから，点Ｃのx座標は，$-2\times\frac{3}{1+3}=-\frac{3}{2}$

点Ｃは直線ℓの$y=\frac{1}{2}x+3$上の点で，$x=-\frac{3}{2}$より，C$\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$

点Ｃは曲線②$y=ax^2$上の点でもあるので，$\frac{9}{4}=a\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2$　$\frac{9}{4}a=\frac{9}{4}$　$a=1$

問３　直線 OC は原点を通る直線で，$C\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$だから，その式は，$y=-\frac{3}{2}x$

点 F は曲線①と直線 OC との交点のうち，原点 O と異なる点だから，$y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-\frac{3}{2}x$ を連立方程式とみて y を消去すると，$\frac{1}{2}x^2=-\frac{3}{2}x$　$x^2+3x=0$　$x(x+3)=0$　$x=-3,\ 0$

$x=0$ が表すのは原点の x 座標だから，点 F の x 座標は-3　よって，$F\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$

同様にして，点 D の座標は(2，4)，点 G の座標は(4，8)である。

ここで，△OCD と△OFG において，$OC:OF=\frac{3}{2}:3=1:2$，$OD:OG=2:4=1:2$，∠COD＝∠FOG だから，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△OCD∽△OFG であり，相似比は 1：2　よって，面積比は，$\triangle OCD:\triangle OFG=1^2:2^2=1:4$

$\triangle OCD=\triangle OEC+\triangle OED=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times3\times2=\frac{21}{4}$ (cm²)

したがって，$\triangle OFG=\triangle OCD\times4=21$(cm²)だから，四角形 CDGF の面積は，$21-\frac{21}{4}=\frac{63}{4}$ (cm²)

数-18-公-埼玉-KS-04B

4　**【問題Ｂ】**　**問１**　点 A は曲線①$y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，$x=-2$ より，A$(-2,\ 2)$

点 B は曲線①$y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，$x=3$ より，$B\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

直線ℓの式を $y=mx+n$ とすると，$m=\left(\frac{9}{2}-2\right)\div\{3-(-2)\}=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x+n$ に，$x=-2$，$y=2$ を代入して，$2=\frac{1}{2}\times(-2)+n$　$n=3$　よって，$y=\frac{1}{2}x+3$

問２　2 点 A，C から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をそれぞれ A′，C′とする。

AC：CE＝1：3 だから，A′C′：C′O＝1：3

点 A の x 座標は-2 だから，点 C の x 座標は，$-2\times\frac{3}{1+3}=-\frac{3}{2}$

点 C は直線ℓの $y=\frac{1}{2}x+3$ 上の点で，$x=-\frac{3}{2}$ より，$C\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$

点 C は曲線②$y=ax^2$ 上の点でもあるので，$\frac{9}{4}=a\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2$　$\frac{9}{4}a=\frac{9}{4}$　$a=1$

問３　直線 OC は原点を通る直線で，$C\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$だから，その式は，$y=-\frac{3}{2}x$

点 F は曲線①と直線 OC との交点のうち，原点 O と異なる点だから，$y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-\frac{3}{2}x$ を連立方程式とみて y を消去すると，$\frac{1}{2}x^2=-\frac{3}{2}x$　$x^2+3x=0$　$x(x+3)=0$　$x=-3,\ 0$

$x=0$ が表すのは原点の x 座標だから，点 F の x 座標は-3　よって，$F\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$

同様にして，点 D の座標は(2，4)，点 G の座標は(4，8)である。

ここで，△OCD と△OFG において，$OC:OF=\frac{3}{2}:3=1:2$，$OD:OG=2:4=1:2$，∠COD＝∠FOG だから，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△OCD∽△OFG であり，相似比は 1：2　よって，面積比は，$\triangle OCD:\triangle OFG=1^2:2^2=1:4$

$\triangle OCD=\triangle OEC+\triangle OED=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times3\times2=\frac{21}{4}$ (cm²)

したがって，$\triangle OFG=\triangle OCD\times4=21$(cm²)だから，四角形 CDGF の面積は，$21-\frac{21}{4}=\frac{63}{4}$ (cm²)

5 【問題B】 問１ 辺 BA を点 A の方向に延ばした直線と，点 C を通り線分 AD に平行な直線との交点を E とする。

AD∥EC から，平行線の同位角，錯角はそれぞれ等しいので，∠BAD＝∠AEC，∠DAC＝∠ACE

仮定より，∠BAD＝∠DAC だから，∠AEC＝∠ACE

よって，△ACE は二等辺三角形となるので，AE＝AC…①

△BEC において，AD∥EC から，三角形と比の定理より，BA : AE＝BD : DC…②

①，②から，AB : AC＝BD : DC

問２ (1) 点 B と点 P を結ぶ。円周角の定理より，∠PAB＝∠PCB，∠PAC＝∠PBC

仮定より，∠BAD＝∠DAC　よって，∠PBC＝PCB

したがって，△BPC は二等辺三角形となるので，PB＝PC　よって，PB＝PC＝$\sqrt{5}$ cm

(2) BD＝$t$cm とおくと，問１より，AB : AC＝BD : DC だから，5 : 4＝t : DC　DC＝$\frac{4}{5}$ $t$cm

△DAB と△DCP において，円周角の定理より，∠DAB＝∠DCP，∠DBA＝∠DPC だから，2 組の角がそれぞれ等しいので，△DAB∽△DCP

よって，DB : AB＝DP : CP…③，DA : AB＝DC : CP…④

③より，t : 5＝DP : $\sqrt{5}$　DP＝$\frac{\sqrt{5}}{5}$ $t$cm　④より，DA : 5＝$\frac{4}{5}$ t : $\sqrt{5}$　DA＝$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ $t$cm

したがって，AP＝DA＋DP＝$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ t＋＝$\frac{\sqrt{5}}{5}$ t＝$\sqrt{5}$ t(cm)

また，△ABP と△ADC において，円周角の定理より，∠APB＝∠ACD，仮定より，∠BAP＝∠DAC だから，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABP∽△ADC

よって，AB : AP＝AD : AC　5 : $\sqrt{5}$ t＝$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ t : 4　t＝$\sqrt{5}$

したがって，AD＝$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ×$\sqrt{5}$ ＝4(cm)