Ｒ３　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-21-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$4x-9x$　を計算しなさい。

問２　$-3+(-4)\times 5$　を計算しなさい。

問３　$4xy\div 8x\times 6y$　を計算しなさい。

問４　方程式　$3x+2=5x-6$　を解きなさい。

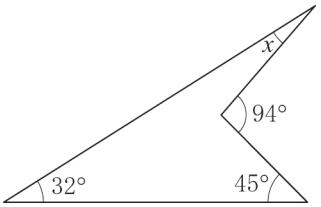
問５　$2\sqrt{3}-\dfrac{15}{\sqrt{3}}$　を計算しなさい。

問６　$x^2+7x-18$　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}5x-4y=9\\2x-3y=5\end{cases}$　を解きなさい。

問８　２次方程式　$2x^2-5x+1=0$　を解きなさい。

問９　右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

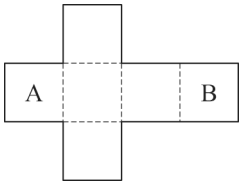


問 10　関数　$y=ax^2$　について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は $-36\leqq y\leqq 0$ となりました。このとき，a の値を求めなさい。

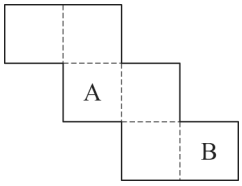
問 11　半径が 2 cm の球の体積と表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。

問 12　次の**ア**～**エ**は立方体の展開図です。これらをそれぞれ組み立てて立方体をつくったとき，面 A と面 B が平行になるものを，**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

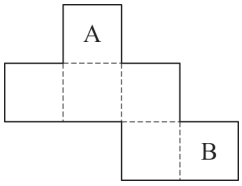
ア



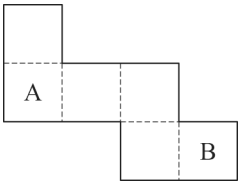
イ



ウ



エ



問 13　地球の直径は約 12700 km です。有効数字が 1，2，7 であるとして，この距離を整数部分が 1 けたの数と，10 の何乗かの積の形で表すと次のようになります。［ア］と［イ］にあてはまる数を書きなさい。

$$\boxed{\text{ア}} \times 10^{\boxed{\text{イ}}} \ \text{km}$$

問 14　1 から 6 までの目が出る 1 つのさいころを投げます。このときの目の出方について述べた文として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとします。

ア　さいころを 6 回投げるとき，そのうち 1 回はかならず 6 の目が出る。

イ　さいころを 3 回投げて 3 回とも 1 の目が出たあとに，このさいころをもう一度投げるとき，1 の目が出る確率は$\frac{1}{6}$より小さくなる。

ウ　さいころを 2 回投げるとき，偶数の目と奇数の目は 1 回ずつ出る。

エ　さいころを 1 回投げるとき，3 以下の目が出る確率と 4 以上の目が出る確率は同じである。

問 15　右の表は，あるクラスの生徒 40 人の休日の学習時間を度数分布表に表したものです。このクラスの休日の学習時間の中央値（メジアン）が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

学習時間(時間)			度数(人)
以上		未満	
0	～	2	2
2	～	4	4
4	～	6	12
6	～	8	14
8	～	10	8
合計			40

問16 Aさんは，同じ大きさの3本の筒を**図1**のように並べてひもで束ねようとしましたが，ひもの長さが足りませんでした。そこで，**図2**のように並べかえたところ，ひもで束ねることができました。必要なひもの長さの違いに興味をもったAさんは，筒を並べてその周りにひもを巻いたものを上からみた様子を，下の**ア**，**イ**のように模式的に表しました。

円の半径を2 cm，円周率をπとするとき，**ア**と**イ**のひもの長さの差を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

ただし，必要なひもの長さは1周だけ巻いたときの最も短い長さとし，ひもの太さや結び目については考えないものとします。

図1

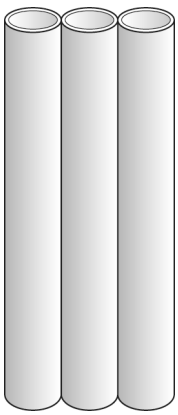
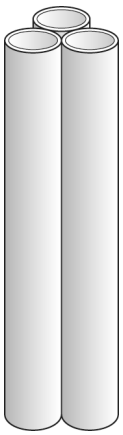
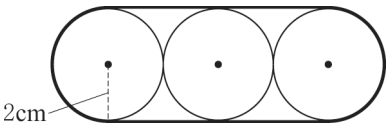


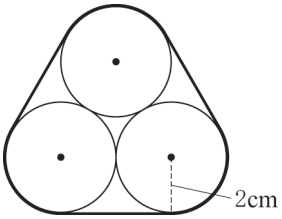
図2



ア



イ



数-21-公-埼玉-問-01B

1 **【問題B】** 次の各問に答えなさい。

問1 $\dfrac{4x-y}{2}-(2x-3y)$ を計算しなさい。

問2 $x=3+\sqrt{5}$，$y=3-\sqrt{5}$ のとき，x^2-6x+y^2-6y の値を求めなさい。

問3 2次方程式 $(2x+1)^2-7(2x+1)=0$ を解きなさい。

問4 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が$-2\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は$-36\leqq y\leqq 0$ となりました。このとき，a の値を求めなさい。

問５　地球の直径は約 12700 km です。有効数字が 1，2，7 であるとして，この距離を整数部分が 1 けたの数と，10 の何乗かの積の形で表すと次のようになります。［ア］と［イ］にあてはまる数を書きなさい。

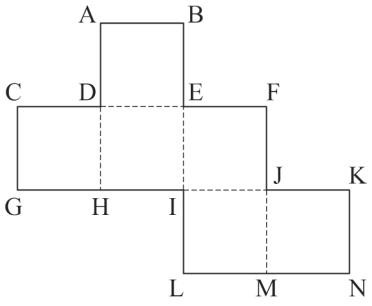
$$\boxed{\text{ア}} \times 10^{\boxed{\text{イ}}} \ \text{km}$$

問６　右の表は，あるクラスの生徒 40 人の休日の学習時間を度数分布表に表したものです。このクラスの休日の学習時間の中央値（メジアン）が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

学習時間(時間)			度数(人)
以上		未満	
0	～	2	2
2	～	4	4
4	～	6	12
6	～	8	14
8	～	10	8
合計			40

問７　右の図は立方体の展開図です。これを組み立てて立方体をつくったとき，辺 AB とねじれの位置になる辺を，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　辺 CG　　**イ**　辺 JM　　**ウ**　辺 LM　　**エ**　辺 KN



問８　ある高校の昨年度の全校生徒数は 500 人でした。今年度は昨年度と比べて，市内在住の生徒数が 20%減り，市外在住の生徒数が 30%増えましたが，全校生徒数は昨年度と同じ人数でした。今年度の市内在住の生徒数を求めなさい。

問９　赤玉 3 個と白玉 2 個が入っている袋があります。この袋から玉を 1 個取り出して色を確認して，それを袋に戻してから，もう一度玉を 1 個取り出して色を確認します。このとき，2 回とも同じ色の玉が出る確率を求めなさい。

ただし，袋の中は見えないものとし，どの玉が出ることも同様に確からしいものとします。

問10 Aさんは，同じ大きさの7本の筒を**図1**のように並べてひもで束ねようとしましたが，ひもの長さが足りませんでした。そこで，**図2**のように並べかえたところ，ひもで束ねることができました。必要なひもの長さの違いに興味をもったAさんは，筒を並べてその周りにひもを巻いたものを上からみた様子を，下の**ア**，**イ**のように模式的に表しました。

円の半径をr cm，円周率をπとするとき，**ア**と**イ**のひもの長さの差を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

ただし，必要なひもの長さは1周だけ巻いたときの最も短い長さとし，ひもの太さや結び目については考えないものとします。

図1

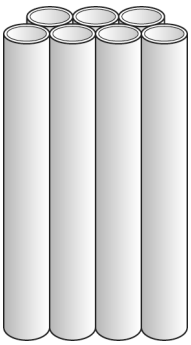
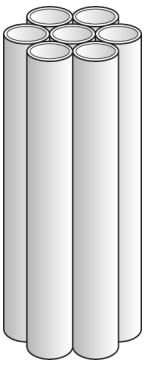
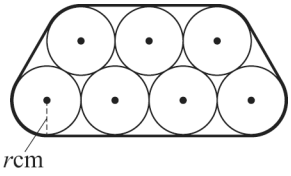


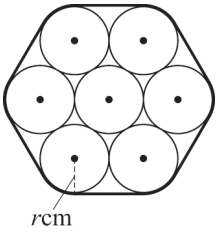
図2



ア



イ

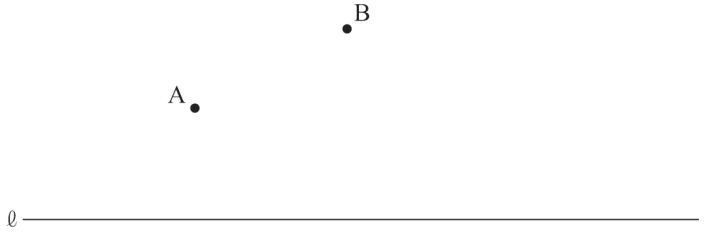


数-21-公-埼玉-問-02A

2 【問題A】 次の各問に答えなさい。

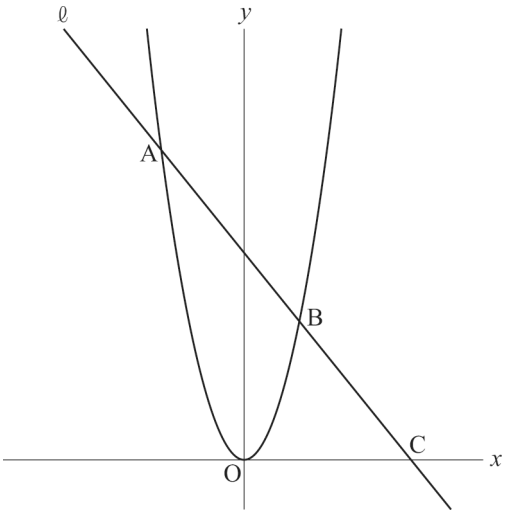
問1 下の図のように，直線ℓと直線ℓ上にない2点A，Bがあります。直線ℓ上にあり，2点A，Bから等しい距離にある点Pを，コンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　右の図で，曲線は関数　$y=2x^2$　のグラフです。曲線上に x 座標が -3，2 である２点 A，B をとり，この２点を通る直線ℓをひきます。直線ℓと x 軸との交点を C とするとき，△AOC の面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

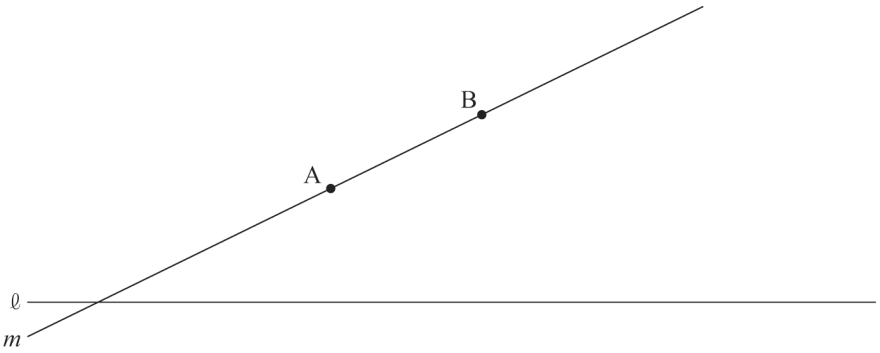


数-21-公-埼玉-問-02B

2 【問題Ｂ】　次の各問に答えなさい。

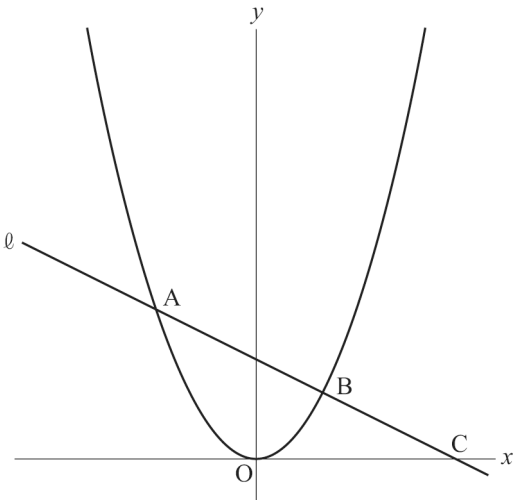
問１　下の図のように，直線ℓ と直線ℓ 上にない２点 A，B があり，この２点を通る直線を m とします。直線ℓと直線 m からの距離が等しくなる点のうち，２点 A，B から等しい距離にある点を P とするとき，点 P をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　右の図で，曲線は関数　$y=\frac{1}{2}x^2$　のグラフです。曲線上に x 座標が-3，2 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線ℓをひきます。直線ℓと x 軸との交点を C とするとき，△AOC を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし，円周率はπとし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



数-21-公-埼玉-問-03A

3　**【問題Ａ】**　次は，先生と A さんの会話です。これを読んで，下の各問に答えなさい。

先　生　「次の表は，式 $3x+5$ について，x に 1 から順に自然数を代入したときの $3x+5$ の値を表したものです。表をみて気づいたことはありますか。」

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
$3x+5$	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	…

A さん　「表をみると，x に 1，5，9 を代入したときの $3x+5$ の値が，すべて 4 の倍数になっています。」

先　生　「1，5，9 の共通点はありますか。」

A さん　「1 も 5 も 9 も，4 で割ると 1 余る数です。」

先　生　「4 で割ると 1 余る自然数は他にありますか。」

A さん　「あります。1，5，9 の次の数は　ア　です。」

先　生　「x に　ア　を代入したときの $3x+5$ の値は 4 の倍数になるでしょうか。」

A さん　「　ア　を代入したときの $3x+5$ の値は　イ　なので，これも 4 の倍数になっています。」

先　生　「そうですね。これらのことから，どのような予想ができますか。」

A さん　「$3x+5$ の x に，4 で割ると 1 余る自然数を代入すると，$3x+5$ の値は 4 の倍数になると予想できます。」

問１　ア　と　イ　にあてはまる自然数を書きなさい。

問２　下線部の予想が正しいことを，次のように証明しました。［　①　］にあてはまる式を書きなさい。また，［　②　］に証明の続きを書いて，証明を完成させなさい。

(証明)

n を 0 以上の整数とすると，4 で割ると 1 余る自然数は［　①　］と表される。

②

したがって，$3x+5$ の x に，4 で割ると 1 余る自然数を代入すると，$3x+5$ の値は 4 の倍数になる。

数-21-公-埼玉-問-03B

3　**【問題Ｂ】**　次は，A さんが授業中に発表している場面の一部です。これを読んで，下の各問に答えなさい。

次の表は，式 $3x+5$ について，x に 1 から順に自然数を代入したときの $3x+5$ の値を表したものです。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
$3x+5$	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	…

この表をみて私が気づいたことは，

x に 1，5，9 を代入したときの値が，4 の倍数になっていることです。

1 も 5 も 9 も，4 で割ると 1 余る自然数であることから，

$3x+5$ の x に，4 で割ると 1 余る自然数を代入すると，$3x+5$ の値は 4 の倍数になる。

と予想しました。

問１　下線部の予想が正しいことを証明しなさい。その際，「n を 0 以上の整数とすると，」に続けて書きなさい。

問２　この発表を聞いて，B さんと C さんはそれぞれ次のような予想をしました。

【B さんの予想】，【C さんの予想】の内容が正しいとき，［ア］～［ウ］にあてはまる 1 けたの自然数をそれぞれ書きなさい。

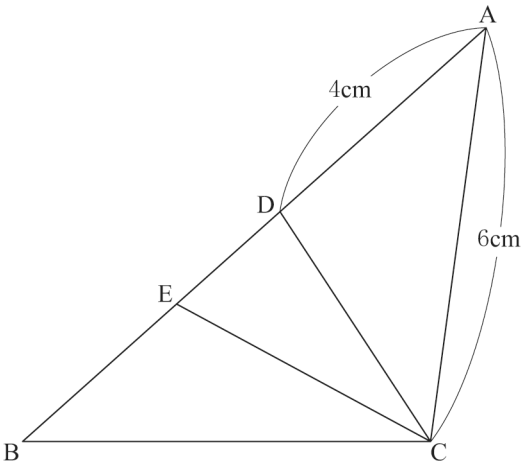
【B さんの予想】
$3x+5$ の x に，［ア］で割ると［イ］余る自然数を代入すると，
$3x+5$ の値は 7 の倍数になる。

【C さんの予想】
$3x+5$ の x に自然数を代入したときの値を，3 で割ると余りは 2 になり，
$(3x+5)^2$ の x に自然数を代入したときの値を，3 で割ると余りは［ウ］になる。

数-21-公-埼玉-問-04A

４　**【問題Ａ】**　右の**図１**のように，△ABC の辺 AB 上に，∠ABC＝∠ACD となる点 D をとります。また，∠BCD の二等分線と辺 AB との交点を E とします。AD＝4 cm，AC＝6 cm であるとき，次の各問に答えなさい。

図１



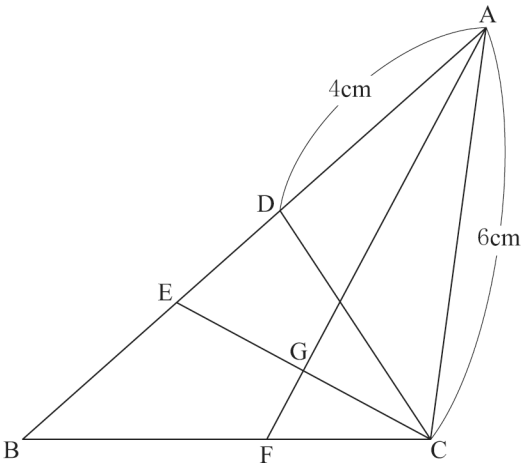
問１　△ABC と△ACD が相似であることを証明しなさい。

問２　線分 BE の長さを求めなさい。

問３　右の**図２**のように，∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を F，線分 AF と線分 EC との交点を G とします。

△ABC の面積が 18 cm^2 であるとき，△GFC の面積を求めなさい。

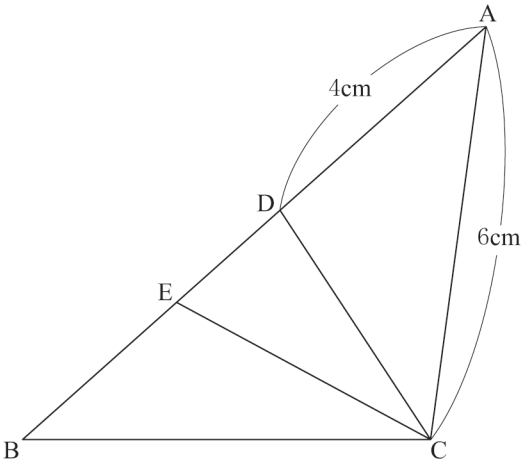
図２



数-21-公-埼玉-問-04B

4 **【問題Ｂ】**　右の**図１**のように，△ABC の辺 AB 上に，∠ABC＝∠ACD となる点 D をとります。また，∠BCD の二等分線と辺 AB との交点を E とします。AD＝4 cm，AC＝6 cm であるとき，次の各問に答えなさい。

図１

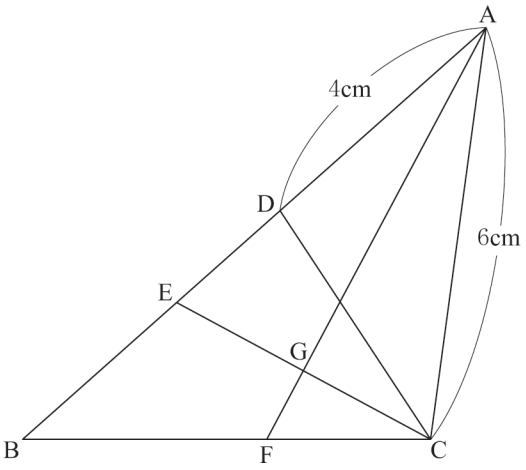


問１　線分 BE の長さを求めなさい。

問２　右の**図２**のように，∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を F，線分 AF と線分 EC，DC との交点をそれぞれ G，H とします。

このとき，△ADH と△ACF が相似であることを証明しなさい。

図２



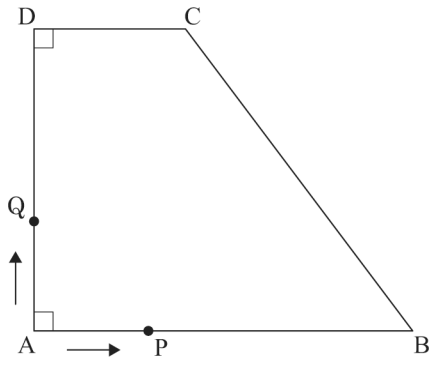
問３　**図２**において，△ABC の面積が 18 cm^2 であるとき，△GFC の面積を求めなさい。

数-21-公-埼玉-問-05B

5 **【問題Ｂ】**　右の図のような，AB＝BC＝5 cm，CD＝2 cm，DA＝4 cm，∠A＝∠D＝90° の台形 ABCD があります。

点 P は点 A を出発して，辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで動き，点 B に到着すると止まります。また，点 Q は点 A を出発して，辺 AD，DC，CB 上を順に毎秒 1 cm の速さで動き，点 B に到着すると止まります。

2 点 P, Q が点 A を同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とするとき，次の各問に答えなさい。

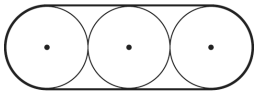
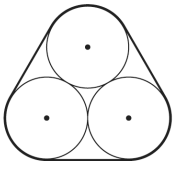


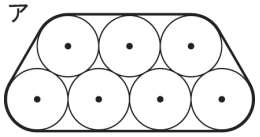
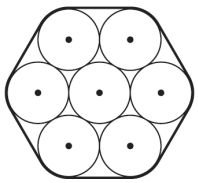
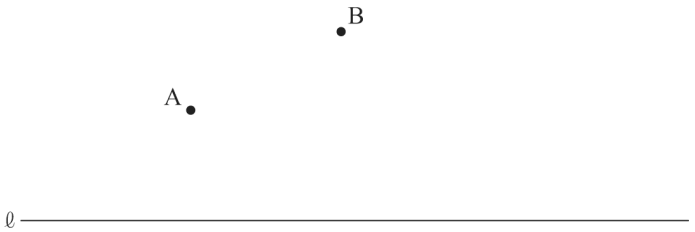
問１　点 Q が点 D に到着するまでの x と y の関係を式で表しなさい。また，そのときの x の変域を求めなさい。

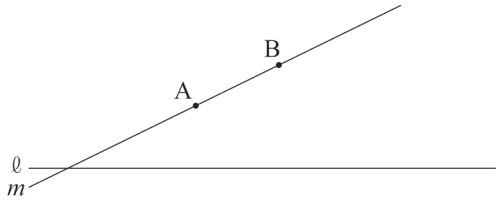
問２　△APQ と△AQC の面積比が 3 : 1 になるときの x の値を**すべて**求めなさい。

問３　△APQ の面積が台形 ABCD の面積の半分になるときの x の値を，途中の説明も書いて**すべて**求めなさい。

Ｒ３　埼玉県　公立　数学　解答用紙

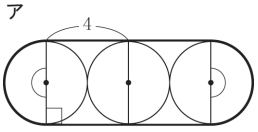
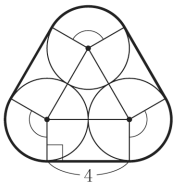
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼玉-KY-01A	1 問題A	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５			
		問６			
		問７	$x=$　　，$y=$		
		問８	$x=$		
		問９	度		
		問 10	$a=$		
		問 11	体積　　cm^3		
			表面積　　cm^2		
		問 12			
		問 13	ア　　イ		
		問 14			
		問 15			
		問 16	〔説明〕 ア  イ  答え　　cm		

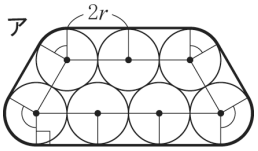
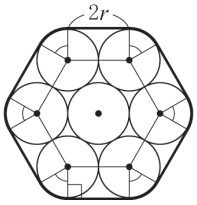
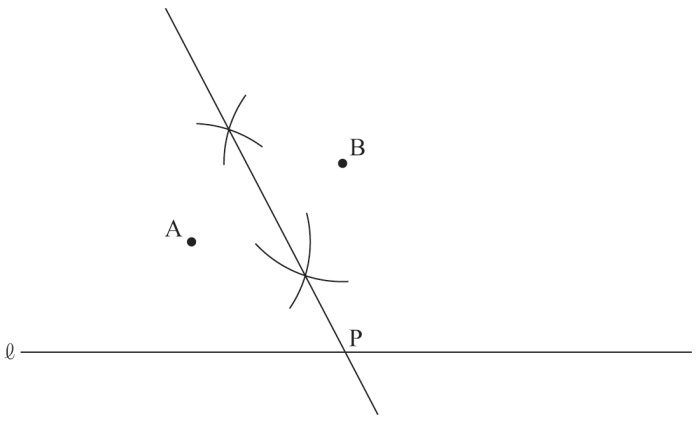
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼玉-KY-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	$x=$		
		問4	$a=$		
		問5	ア　　イ		
		問6			
		問7			
		問8	人		
		問9			
		問10	〔説明〕 ア  イ  答え　　cm		
数-21-公-埼玉-KY-02A	2 問題A	問1			
		問2	cm^2		

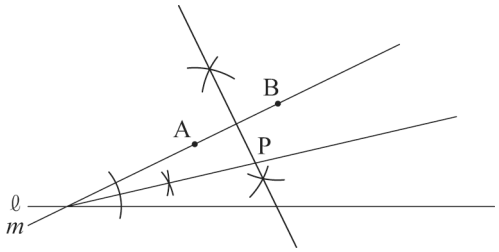
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼玉-KY-02B	2 問題 B	問１			
		問２	cm^3		
数-21-公-埼玉-KY-03A	3 問題 A	問１	ア　　イ		
		問２	〔証明〕 n を０以上の整数とすると， ４で割ると１余る自然数は（①　　） と表される。 ②		
数-21-公-埼玉-KY-03B	3 問題 B	問１	〔証明〕 n を０以上の整数とすると，		
		問２	ア　　イ　　ウ		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼H-KY-04A	4 問題A	問1	〔証明〕		
		問2	BE＝　　cm		
		問3	cm^2		
数-21-公-埼H-KY-04B	4 問題B	問1	BE＝　　cm		
		問2	〔証明〕		
		問3	cm^2		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼甲-KY-05B	5 問題 B	問1	$y=$ (x の変域)		
		問2	$x=$		
		問3	〔説明〕 答え　$x=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼-K-01A	1 問題A	問１	$-5x$	4	
		問２	-23	4	
		問３	$3y^2$	4	
		問４	$(x=)$　4	4	
		問５	$-3\sqrt{3}$	4	
		問６	$(x-2)(x+9)$	4	
		問７	$(x=)$　1，$(y=)$　-1	4	
		問８	$(x=)$　$\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$	4	
		問９	17　(度)	4	
		問 10	$(a=)$　-4	4	
		問 11	(体積)　$\dfrac{32}{3}\pi$　(cm^3)	2	
			(表面積)　16π　(cm^2)	2	
		問 12	イ	4	
		問 13	ア　1.27　イ　4	4	
		問 14	エ	4	
		問 15	0.35	4	
		問 16	〔説明〕 (例) 右の図で，曲線部分の長さの和はともに 4πcm で等しいので，**ア**と**イ**のひもの長さの差は，直線部分の差になる。 したがって，その差は $4\times4-4\times3=4$ (答え)　4　(cm) ア  イ 	5	図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼Ⅱ-K-01B	1 問題B	問１	$\frac{5}{2}y$	4	
		問２	-8	4	
		問３	$(x=)\ -\frac{1}{2},\ 3$	4	
		問４	$(a=)\ -4$	4	
		問５	ア　1.27　　イ　4	4	
		問６	0.35	4	
		問７	ウ	4	
		問８	240 （人）	5	
		問９	$\frac{13}{25}$	5	
		問10	〔説明〕 (例) 右の図で，曲線部分の長さの和はともに $2\pi r$ cm で等しいので，アとイのひもの長さの差は，直線部分の差になる。 したがって，その差は $2r\times7-2r\times6=2r$ (答え)　$2r$ (cm) ア  イ 	6	図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-21-公-埼Ⅱ-K-02A	2 問題A	問１	(例) 	5	内容に応じて部分点を認める。
		問２	54　(cm^2)	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼甲-K-02B	2 問題 B	問１	(例)  	5	内容に応じて部分点を認める。
		問２	$\frac{81}{2}\pi$　(cm^3)	6	
数-21-公-埼甲-K-03A	3 問題 A	問１	ア　13　イ　44	4	
		問２	〔証明〕 n を 0 以上の整数とすると， 4 で割ると 1 余る自然数は（①　$4n+1$　） と表される。 ②　(例) これを $3x+5$ の x に代入すると， $3(4n+1)+5=12n+8$ $=4(3n+2)$ $3n+2$ は整数だから，$4(3n+2)$ は 4 の倍数である。	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-21-公-埼甲-K-03B	3 問題 B	問１	〔証明〕（n を 0 以上の整数とすると，） (例) 4 で割ると 1 余る自然数は $4n+1$ となる。 これを $3x+5$ の x に代入すると， $3(4n+1)+5=12n+8$ $=4(3n+2)$ $3n+2$ は整数だから，$4(3n+2)$ は 4 の倍数である。 したがって，$3x+5$ の x に，4 で割ると 1 余る自然数を代入すると，$3x+5$ の値は 4 の倍数になる。	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	ア　7　イ　3　ウ　1	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-埼Ⅱ-K-04A	4 問題A	問1	〔証明〕 (例) △ABC と△ACD において， ∠A は共通 ……① 仮定から， ∠ABC＝∠ACD ……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ABC∽△ACD	5	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問2	(BE＝) 3 (cm)	5	
		問3	$\frac{6}{5}$ (cm^2)	5	
数-21-公-埼Ⅱ-K-04B	4 問題B	問1	(BE＝) 3 (cm)	5	
		問2	〔証明〕 (例) △ADH と△ACF において， 仮定から，∠DAH＝∠CAF……① △BCD において，外角はそのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので， ∠ADH＝∠DBC＋∠DCB……② また， ∠ACF＝∠ACD＋∠DCB ……③ 仮定から， ∠DBC＝∠ACD ……④ ②，③，④から， ∠ADH＝∠ACF ……⑤ ①，⑤から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ADH∽△ACF	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問3	$\frac{6}{5}$ (cm^2)	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−21−公−埼Ⅱ−K−05B	5 問題 B	問１	$y=\frac{1}{2}x^2$　　(x の変域)　$0 \leqq x \leqq 4$	5	「$0<x<4$」なども正答とする。
		問２	$x=\frac{9}{2},\ \frac{29}{4}$	6	
		問３	〔説明〕 (例) 台形 ABCD の面積の半分は $7\ \mathrm{cm}^2$ 点 Q が辺 AD 上にあるとき，$0 \leqq x \leqq 4$ なので， $\frac{1}{2}x^2=7$　から，$x=\pm\sqrt{14}$ 問題にあっているのは　$x=\sqrt{14}$ 点 Q が辺 DC 上にあるとき，$y=7$ にはならない。 点 Q が辺 CB 上にあるとき，$6 \leqq x \leqq 11$　であり，点 Q から辺 AB にひいた垂線の長さを h とすると， $\frac{1}{2}\times h\times 5=7$　から　$h=\frac{14}{5}$ h : QB $=4:5$　なので，$\mathrm{QB}=\frac{7}{2}$ よって，$x=\mathrm{AD}+\mathrm{DC}+\mathrm{CB}-\mathrm{QB}=\frac{15}{2}$ したがって，$x=\sqrt{14},\ \frac{15}{2}$ (答え)　$x=\sqrt{14},\ \frac{15}{2}$	6	内容に応じて部分点を認める。

数-21-公-埼玉-KS-01A

1　【問題Ａ】【小問集合】

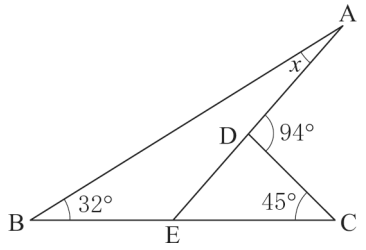
問９　**図**のように各頂点をA，B，C，D とし，線分 AD の延長線と線分 BC の交点を E とする。△DEC において，内角と外角の関係より，

∠DEC＝∠ADC－∠DCE＝94°－45°＝49°

また，△ABE においても同様に，内角と外角の関係より，

∠x＝∠DEC－∠ABE＝49°－32°＝17°

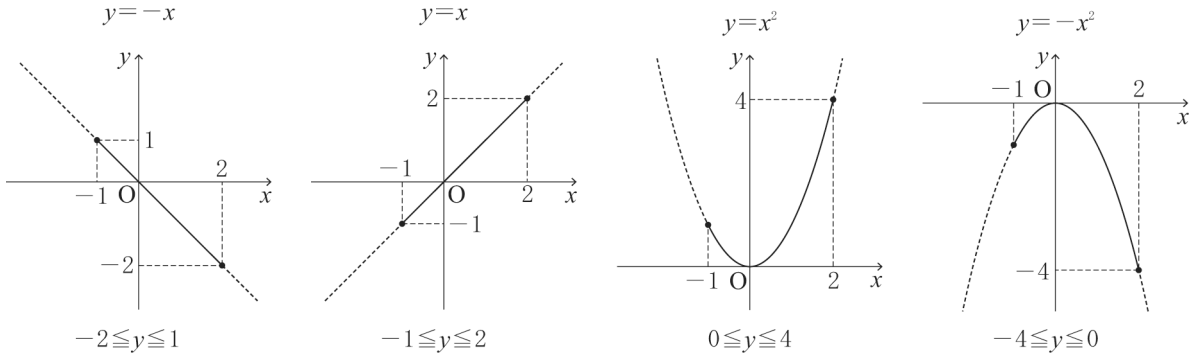
図



問 10　y の変域に着目すると，y の値が 0 または負となるため，$a<0$ であることがわかる。また，関数 $y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称な放物線なので，x の値の絶対値が大きい方が，それに対応する y の値が小さくなる。よって，$x=3$ のとき，$y=-36$ であることがわかるので，

$-36=a\times3^2$　⇒　$a=-4$

ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



$-2\leqq y\leqq1$　　$-1\leqq y\leqq2$　　$0\leqq y\leqq4$　　$-4\leqq y\leqq0$

特に，関数 $y=ax^2$ の y の変域を求めるときに注意しよう。

問 13　「整数部分が 1 けたの数」という条件から，$1.27\times10^{\square}$km という表し方になることがわかる。

$12700=1.27\times10000$ で，$10000=10^4$ だから，1.27×10^4km

問 14　**ア**　さいころを 1 回投げるとき，6 の目が出る確率は$\frac{1}{6}$であるが，それはあくまで 6 の目が出ることが「期待できる程度」を表すので，6 回中 1 回かならず起こることは意味しない。よって，誤り。

イ　さいころを 3 回投げて 3 回とも 1 の目が出たことは，次にさいころを投げたときの結果に影響を及ぼさないので，1 の目が出る確率は変わらず$\frac{1}{6}$である。よって，誤り。

ウ　さいころを 1 回投げるとき，偶数の目が出る確率は$\frac{1}{2}$であるが，**ア**と同様に，それはあくまで偶数の目が出ることが「期待できる程度」を表すので，2 回中 1 回かならず起こることは意味しない。よって，誤り。

エ　さいころを 1 回投げるとき，3 以下の目が出る確率と 4 以上の目が出る確率は，ともに$\frac{1}{2}$だから，正しい。

問 15　このデータにおける中央値は，データを小さい方から並べたときの，20，21 番目のデータの平均値である。学習時間が 0 時間以上 6 時間未満である生徒の人数が，2＋4＋12＝18(人)であり，0 時間以上 8 時間未満である生徒の人数が，2＋4＋12＋14＝32(人)なので，6 時間以上 8 時間未満の階級に 20，21 番目のデータが含まれ，中央値もこの階級に含まれる。よって，その相対度数は，$\frac{14}{40}=0.35$

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

数-21-公-埼玉-KS-01B

1 【問題Ｂ】【小問集合】

問２ $x=3+\sqrt{5}$より，$x-3=\sqrt{5}$　この式の両辺を 2 乗すると，

$(x-3)^2=(\sqrt{5})^2 \Rightarrow x^2-6x+9=5 \Rightarrow x^2-6x=-4$

同様に，$y=3-\sqrt{5}$より，$y-3=-\sqrt{5}$　この式の両辺を 2 乗すると，

$(y-3)^2=(-\sqrt{5})^2 \Rightarrow y^2-6y+9=5 \Rightarrow y^2-6y=-4$

よって，$x^2-6x+y^2-6y=-4-4=-8$

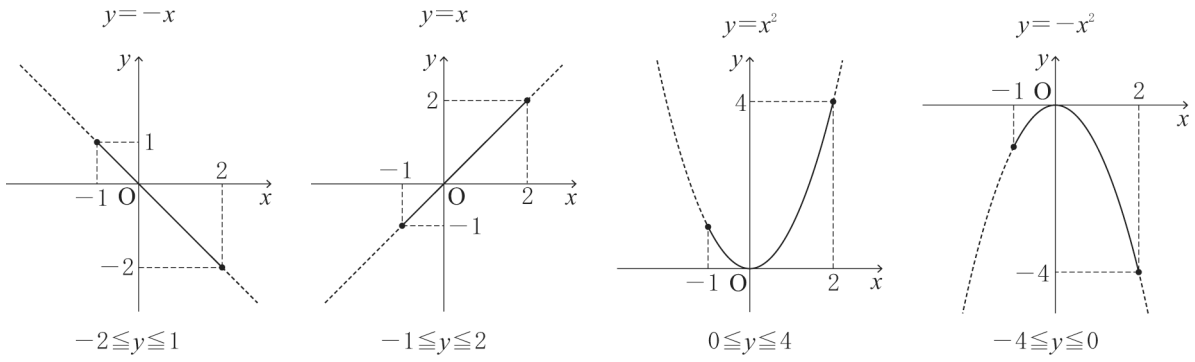
問３ $2x+1=M$ とおくと，$M^2-7M=0 \Rightarrow M(M-7)=0 \Rightarrow M=0,\ 7$

$2x+1=0$ のとき，$x=-\frac{1}{2}$，$2x+1=7$ のとき，$x=3$

問４ y の変域に着目すると，y の値が 0 または負となるため，$a<0$ であることがわかる。また，関数 $y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称な放物線なので，x の値の絶対値が大きい方が，それに対応する y の値が小さくなる。よって，$x=3$ のとき，$y=-36$ であることがわかるので，

$-36=a\times3^2 \Rightarrow a=-4$

ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の y の変域を求めるときに注意しよう。

問５ 「整数部分が 1 けたの数」という条件から，$1.27\times10^{\square}$km という表し方になることがわかる。

$12700=1.27\times10000$ で，$10000=10^4$ だから，1.27×10^4km

問６ このデータにおける中央値は，データを小さい方から並べたときの，20，21 番目のデータの平均値である。学習時間が 0 時間以上 6 時間未満である生徒の人数が，2＋4＋12＝18(人)であり，0 時間以上 8 時間未満である生徒の人数が，2＋4＋12＋14＝32(人)なので，6 時間以上 8 時間未満の階級に 20，21 番目のデータが含まれ，中央値もこの階級に含まれる。よって，その相対度数は，$\frac{14}{40}=0.35$

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問 7　立方体を組み立てたときに一致する点を，それぞれ○，□，△，◇の印で記すと**図 1** のようになる。その印に注意しながら，組み立てたあとの立方体の見取図をかくと，**図 2** のようになる。交わらず，かつ平行でない 2 直線の関係がねじれの位置の関係なので，**ウ**の辺 LM が正しい。

図 1

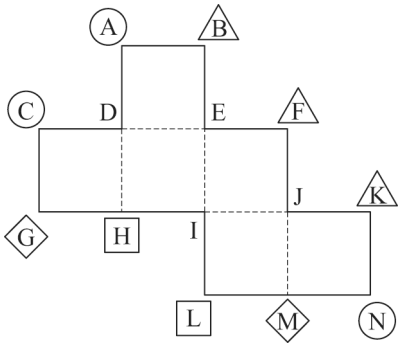
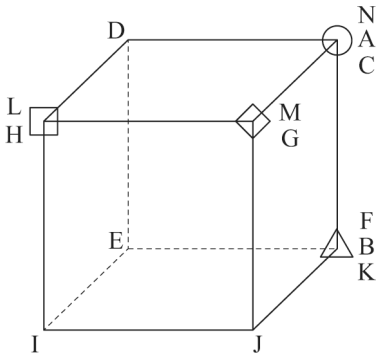


図 2

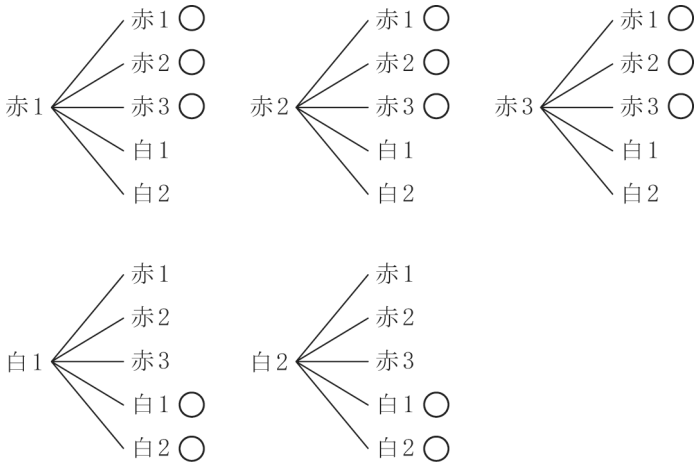


問 8　昨年度の市内在住の生徒数を x 人とする。昨年度の全校生徒数は 500 人だったので，昨年度の市外在住の生徒数は，$(500-x)$人である。昨年度に比べて今年度は，市内在住の生徒数が 20%減り，市外在住の生徒数が 30%増えたので，それぞれの増減数は，$-\frac{20}{100}x$(人)$+\frac{30}{100}(500-x)$人であり，全校生徒数での増減はなかったので，$-\frac{20}{100}x+\frac{30}{100}(500-x)=0 \quad \Rightarrow \quad x=300$(人)

よって，今年度の市内在住の生徒数は，$300-\frac{20}{100}\times 300=240$(人)

問 9　3 個の赤球を赤 1，赤 2，赤 3，2 個の白球を白 1，白 2 と区別して樹形図をかくと，右のようになる。起こりうるすべての場合の数は 25 通りで，「2 回とも同じ色の玉が出る」場合の数は 13 通り。

よって，求める確率は，$\frac{13}{25}$



ポイント≫確率のポイント

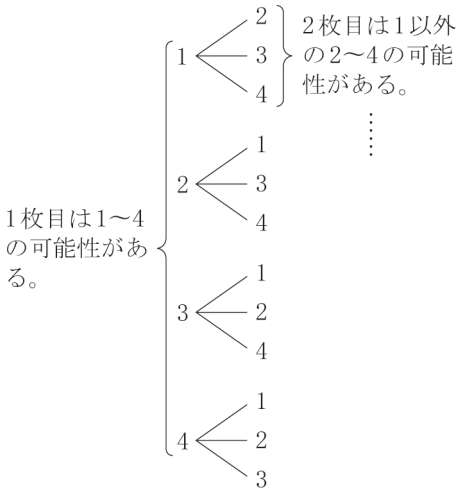
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-21-公-埼玉-KS-02A

2 【問題Ａ】【作図，関数のグラフと図形】

問１ 解答のヒント 線分 AB の垂直二等分線は，2 点 A，B から等しい距離にある点の集まり

問２ 点 A は，関数 $y=2x^2$ のグラフ上にあるので，

$x=-3$ を代入して，

$y=2\times(-3)^2=18$ ⇒ A(−3，18)

点 B も同様に，関数 $y=2x^2$ のグラフ上にあるので，

$x=2$ を代入して，

$y=2\times2^2=8$ ⇒ B(2，8)

直線 ℓ は，2 点 A，B を通るので，式を $y=ax+b$ とおき，$(x，y)=(-3，18)$，$(2，8)$ をそれぞれ代入してできる連立方程式 $\begin{cases}18=-3a+b\\8=2a+b\end{cases}$ を解くと，

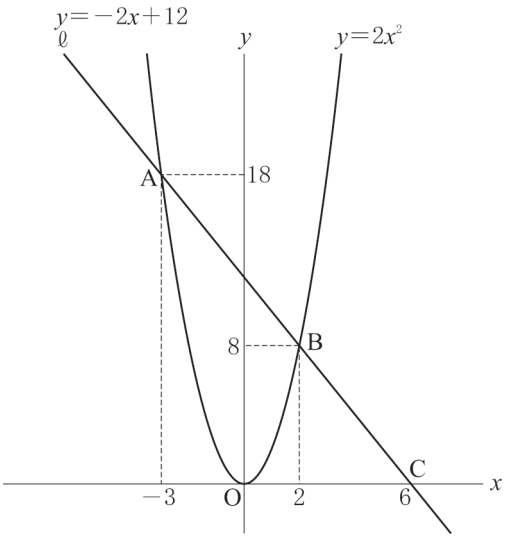
$a=-2$，$b=12$

よって，直線 ℓ の式は，$y=-2x+12$

点 C は直線 ℓ 上かつ x 軸上の点だから，

$y=-2x+12$ に $y=0$ を代入すると，

$x=6$ ⇒ C(6，0)



よって，△AOC の底辺を OC としたときの高さは，点 A(−3，18) より，18 cm なので，

$\triangle AOC=6\times18\times\frac{1}{2}=54(cm^2)$

数-21-公-埼玉-KS-02B

2 【問題Ｂ】【作図，関数のグラフと図形】

問１ 解答のヒント 「直線 ℓ と直線 m からの距離が等しくなる」という条件から，「直線 ℓ と直線 m がなす角の二等分線」，「2 点 A，B から等しい距離にある」という条件から，「線分 AB の垂直二等分線」をかけばよいことがわかる。

問２　点Ａは，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるので，

$x=-3$ を代入して，

$y=\frac{1}{2}\times(-3)^2=\frac{9}{2}$　⇒　$\mathrm{A}\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$

点Ｂも同様に，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるので，$x=2$ を代入して，

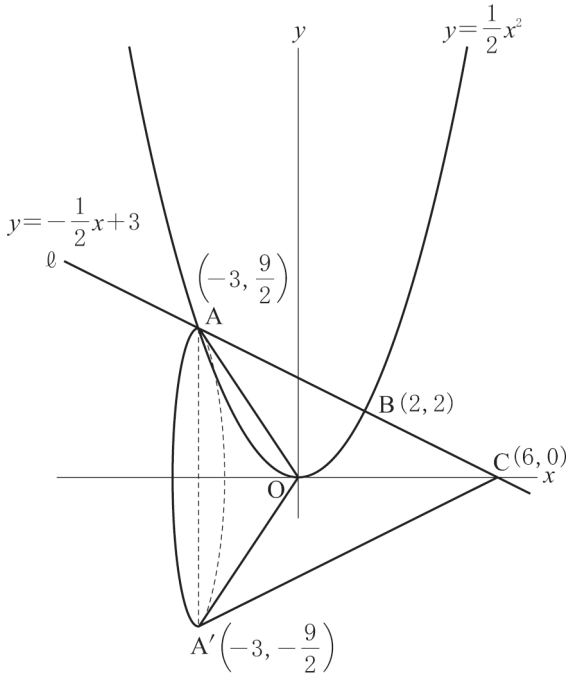
$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$　⇒　$\mathrm{B}(2,\ 2)$

直線 ℓ は，２点Ａ，Ｂを通るので，式を $y=ax+b$ とおき，$(x,\ y)=\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$，$(2,\ 2)$ をそれぞれ代入してできる

連立方程式 $\begin{cases}\frac{9}{2}=-3a+b\\ 2=2a+b\end{cases}$ を解くと，

$a=-\frac{1}{2}$，$b=3$

よって，直線 ℓ の式は，$y=-\frac{1}{2}x+3$



点Ｃは直線 ℓ 上かつ x 軸上の点だから，$y=-\frac{1}{2}x+3$ に $y=0$ を代入すると，$x=6$　⇒　$\mathrm{C}(6,\ 0)$

ここで，点Ａを x 軸に関して対称移動させた点をＡ′とすると，体積を求める立体は，①「線分ＡＡ′を直径，点Ｃを頂点とする円錐」から，②「線分ＡＡ′を直径，点Ｏを頂点とする円錐」を取り除いたものである。

①の体積は，$\pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^2\times\{6-(-3)\}\times\frac{1}{3}=\frac{243}{4}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

②の体積は，$\pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^2\times\{0-(-3)\}\times\frac{1}{3}=\frac{81}{4}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

よって，求める体積は，$\frac{243}{4}\pi-\frac{81}{4}\pi=\frac{81}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

数-21-公-埼玉-KS-03A

3 【問題Ａ】【規則性，式を利用した証明】

問２

ポイント》余りによる整数の分類

○の倍数を，整数 n を用いて表すと，$○\times n$ となる。

このことから，○で割ると□余る数は，○の倍数＋□となるので，$○\times n+□$ と表すことができる。

例　３の倍数を，整数 n を用いて表すと，$3n$ であり，３で割ると２余る数は，$3n+2$ と表せる。

数-21-公-埼玉-KS-03B

3 【問題Ｂ】【規則性，式を利用した証明】

問１

ポイント》余りによる整数の分類

○の倍数を，整数 n を用いて表すと，$○\times n$ となる。

このことから，○で割ると□余る数は，○の倍数＋□となるので，$○\times n+□$ と表すことができる。

例　３の倍数を，整数 n を用いて表すと，$3n$ であり，３で割ると２余る数は，$3n+2$ と表せる。

問２　【B さんの予想】について，問題文中の表より，$3x+5$ の値が 7 の倍数となっているのは，$x=3$，10 のときである。どちらも 7 で割ると 3 余る自然数なので，その予想が正しいかを確かめてみる。

$x=7k+3$(k は 0 以上の整数)とおき，$3x+5$ に代入すると，$3(7k+3)+5=21k+14=7(3k+2)$ より，必ず 7 の倍数となることがわかる。

【C さんの予想】について，$(3x+5)^2=9x^2+30x+25=9x^2+30x+24+1=3(3x^2+10x+8)+1$ より，3 で割ると余りは 1 になることがわかる。

数-21-公-埼玉-KS-04A

4　【問題Ａ】【平面図形】

ポイント》図形問題突破のポイント

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問２

解答のヒント

①　問題文や前問から情報をさがすと，∠ABC＝∠ACD，∠BCD の二等分線，△ABC∽△ACD などが見つかる。

②　∠BCD の二等分線からは，「角の二等分線と比の性質」

△ABC∽△ACD からは，「対応する角がそれぞれ等しい」「対応する辺の比(相似比)がすべて等しい」などが発想として出てくる。

③　今回は線分の長さを求める問題だから，②の中でも比にかかわる性質を利用する可能性が高いことがわかる。

以上のことを参考にして解いていこう。

問１より，△ABC∽△ACD だから，AB：AC＝AC：AD

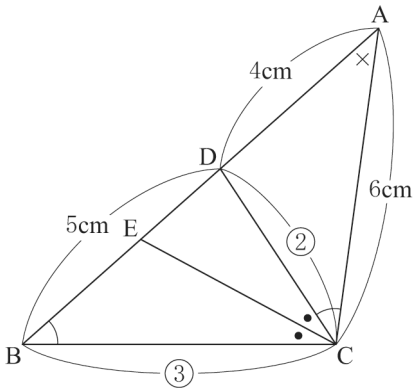
⇒　AB：6＝6：4　⇒　AB＝9(cm)

BD＝AB－AD＝9－4＝5(cm)

また，BC：CD＝AC：AD＝6：4＝3：2　であり，△CDB において，線分 CE は∠BCD の二等分線だから，

BE：ED＝BC：CD＝3：2

⇒　$BE=\frac{3}{5}BD=\frac{3}{5}\times5=3$(cm)



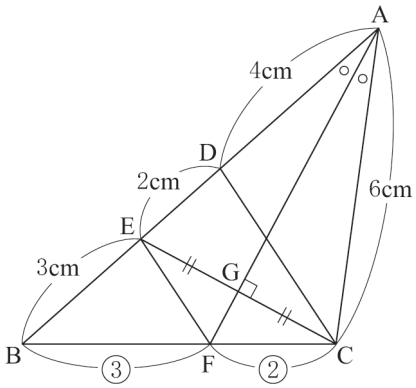
問３

解答のヒント

①　**問２**までで見つけた情報のほか，∠BAC の二等分線が条件として加わったことに注意。

②　∠BAC の二等分線からは，「角の二等分線と比の性質」などが発想として出てくる。

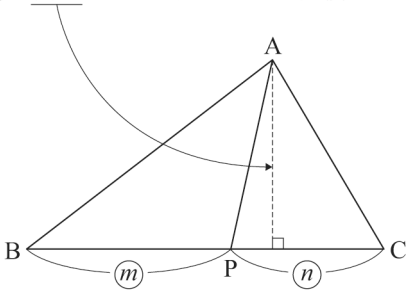
③　今回は面積比を利用する問題だから，**問２**と同様，比にかかわる性質を利用する可能性が高いことがわかる。
以上のことを参考にして解いていこう。



2 点 E，F を結ぶ。
問２より，ED＝BD－BE＝5－3＝2(cm)，
AE＝AD＋ED＝4＋2＝6(cm)
AE：EB＝6：3＝2：1 より，△ACE：△BCE＝2：1 だから，$\triangle BCE=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm}^2)$
次に，△ABC において，線分 AF は∠BAC の二等分線なので，BF：FC＝AB：AC＝9：6＝3：2。よって，
$\triangle EBF:\triangle ECF=3:2$ だから，$\triangle ECF=\frac{2}{5}\triangle BCE=\frac{2}{5}\times 6=\frac{12}{5}(\text{cm}^2)$
また，AE＝AC＝6(cm)だから，△AEC は二等辺三角形である。よって，頂角 BAC の二等分線は，底辺 EC を垂直に 2 等分するので，EG＝GC
したがって，$\triangle GFC=\triangle GFE$　であり，$\triangle GFC=\frac{1}{2}\triangle ECF=\frac{1}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{6}{5}(\text{cm}^2)$

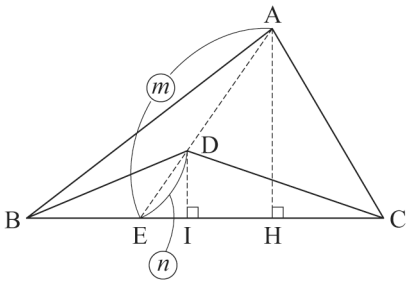
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



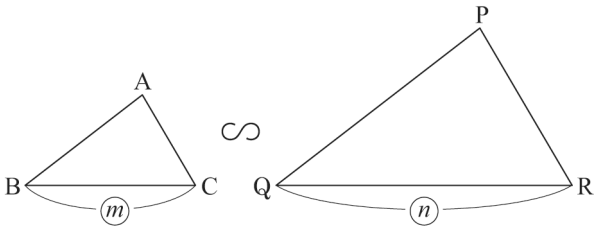
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の 2 乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

4 【問題Ｂ】【平面図形】

ポイント≫図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問１

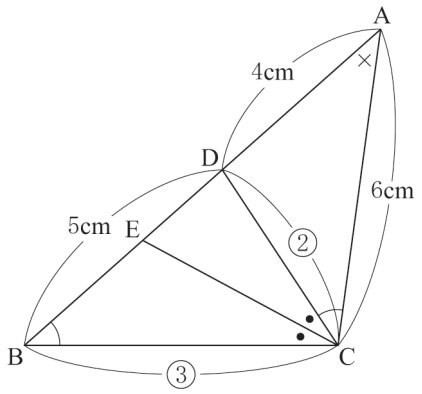
解答のヒント

① 問題文から情報をさがすと，∠ABC＝∠ACD，∠BCD の二等分線などが見つかる。

② ∠BCD の二等分線からは，「角の二等分線と比の性質」
などが発想として出てくる。

③ 今回は線分の長さを求める問題だから，②の中でも比にかかわる性質を利用する可能性が高いことがわかる。しかし，今回は情報が少ないので，図中に相似な三角形をさがすなど，工夫が必要である。
以上のことを参考にして解いていこう。

△ABC と△ACD において，
仮定より，∠ABC＝∠ACD
共通な角だから，∠BAC＝∠CAD
よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△ACD
したがって，AB：AC＝AC：AD
⇒ AB：6＝6：4 ⇒ AB＝9(cm)
BD＝AB－AD＝9－4＝5(cm)
また，BC：CD＝AC：AD＝6：4＝3：2 であり，△CDB において，線分 CE は∠BCD の二等分線だから，
BE：ED＝BC：CD＝3：2
⇒ $BE=\frac{3}{5}BD=\frac{3}{5}\times5=3$(cm)



問３

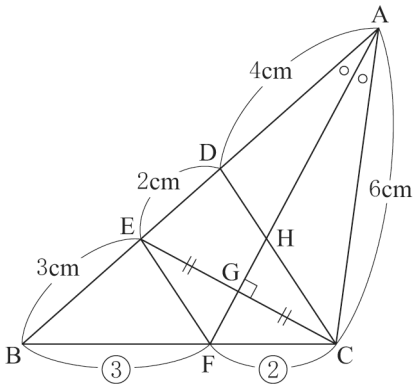
解答のヒント

① **問１**までで見つけた情報のほか，∠BAC の二等分線が条件として加わったことに注意。

② ∠BAC の二等分線からは，「角の二等分線と比の性質」などが発想として出てくる。

③ 今回は面積比を利用する問題だから，**問１**と同様，比にかかわる性質を利用する可能性が高いことがわかる。
以上のことを参考にして解いていこう。

2 点 E，F を結ぶ。



問 1 より，ED＝BD－BE＝5－3＝2(cm)，

AE＝AD＋ED＝4＋2＝6(cm)

AE：EB＝6：3＝2：1 より，△ACE：△BCE＝2：1 だから，$\triangle BCE=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 18=6(cm^2)$

次に，△ABC において，線分 AF は∠BAC の二等分線なので，BF：FC＝AB：AC＝9：6＝3：2。よって，

△EBF：△ECF＝3：2 だから，

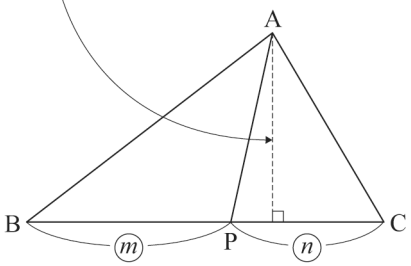
$\triangle ECF=\frac{2}{5}\triangle BCE=\frac{2}{5}\times 6=\frac{12}{5}(cm^2)$

また，AE＝AC＝6(cm)だから，△AEC は二等辺三角形である。よって，頂角 BAC の二等分線は，底辺 EC を垂直に 2 等分するので，EG＝GC

したがって，△GFC＝△GFE　であり，$\triangle GFC=\frac{1}{2}\triangle ECF=\frac{1}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{6}{5}(cm^2)$

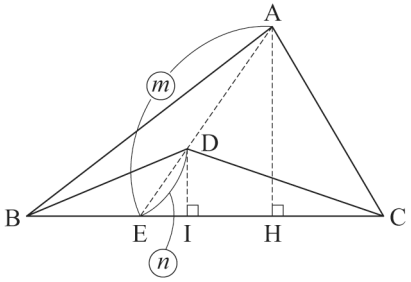
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

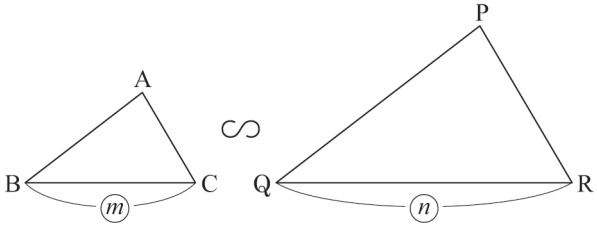
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の 2 乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2

5 【問題B】【関数の利用，方程式の利用】

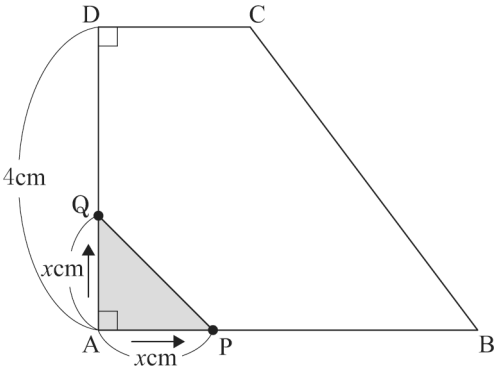
問1　点P，Qはどちらも毎秒1cmの速さで動くので，x秒間に$x$cm進む。

点Qが点Dに到着するのが4秒後なので，xの変域は$0 \leqq x \leqq 4$

また，その間に点Pは点Bに到着しないので，

△APQの面積は，AP×AQ×$\frac{1}{2}$で求められる。

よって，$y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2$



問2　2点P，Qが止まるまでの様子は，①点Qが辺AD上にあるとき，②点Qが辺DC上にあって，点Pが点Bに到着するまでの間，③点Pが点Bに到着してから，点Qが点Cに到着するまでの間，④点Qが辺CB上にあるときの4パターンに分けることができる。

①のとき(**図1**，$0 \leqq x \leqq 4$)の△APQの面積は，

問1より，$\frac{1}{2}x^2$(cm^2)

△AQCの面積は，$x \times 2 \times \frac{1}{2} = x$(cm^2)

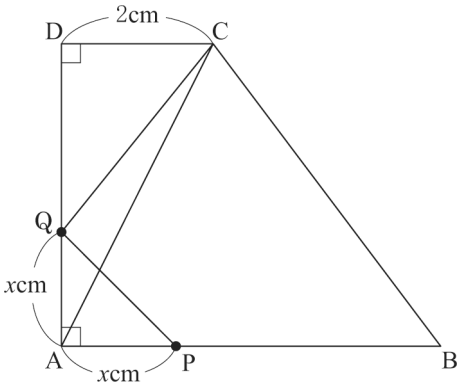
よって，$\frac{1}{2}x^2 : x = 3 : 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}x^2 = 3x$

$\Rightarrow \quad x^2 - 6x = 0$

$\Rightarrow \quad x(x-6) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0,\ 6$(秒後)

$x = 0$は$0 \leqq x \leqq 4$を満たすが，△APQ，△AQCのいずれも面積が0 cm^{2}なので，条件に適さない。

図1



②のとき(**図2**)，点Pが点Bに到着するのが5秒後なので，xの変域は$4 \leqq x \leqq 5$

△APQの面積は，$x \times 4 \times \frac{1}{2} = 2x$(cm^2)

△AQCの面積は，$(6-x) \times 4 \times \frac{1}{2} = 2(6-x)$

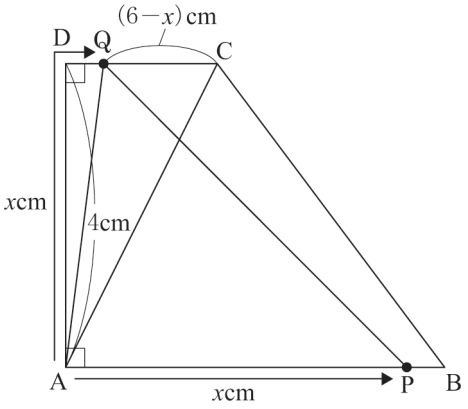
$= 12 - 2x$(cm^2)

よって，$2x : (12-2x) = 3 : 1 \quad \Rightarrow \quad 2x = 3(12-2x)$

$\Rightarrow \quad 8x = 36 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{9}{2}$(秒後)

これは，$4 \leqq x \leqq 5$を満たす。

図2



③のとき(**図３**)，点 Q が点 C に到着するのが 6 秒後なので，x の変域は $5 \leqq x \leqq 6$

△APQ の面積は，$5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10(\text{cm}^2)$

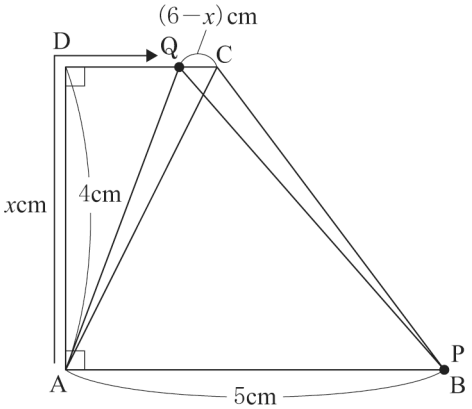
△AQC の面積は，②より $12-2x(\text{cm}^2)$

よって，$10 : (12-2x) = 3 : 1 \quad \Rightarrow \quad 10 = 3(12-2x)$

$\Rightarrow \quad 6x = 26 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{13}{3}$(秒後)

これは，$5 \leqq x \leqq 6$ を満たさない。

図３

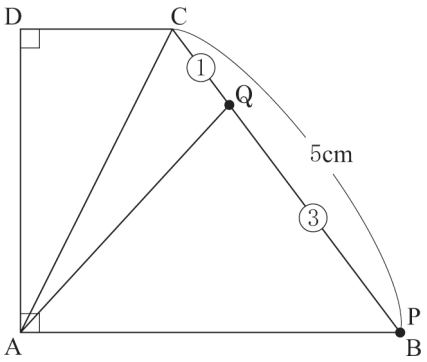


④のとき(**図４**)，点 Q が点 B に到着するのが 11 秒後なので，x の変域は $6 \leqq x \leqq 11$

△APQ : △AQC = PQ : QC だから，

PQ : QC = 3 : 1 となればよい。

図４



よって，$\text{QC} = \frac{1}{4} \times \text{CB} = \frac{5}{4}$(cm)だから，点 Q が点 C から$\frac{5}{4}$秒間動いたときなので，

$6 + \frac{5}{4} = \frac{29}{4}$(秒後)

これは，$6 \leqq x \leqq 11$ を満たす。

①～④より，$x = \frac{9}{2}, \ \frac{29}{4}$