Ｒ４　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-22-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$7x-9x$　を計算しなさい。

問２　$5\times(-3)-(-2)$　を計算しなさい。

問３　$12x^2y\div3x\times2y$　を計算しなさい。

問４　方程式　$7x-2=x+1$　を解きなさい。

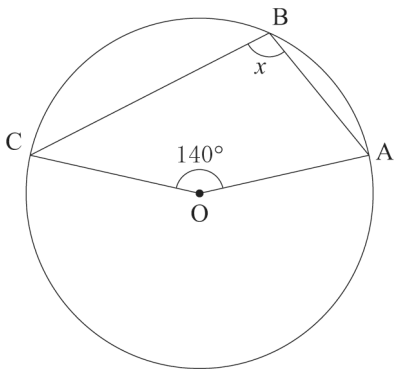
問５　$\dfrac{12}{\sqrt{6}}-3\sqrt{6}$　を計算しなさい。

問６　x^2-x-20　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}4x-3y=10\\3x+2y=-1\end{cases}$　を解きなさい。

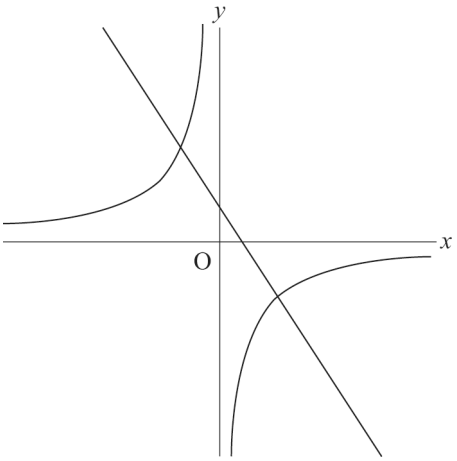
問８　２次方程式　$2x^2-3x-3=0$　を解きなさい。

問９　右の図において，点Ｏは円の中心で，３点Ａ，Ｂ，Ｃは円Ｏの円周上の点です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問 10 右の図において，直線は一次関数　$y=ax+b$　のグラフで，曲線は関数　$y=\dfrac{c}{x}$　のグラフです。

座標軸とグラフが，右の図のように交わっているとき，a，b，c の正負の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**ク**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。



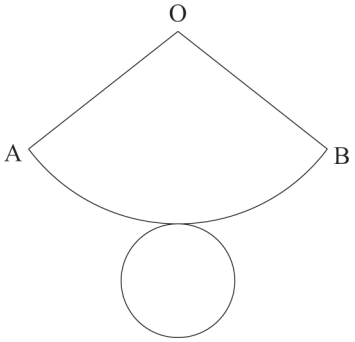
ア　$a>0$，$b>0$，$c>0$　　**イ**　$a>0$，$b>0$，$c<0$

ウ　$a>0$，$b<0$，$c>0$　　**エ**　$a>0$，$b<0$，$c<0$

オ　$a<0$，$b>0$，$c>0$　　**カ**　$a<0$，$b>0$，$c<0$

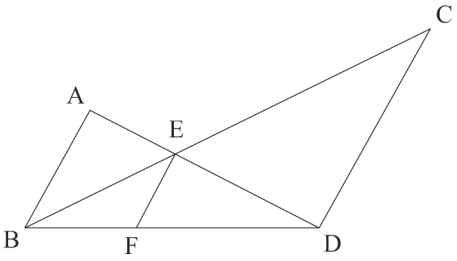
キ　$a<0$，$b<0$，$c>0$　　**ク**　$a<0$，$b<0$，$c<0$

問 11 右の図は，母線の長さが 8 cm，底面の円の半径が 3 cm の円錐の展開図です。図のおうぎ形 OAB の中心角の大きさを求めなさい。



問 12　$\sqrt{\dfrac{540}{n}}$　の値が整数となるような自然数 n は，全部で何通りあるか求めなさい。

問 13 右の図で，AB，CD，EF は平行です。AB＝2 cm，CD＝3 cm のとき，EF の長さを求めなさい。



問 14 次の**ア**～**エ**の中から，箱ひげ図について述べた文として**誤っているもの**を一つ選び，その記号を書きなさい。

ア　データの中に離れた値がある場合，四分位範囲はその影響を受けにくい。

イ　四分位範囲は第 3 四分位数から第 1 四分位数をひいた値である。

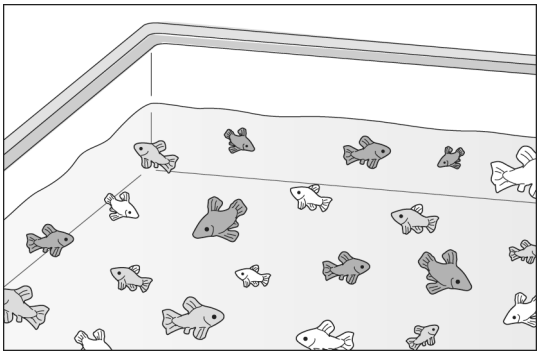
ウ　箱の中央は必ず平均値を表している。

エ　第 2 四分位数と中央値は必ず等しい。

問 15 ある養殖池にいる魚の総数を，次の方法で調査しました。このとき，この養殖池にいる魚の総数を推定し，小数第 1 位を四捨五入して求めなさい。

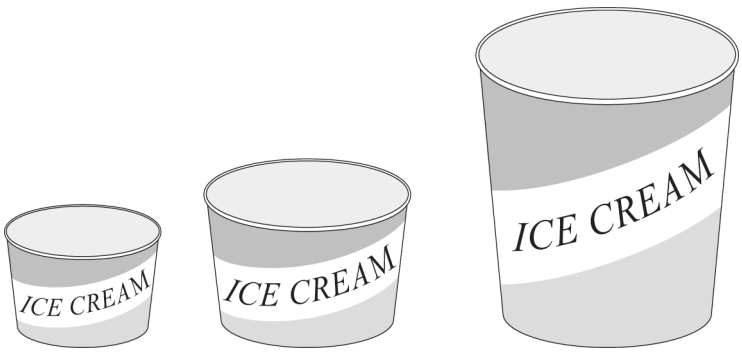
【1】 網で捕獲すると魚が 22 匹とれ，その全部に印をつけてから養殖池にもどした。

【2】 数日後に網で捕獲すると魚が 23 匹とれ，その中に印のついた魚が 3 匹いた。



問 16 ある店では同じ味のアイスクリームを S，M，L の 3 種類のサイズで販売しており，価格は次の表のとおりです。これらのアイスクリームをすべて円柱とみなして考えると，S サイズと M サイズは相似な立体で，相似比は 3 : 4 です。また，M サイズと L サイズの底面の半径の比は 4 : 5 で，L サイズの高さは M サイズの 2 倍です。このとき，最も割安なサイズを求め，その理由を数や式を用いて説明しなさい。

サイズ	S	M	L
価格（円）	160	320	960



1 **【問題B】** 次の各問に答えなさい。

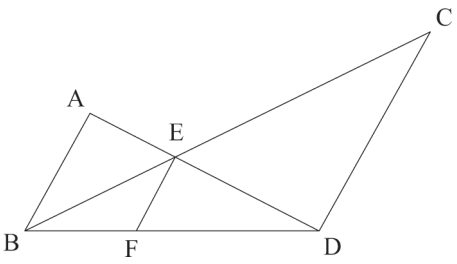
問1 $6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3$ を計算しなさい。

問2 $\sqrt{11}$の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a^2-b^2-6b の値を求めなさい。

問3 2次方程式 $2(x+3)^2-3(x+3)-3=0$ を解きなさい。

問4 $\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数となるような自然数 n は，全部で何通りあるか求めなさい。

問5 右の図で，AB，CD，EFは平行です。AB＝2 cm，CD＝3 cmのとき，EFの長さを求めなさい。



問6 次の**ア**～**エ**の中から，箱ひげ図について述べた文として**誤っているもの**を一つ選び，その記号を書きなさい。

ア データの中に離れた値がある場合，四分位範囲はその影響を受けにくい。

イ 四分位範囲は第3四分位数から第1四分位数をひいた値である。

ウ 箱の中央は必ず平均値を表している。

エ 第2四分位数と中央値は必ず等しい。

問7 ある養殖池にいる魚の総数を，次の方法で調査しました。このとき，この養殖池にいる魚の総数を推定し，小数第1位を四捨五入して求めなさい。

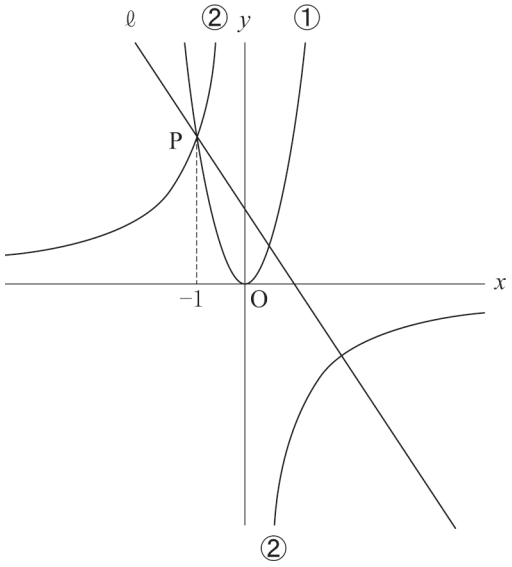
【1】 網で捕獲すると魚が22匹とれ，その全部に印をつけてから養殖池にもどした。

【2】 数日後に網で捕獲すると魚が23匹とれ，その中に印のついた魚が3匹いた。

問8 Aさんは，午後1時ちょうどに家を出発して1500 m離れた公園に向かいました。はじめは毎分50 mの速さで歩いていましたが，途中から毎分90 mの速さで走ったところ，午後1時24分ちょうどに公園に着きました。このとき，Aさんが走り始めた時刻を求めなさい。

問９　右の図において，曲線①は関数　$y=ax^2$　のグラフで，曲線②は関数　$y=\dfrac{b}{x}$　のグラフ，直線 ℓ は一次関数　$y=cx+d$　のグラフです。

曲線①，②と直線 ℓ が，x 座標が -1 である点 P で右の図のように交わっているとき，a，b，c，d の大小関係を**小さい順**に不等号を使って表しなさい。



問 10　ある店では同じ味のアイスクリームを S，M，L の 3 種類のサイズで販売しており，価格は次の表のとおりです。これらのアイスクリームをすべて円柱とみなして考えると，S サイズと M サイズは相似な立体で，相似比は 3 : 4 です。また，M サイズと L サイズの底面の半径の比は 4 : 5 で，L サイズの高さは M サイズの 2 倍です。このとき，最も割安なサイズを求め，その理由を数や式を用いて説明しなさい。

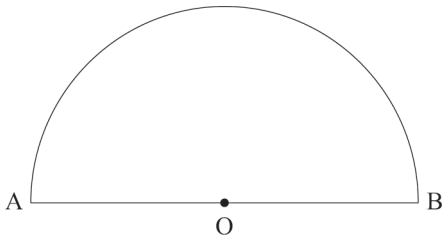
サイズ	S	M	L
価格（円）	160	320	960

数-22-公-埼玉-問-02A

2　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　下の図は，OA を半径とする中心角 180° のおうぎ形です。$\overset{\frown}{AB}$ 上に点 C をとるとき，AO : AC＝1 : $\sqrt{2}$ となる点 C をコンパスと定規を使って作図しなさい。

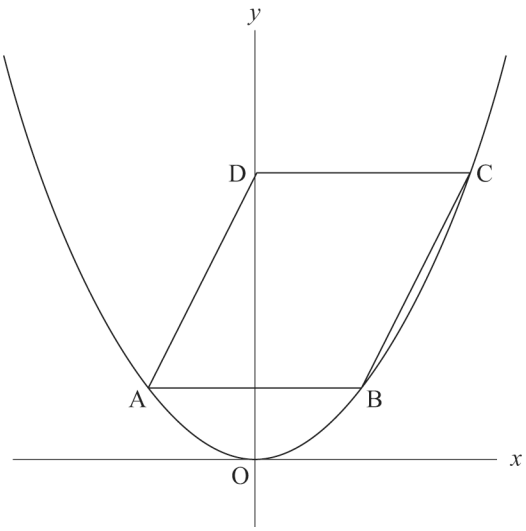
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　右の図において，曲線は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフで，曲線上に x 座標が -3，3 である 2 点 A，B をとります。また，曲線上に x 座標が 3 より大きい点 C をとり，C と y 座標が等しい y 軸上の点を D とします。

点 D の y 座標が 8 のとき，四角形 ABCD が平行四辺形になりました。このとき，a の値と平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



数-22-公-埼玉-問-02B

2 【問題Ｂ】　次の各問に答えなさい。

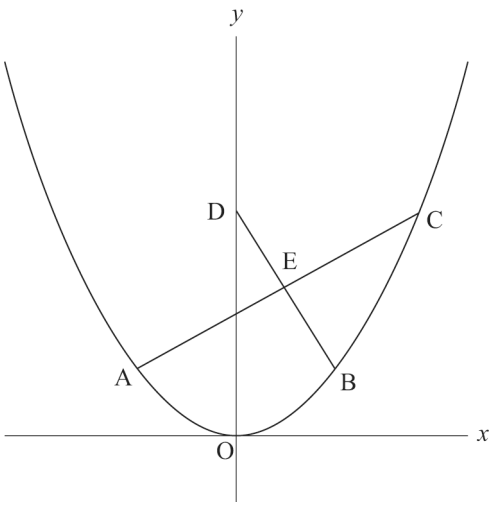
問１　下の図の線分 AB 上に点 C をとるとき，AC : AB＝1 : $\sqrt{2}$ となる点 C をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。

A ——————————— B

問２　右の図において，曲線は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフで，曲線上に x 座標が -3，3 である 2 点 A，B をとります。また，曲線上に x 座標が 3 より大きい点 C をとり，C と y 座標が等しい y 軸上の点を D とします。

線分 AC と線分 BD との交点を E とすると，AE＝EC で，AC⊥BD となりました。このとき，a の値を求めなさい。



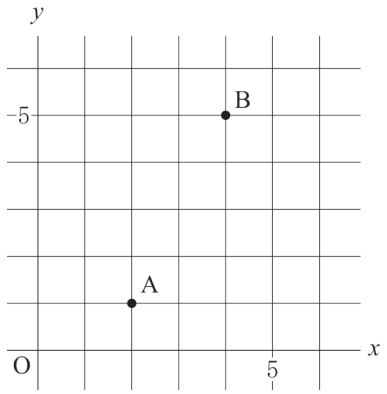
3 **【問題A】** 次の文と会話を読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生 「次の**設定**を使って，確率の問題をつくってみましょう。」

設定

座標平面上に 2 点 A(2，1)，B(4，5) があります。1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げ，1 回目に出た目の数を s，2 回目に出た目の数を t とするとき，座標が (s, t) である点を P とします。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



【E さんがつくった問題】

3 点 A，B，P を結んでできる図形が**三角形になる場合のうち**，△ABP の面積が 4 cm^2 以上になる確率を求めなさい。

R さん 「この問題は，**三角形になる場合のうち**，としているから，注意が必要だね。」

K さん 「点 P が直線 AB 上にあるときは，3 点 A，B，P を結んでできる図形が三角形にならないからね。」

R さん 「この問題だと，点 P が線分 AB と重なるときは，三角形にならないね。」

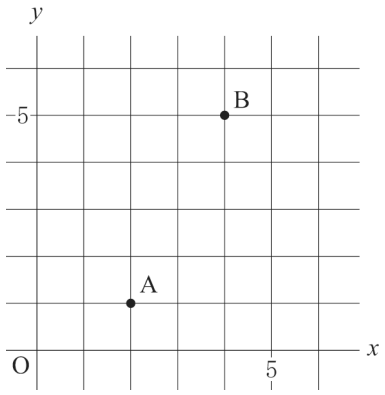
K さん 「三角形にならない点 P は［ア］個あるから，三角形になる場合は全部で［イ］通りになるね。」

R さん 「そのうち，△ABP の面積が 4 cm^2 以上になる点 P の個数がわかれば，確率を求めることができそうだね。」

問1　下線部について，直線 AB の式を求めなさい。

問2　［ア］，［イ］にあてはまる数を求めなさい。

問３　【E さんがつくった問題】について，△ABP の面積が $4\ \mathrm{cm}^2$ 以上になる確率を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。



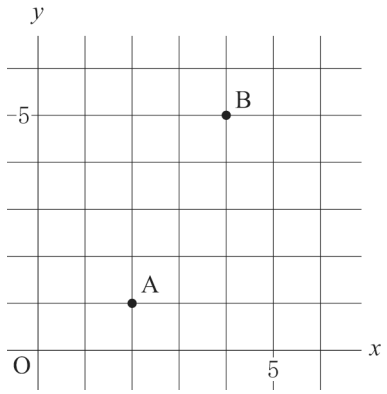
3 **【問題B】** 次の文と会話を読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生　「次の**設定**を使って，確率の問題をつくってみましょう。」

設定

座標平面上に2点A(2，1)，B(4，5)があります。1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げ，1回目に出た目の数を s，2回目に出た目の数を t とするとき，座標が $(s，t)$ である点をPとします。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし，座標軸の単位の長さを1 cmとします。



【Hさんがつくった問題】

∠APB＝90°になる確率を求めなさい。

【Eさんがつくった問題】

3点A，B，Pを結んでできる図形が**三角形になる場合のうち**，△ABPの面積が4 cm^2 以上になる確率を求めなさい。

Rさん　「【Hさんがつくった問題】について，∠APB＝90°になる点Pは何個かみつかるけど，これで全部なのかな。」

Kさん　「円の性質を利用すると，もれなくみつけることができそうだよ。」

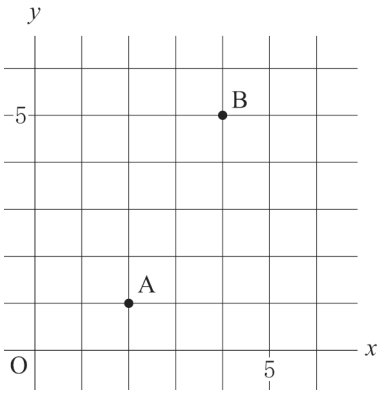
Rさん　「【Eさんがつくった問題】は，【Hさんがつくった問題】と違って，**三角形になる場合のうち**，としているから注意が必要だね。」

Kさん　「点Pの位置によっては，3点A，B，Pを結んでできる図形が三角形にならないこともあるからね。」

Rさん　「点Pが直線 **ア** 上にあるときは三角形にならないから，三角形になる場合は全部で **イ** 通りになるね。」

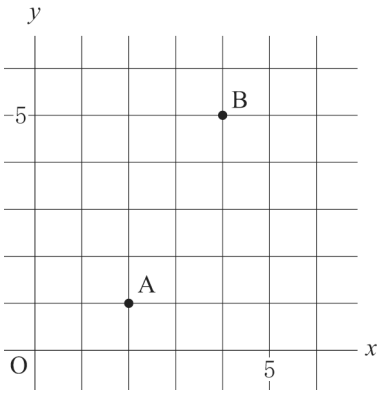
Kさん　「そのうち，△ABPの面積が4 cm^2 以上になる点Pの個数がわかれば，確率を求めることができそうだね。」

問１　【Hさんがつくった問題】について，∠APB＝90°になる確率を求めなさい。



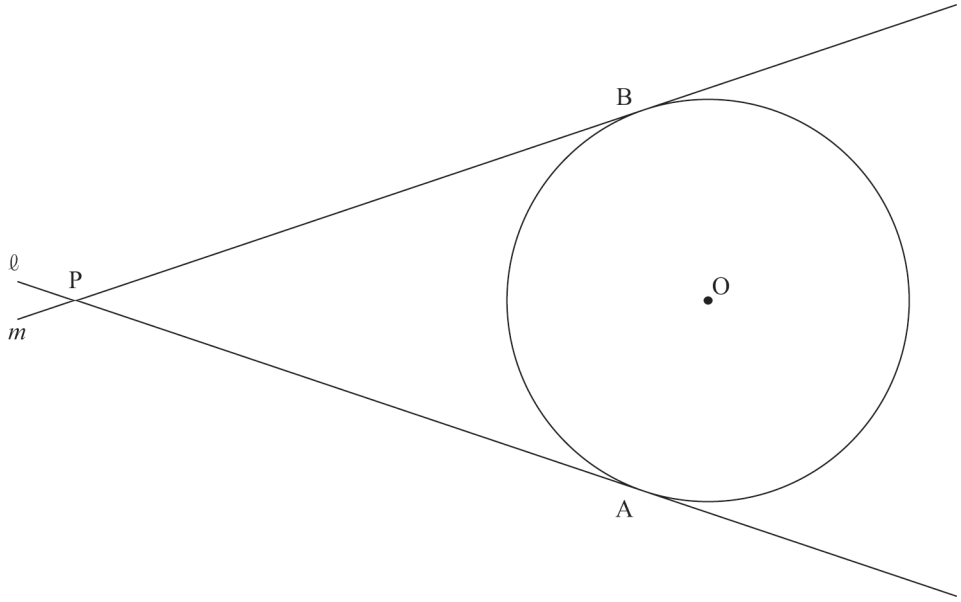
問２　［ア］にあてはまる直線の式を求めなさい。また，［イ］にあてはまる数を求めなさい。

問３　【Eさんがつくった問題】について，△ABPの面積が $4\ \mathrm{cm}^2$ 以上になる確率を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。



4 **【問題A】** 下の図のように，点 O を中心とする円 O の円周上に 2 点 A，B をとり，A，B を通る円 O の接線をそれぞれ ℓ，m とします。

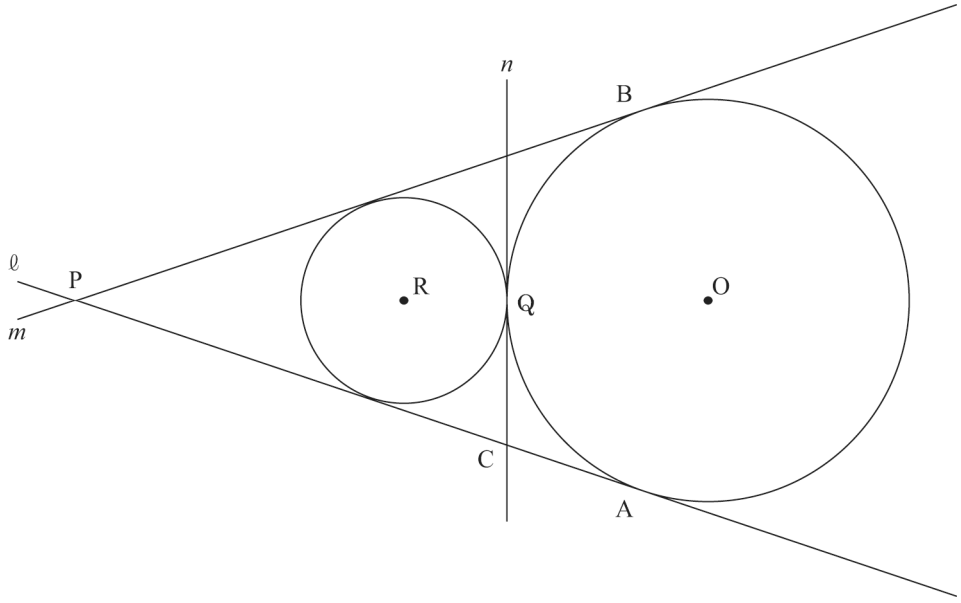
直線 ℓ と m とが点 P で交わるとき，次の各問に答えなさい。



問１ PA＝PB であることを証明しなさい。

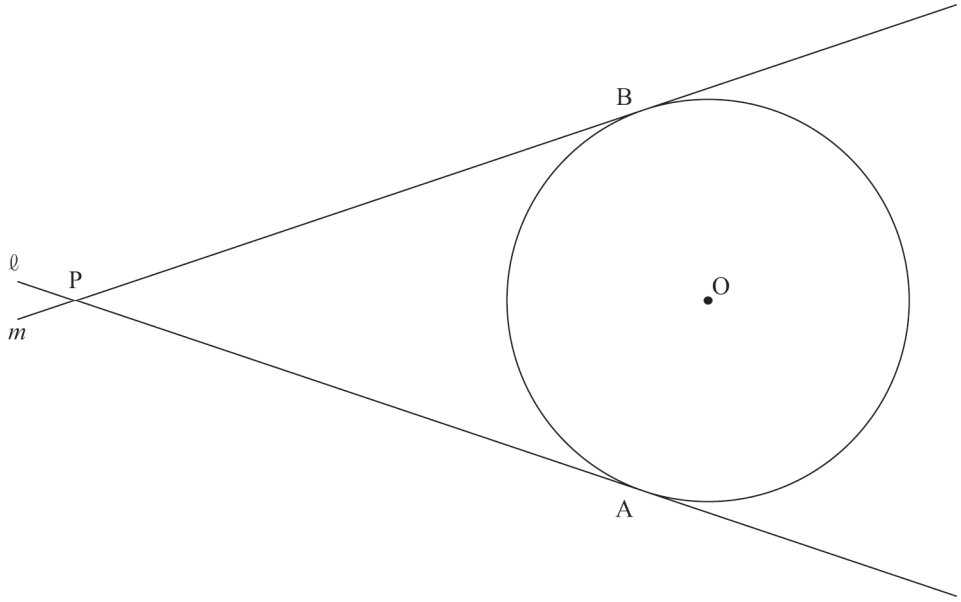
問２ 下の図のように，直線 ℓ，m に接し，円 O に点 Q で接する円の中心を R とします。また，点 Q を通る円 O と円 R の共通の接線を n とし，ℓ と n との交点を C とします。

円 O の半径が 5 cm，円 R の半径が 3 cm であるとき，線分 PC の長さを求めなさい。



4 **【問題B】** 下の図のように，点 O を中心とする円 O の円周上に 2 点 A，B をとり，A，B を通る円 O の接線をそれぞれ ℓ，m とします。

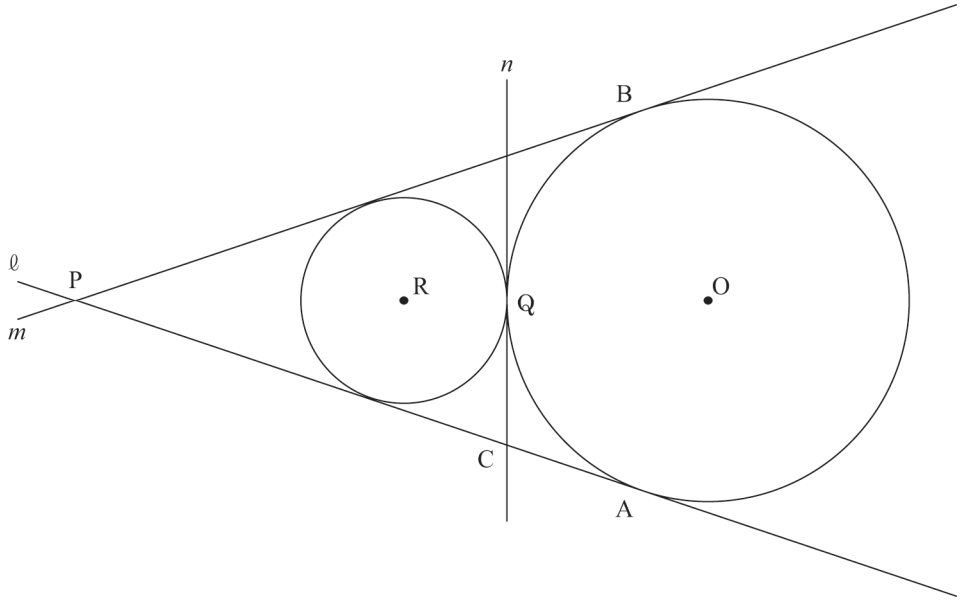
直線 ℓ と m とが点 P で交わるとき，次の各問に答えなさい。



問１ PA＝PB であることを証明しなさい。

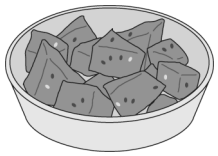
問２ 下の図のように，直線 ℓ，m に接し，円 O に点 Q で接する円の中心を R とします。また，点 Q を通る円 O と円 R の共通の接線を n とし，ℓ と n との交点を C とします。

円 O の半径が 5 cm，円 R の半径が 3 cm であるとき，線分 PC の長さを求めなさい。



5 **【問題B】** 次の文を読んで，あとの各問に答えなさい。

T さんは，カットされた状態で販売されているスイカを見たときに，そのひとつひとつは平面で切られた多面体であることに気づきました。



球から多面体を切り出したときの立体の体積について興味をもった T さんは，次のように考えました。

下の**図１**は中心 O，半径 r cm の球を，O を通る平面で切った半球で，切り口の円の円周上に∠AOB＝90° となるように 2 点 A，B をとります。また，∠AOC＝∠BOC＝90° となる半球の表面上の点を C とし，半球を点 A，O，C を通る平面と点 B，O，C を通る平面の 2 つの平面で切ります。

図２は，半球をこの 2 つの平面で切ったあとにできる立体のうち，点 A，B，C を含むもので，この立体を V とします。

図１

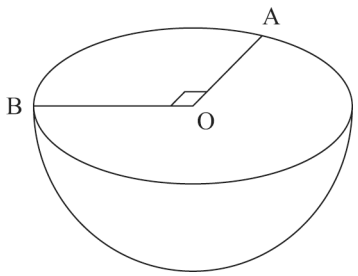
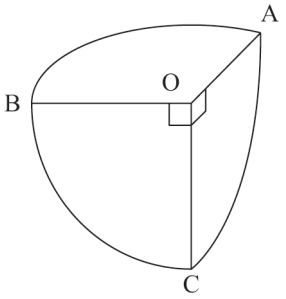


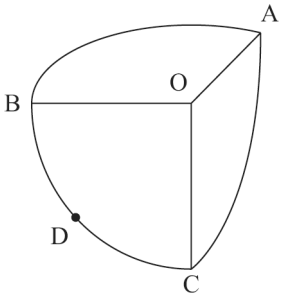
図２　(立体 V)



問１　立体 V の体積を求めなさい。

問２　**図２**において，おうぎ形 OBC の$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$の長さを二等分する点 D を，**図３**のようにとります。このとき，5 つの点 A，B，C，D，O を頂点とする四角錐の体積を，途中の説明も書いて求めなさい。

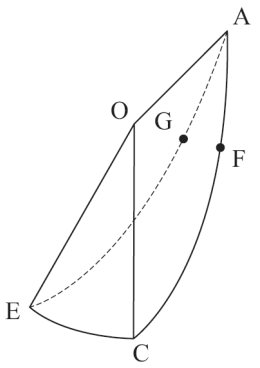
図３



問３　**図２**において，おうぎ形 OBC の$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$上に∠COE＝30°となる点 E をとり，点 E と線分 OA を通る平面で立体 V を切ると，点 C を含む立体は**図４**のようになりました。

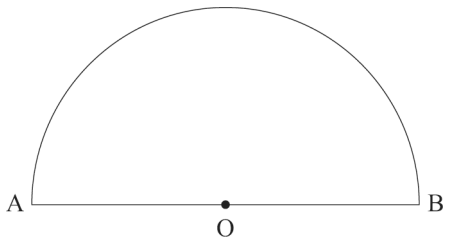
図４のように，おうぎ形 OAC の$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$を 1 : 2 に分ける点を F，おうぎ形 OAE の$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$を 1 : 2 に分ける点を G とするとき，6 つの点 A，C，E，F，G，O を頂点とする五面体の体積を求めなさい。

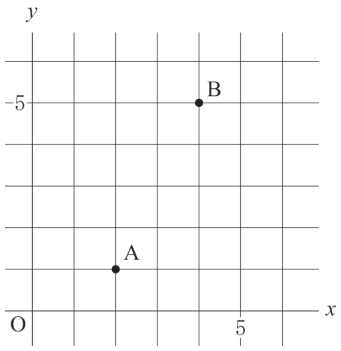
図４

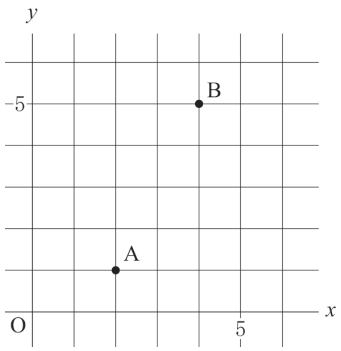


Ｒ４　埼玉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−埼Ⅰ−KY−01A	1 問題A	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５			
		問６			
		問７	$x=$　　，$y=$		
		問８	$x=$		
		問９	度		
		問 10			
		問 11	度		
		問 12	通り		
		問 13	EF＝　　cm		
		問 14			
		問 15	およそ　　匹		
		問 16	〔説明〕 答え　　サイズ		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼玉-KY-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	x＝		
		問4	通り		
		問5	EF＝　　cm		
		問6			
		問7	およそ　　匹		
		問8	午後1時　　分　　秒		
		問9	＜　　＜　　＜		
		問10	〔説明〕 答え　　サイズ		
数-22-公-埼玉-KY-02A	2 問題A	問1			
		問2	a＝ 面積　　cm^2		

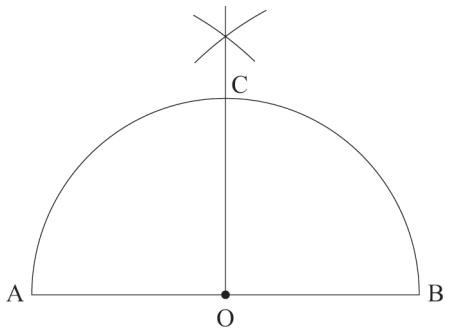
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−埼玉−KY−02B	2 問題B	問１	A ―――――――――― B		
		問２	$a=$		
数−22−公−埼玉−KY−03A	3 問題A	問１	$y=$		
		問２	ア　　イ		
		問３	〔説明〕  答え		

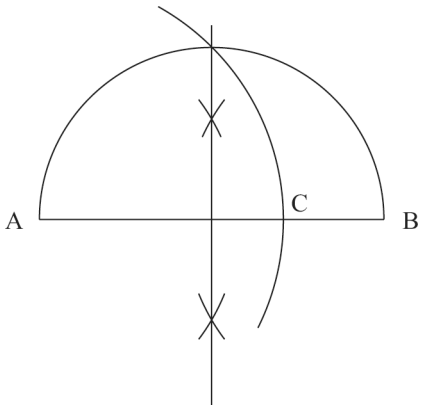
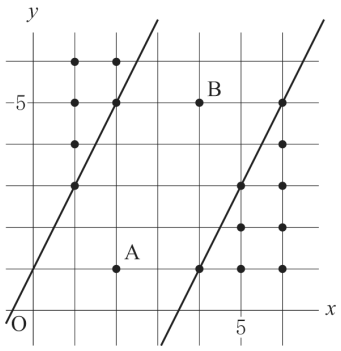
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼Ⅱ-KY-03B	3 問題B	問1			
		問2	ア　$y=$　　イ		
		問3	〔説明〕  答え		
数-22-公-埼Ⅱ-KY-04A	4 問題A	問1	〔証明〕		
		問2	PC＝　　cm		

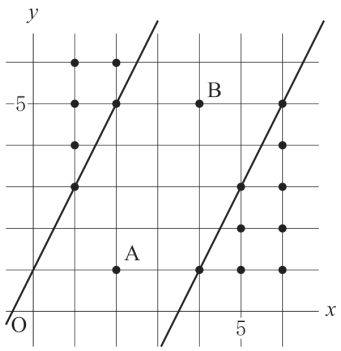
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼Ⅱ-KY-04B	4 問題B	問１	〔証明〕		
		問２	PC＝　　cm		
数-22-公-埼Ⅱ-KY-05B	5 問題B	問１	cm^3		
		問２	〔説明〕 答え　　cm^3		
		問３	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼Ⅰ-K-01A	1 問題A	問１	$-2x$	4	
		問２	-13	4	
		問３	$8xy^2$	4	
		問４	$x=\frac{1}{2}$	4	
		問５	$-\sqrt{6}$	4	
		問６	$(x+4)(x-5)$	4	
		問７	$x=1$，$y=-2$	4	
		問８	$x=\frac{3\pm\sqrt{33}}{4}$	4	
		問９	110　(度)	4	
		問 10	カ	4	
		問 11	135　(度)	4	
		問 12	4　(通り)	4	
		問 13	(EF＝)　$\frac{6}{5}$　(cm)	4	
		問 14	ウ	4	
		問 15	(およそ)　169　(匹)	4	
		問 16	〔説明〕 (例) S と M の体積比は $3^3:4^3=27:64$ 価格の比は 160：320＝1：2 価格が 2 倍なのに対して，体積は 2 倍より大きいので，M の方が割安。 M と L の底面積の比は $4^2:5^2=16:25$，L の高さは M の 2 倍なので，体積比は 16：50 価格の比は 320：960＝1：3 価格が 3 倍なのに対して，体積は 3 倍より大きいので，L の方が割安。 したがって，最も割安なのは L サイズ。 (答え)　L　(サイズ)	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼玉-K-01B	1 問題B	問1	$\dfrac{5y}{4x^3}$	4	
		問2	7	4	
		問3	$x=\dfrac{-9\pm\sqrt{33}}{4}$	4	
		問4	4　(通り)	4	
		問5	(EF=)　$\dfrac{6}{5}$　(cm)	4	
		問6	ウ	4	
		問7	(およそ)　169　(匹)	4	
		問8	午後 1 時　16　分　30　秒	5	
		問9	$b < c < d < a$	5	
		問10	〔説明〕 (例) S と M の体積比は $3^3 : 4^3 = 27 : 64$ 価格の比は 160 : 320＝1 : 2 価格が 2 倍なのに対して，体積は 2 倍より大きいので，M の方が割安。 M と L の底面積の比は $4^2 : 5^2 = 16 : 25$，L の高さは M の 2 倍なので，体積比は 16 : 50 価格の比は 320 : 960＝1 : 3 価格が 3 倍なのに対して，体積は 3 倍より大きいので，L の方が割安。 したがって，最も割安なのは L サイズ。 (答え)　L　(サイズ)	5	内容に応じて部分点を認める。
数-22-公-埼玉-K-02A	2 問題A	問1	(例)  	5	内容に応じて部分点を認める。
		問2	$a=\dfrac{2}{9}$ (面積)　36　(cm^2)	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼甲-K-02B	2 問題 B	問１	(例)  	6	内容に応じて部分点を認める。
		問２	$a=\frac{\sqrt{3}}{9}$	6	
数-22-公-埼甲-K-03A	3 問題 A	問１	$y=2x-3$	4	
		問２	ア　3　イ　33	4	
		問３	〔説明〕 (例) 点Pが(2，5)，(4，1)のとき，△ABPの面積は4 cm^{2}になる。ABを底辺としたときの高さを，ABに平行な直線をひいて考えると，図の15個の点で面積が4 cm^{2}以上になることがわかる。  また，三角形になる場合は33通り。 したがって，求める確率は$\frac{5}{11}$ (答え)　$\frac{5}{11}$	6	図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼工-K-03B	3 問題 B	問１	$\frac{1}{6}$	5	
		問２	ア　　$y=2x-3$　　イ　　33	6	
		問３	〔説明〕 (例) 点Pが(2，5)，(4，1)のとき，△ABPの面積は4 cm^2になる。ABを底辺としたときの高さを，ABに平行な直線をひいて考えると，図の15個の点で面積が4 cm^2以上になることがわかる。  また，三角形になる場合は33通り。 したがって，求める確率は$\frac{5}{11}$ (答え)　$\frac{5}{11}$	6	図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-22-公-埼工-K-04A	4 問題 A	問１	〔証明〕 (例) △APOと△BPOにおいて， POは共通 …… ① 円の半径なので，OA＝OB …… ② A，Bは接点なので， ∠PAO＝∠PBO＝90° …… ③ ①，②，③から，直角三角形で，斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので， △APO≡△BPO したがって，PA＝PB	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	(PC＝)　$4\sqrt{15}$　(cm)	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-埼Ⅱ-K-04B	4 問題 B	問１	〔証明〕 (例) △APO と△BPO において， PO は共通 …… ① 円の半径なので，OA＝OB …… ② A，B は接点なので， ∠PAO＝∠PBO＝90° …… ③ ①，②，③から，直角三角形で，斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので， △APO≡△BPO したがって，PA＝PB	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	(PC＝)　$4\sqrt{15}$　(cm)	5	
数-22-公-埼Ⅱ-K-05B	5 問題 B	問１	$\frac{\pi}{6}r^3$　(cm^3)	4	
		問２	〔説明〕 (例) 底面が OBDC，高さが OA の四角錐と考えると，底面の面積は△BOD の２倍。 △BOD は∠BOD＝45°，BO＝DO＝r であり，点 D から OB にひいた垂線の長さを h とすると， h : DO＝1 : $\sqrt{2}$　　$h=\frac{\sqrt{2}}{2}r$ したがって，四角錐の体積は， $\frac{1}{3}\times(2\times\triangle BOD)\times OA$ $=\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{2}\times r\times\frac{\sqrt{2}}{2}r\times r=\frac{\sqrt{2}}{6}r^3$ (答え)　$\frac{\sqrt{2}}{6}r^3$　(cm^3)	7	内容に応じて部分点を認める。
		問３	$\frac{1+3\sqrt{3}}{48}r^3$　(cm^3)	6	

数-22-公-埼玉-KS-01A

1　【問題Ａ】【小問集合】

問９　点Ｂを含まない$\overset{\frown}{AC}$に対する中心角の大きさは，360°－140°＝220°であるから，同じ弧に対する円周角により，$\angle x=\frac{1}{2}\times220°=110°$

問 10　関数$y=ax+b$のグラフは，右下がりの直線なので，$a<0$，切片がx軸よりも上側にあるので，$b>0$
また，関数$y=\frac{c}{x}$のグラフは，xが正でyが負である範囲と，xが負でyが正である範囲にあるので，$c<0$

問 11　円錐の展開図において，側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の円周と等しいから，
$2\times\pi\times3=6\pi$(cm)
また，円錐の母線は，側面のおうぎ形の半径と一致する。よって，おうぎ形の中心角の大きさをx°とすると，弧の長さは，$2\times\pi\times8\times\frac{x}{360}=\frac{2\pi}{45}x$(cm)と表せる。
したがって，$\frac{2\pi}{45}x=6\pi$　⇒　$x=135$　よって，求める中心角の大きさは 135°

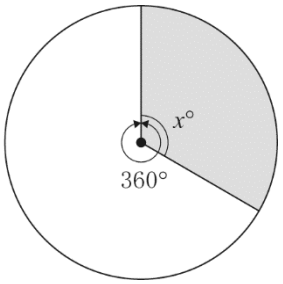
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

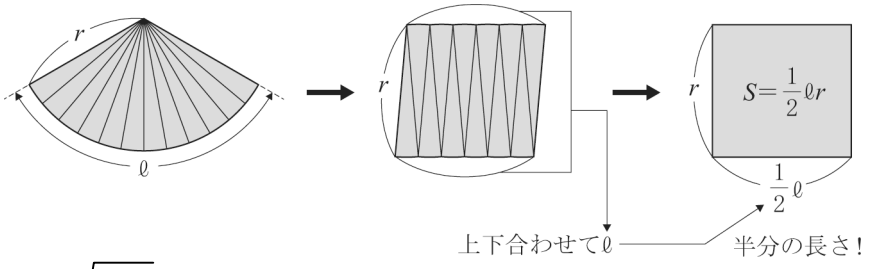
(おうぎ形の面積)＝(円の面積)　×　$\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周)　×　$\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。
おうぎ形の面積をS，弧の長さをℓ，おうぎ形の半径をrとすると，
$S=\frac{1}{2}\ell r$



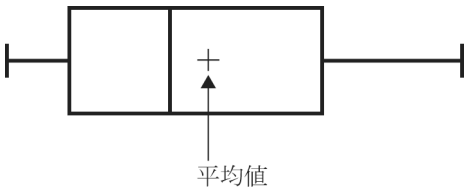
問 12　$\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数となるには，$540=2^2\times3^3\times5$ より，nは３と５を１つずつ素因数にもつ必要がある。よって，$\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数となるのは，次の４通りである。
$n=3\times5$のとき，$\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{3\times5}}=\sqrt{2^2\times3^2}=6$，$n=2^2\times3\times5$のとき，$\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{2^2\times3\times5}}=\sqrt{3^2}=3$，
$n=3^3\times5$のとき，$\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{3^3\times5}}=\sqrt{2^2}=2$，$n=2^2\times3^3\times5$のとき，$\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{2^2\times3^3\times5}}=\sqrt{1}=1$

問 13　AB // CD より，平行線と線分の比から，AE：ED＝AB：CD＝2：3
AB // EF より，平行線と線分の比から，EF：AB＝ED：AD　⇒　EF：2＝3：5　⇒　$EF=\frac{6}{5}$cm

問 14 **ア**　正しい。データの中に離れた値(外れ値)がある場合に影響を受けやすいのは，平均値である。たとえば，100 点満点のテストで，全 10 人中 9 人が 0 点，1 人だけが 100 点だったとする。すると，10 人の得点の平均値は 100÷10＝10(点)と，100 点の 1 人が平均を引き上げてしまう。しかし，四分位範囲については，いわば「順位」によるため，離れた値が少しある程度では影響を受けない。

ウ　箱ひげ図において，箱の中央が表すのは中央値である。箱ひげ図だけでは平均値はわからない。よって，誤り。ちなみに，**図 1** のように，箱ひげ図に平均値を書き入れて表すことがあるが，あくまでそれは付属的に「書き入れ」ているだけで，箱ひげ図の要件ではない。

図 1



イ，**エ**については，定義どおりであり，正しい。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

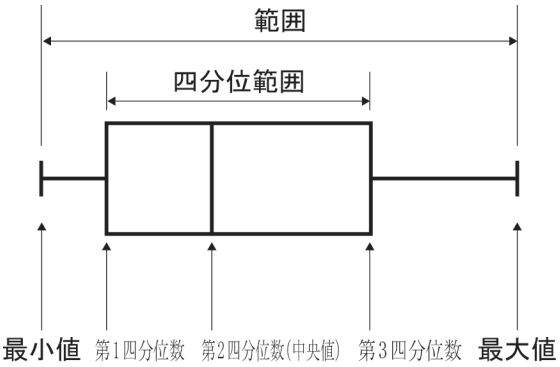
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問 15　養殖池にいる魚の総数を x 匹とする。【1】x 匹のうちの 22 匹に印をつけ，【2】23 匹のうちの 3 匹に印がついていたということから，その比率が等しいものとして魚の総数を推定すればよい。

よって，$x:22=23:3 \Rightarrow x=\dfrac{22\times23}{3}=168.666\cdots\fallingdotseq169$(匹)

数-22-公-埼玉-KS-01B

1　**【問題Ｂ】【小問集合】**

問２　$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$　すなわち，$3<\sqrt{11}<4$ より，$\sqrt{11}$の整数部分は $a=3$，小数部分は $b=\sqrt{11}-3$

$a^2-b^2-6b=a^2-b(b+6)=3^2-(\sqrt{11}-3)\{(\sqrt{11}-3)+6\}=9-(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)=9-(11-9)=7$

問３　$A=x+3$ とおくと，$2A^2-3A-3=0 \Rightarrow A=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}$

ここで，$A=x+3=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}$ だから，$x=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}-3=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}-\dfrac{12}{4}=\dfrac{-9\pm\sqrt{33}}{4}$

問４　$\sqrt{\dfrac{540}{n}}$ の値が整数となるには，$540=2^2\times3^3\times5$ より，n は 3 と 5 を 1 つずつ素因数にもつ必要がある。よって，$\sqrt{\dfrac{540}{n}}$ の値が整数となるのは，次の 4 通りである。

$n=3\times5$ のとき，$\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{3\times5}}=\sqrt{2^2\times3^2}=6$，$n=2^2\times3\times5$ のとき，$\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{2^2\times3\times5}}=\sqrt{3^2}=3$，

$n=3^3\times5$ のとき，$\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{3^3\times5}}=\sqrt{2^2}=2$，$n=2^2\times3^3\times5$ のとき，$\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{2^2\times3^3\times5}}=\sqrt{1}=1$

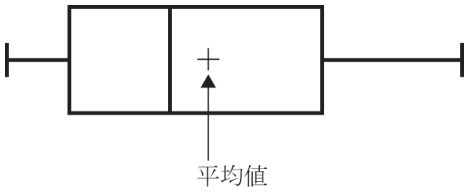
問５　AB // CD より，平行線と線分の比から，AE : ED＝AB : CD＝2 : 3

AB // EF より，平行線と線分の比から，EF : AB＝ED : AD　⇒　EF : 2＝3 : 5　⇒　$EF=\dfrac{6}{5}$cm

問６　**ア**　正しい。データの中に離れた値(外れ値)がある場合に影響を受けやすいのは，平均値である。たとえば，100 点満点のテストで，全 10 人中 9 人が 0 点，1 人だけが 100 点だったとする。すると，10 人の得点の平均値は 100÷10＝10(点)と，100 点の 1 人が平均を引き上げてしまう。しかし，四分位範囲については，いわば「順位」によるため，離れた値が少しある程度では影響を受けない。

ウ　箱ひげ図において，箱の中央が表すのは中央値である。箱ひげ図だけでは平均値はわからない。よって，誤り。ちなみに，**図１**のように，箱ひげ図に平均値を書き入れて表すことがあるが，あくまでそれは付属的に「書き入れ」ているだけで，箱ひげ図の要件ではない。

図１



イ，**エ**については，定義どおりであり，正しい。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

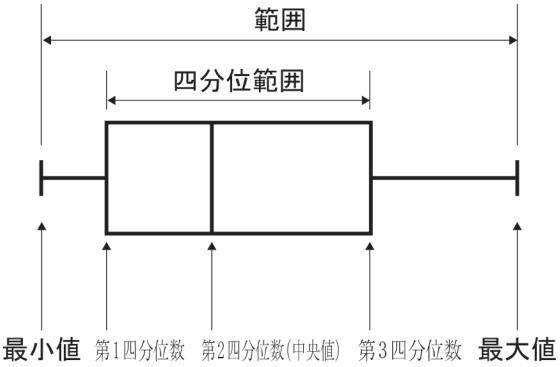
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問７　養殖池にいる魚の総数を x 匹とする。【1】x 匹のうちの 22 匹に印をつけ，【2】23 匹のうちの 3 匹に印がついていたということから，その比率が等しいものとして魚の総数を推定すればよい。

よって，x : 22＝23 : 3　⇒　$x=\dfrac{22\times23}{3}=168.666\cdots\fallingdotseq169$(匹)

問８　家を出発してから走り始めるまでの道のりを x m とすると，走った道のりは$(1500-x)$m と表せる。

よって，家を出発してから走り始めるまでにかかった時間は，$\frac{x}{50}$分で，走った時間は，$\frac{1500-x}{90}$分であり，その合計時間は 24 分だから，$\frac{x}{50}+\frac{1500-x}{90}=24 \Rightarrow x=825$(m)

よって，走り始めた時間は，$\frac{825}{50}=16\frac{1}{2}$より，午後 1 時 16 分 30 秒である。

問９　曲線①は上に開いた形をした放物線なので，$a>0$

曲線②は，x が正で y が負である範囲と，x が負で y が正である範囲にあるので，$b<0$

直線ℓは，右下がりの直線なので，$c<0$，切片が x 軸よりも上側にあるので，$d>0$

以上のことから，ともに正である a と d，ともに負である b と c のそれぞれの組み合わせで大小を比較すればよい。

点 P が直線ℓ上にあることから，その y 座標は，$y=-c+d$ と表せる。また，点 P は曲線①上にもあるので，その y 座標は，$y=a$ とも表せる。よって，$a=-c+d \Rightarrow a-d=-c$

$c<0$ だから$-c>0$，すなわち，$a-d>0$ より，$a>d$ である。

また，点 P は曲線②上にもあるので，その y 座標は，$y=-b$ とも表せる。よって，$-b=-c+d \Rightarrow c-b=d$

$d>0$ だから，$c-b>0$ より，$c>b$ である。

したがって，$b<c<d<a$ である。

数-22-公-埼玉-KS-02A

2 【問題Ａ】【作図，関数のグラフと図形】

問１　解答のヒント AO : AC $=1:\sqrt{2}$ という比の条件から，AO＝CO，∠AOC＝90°の直角二等辺三角形 ACO を作図することを考える。

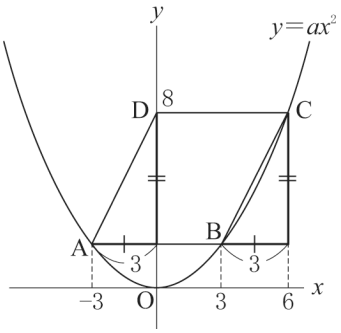
問２　四角形 ABCD が平行四辺形であることから，**図１**のように，点 A から点 D までの x の増加量と，点 B から点 C までの x の増加量は等しい。よって，点 C の x 座標は，点 B の x 座標より 3 大きく，6 である。よって，点 C が曲線 $y=ax^2$ 上にあることから，その y 座標は，$y=a\times6^2=36a$ である。これは点 D の y 座標 8 と等しいから，$36a=8 \Rightarrow a=\frac{2}{9}$

また，平行四辺形 ABCD の底辺を AB＝6cm としたとき，その高さは，2 点 A，D の y 座標の差に等しい。

点 A の y 座標は，$y=\frac{2}{9}\times(-3)^2=2$ だから，高さは 8－2＝6(cm)

よって，面積は，$6\times6=36$(cm^2)

図１



数-22-公-埼玉-KS-02B

2 【問題Ｂ】【作図，関数のグラフと図形】

問１　解答のヒント $1:\sqrt{2}$ という比の条件から，直角二等辺三角形を作図することを考える。

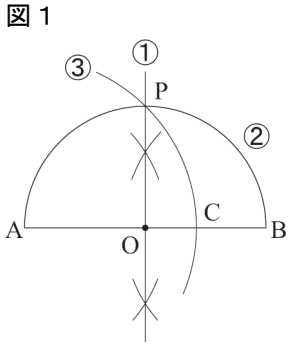
以下に作図の手順を示す(**図１**)。

① 線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点を O とする。

② 点 O を中心に，点 A から点 B まで半円の弧をかき，線分 AB の垂直二等分線との交点を P とする。

③ すると，△ABP は直角二等辺三角形であり，AP : AB $=1:\sqrt{2}$ であるから，点 A を中心に，半径 AP の円弧をかき，線分 AB と交わった点を C とすれば，AP＝AC なので，AC : AB $=1:\sqrt{2}$ となる。

図１



問２　**図２**のように，△ABE と△CDE において，仮定より，

AE＝CE

DC // AB より，錯角は等しいから，∠EAB＝∠ECD

対頂角は等しいから，∠AEB＝∠CED

よって，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△CDE　したがって，BE＝DE

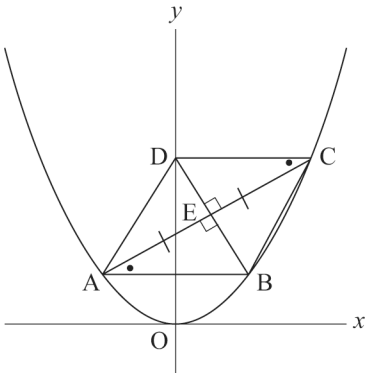
BE＝DE，AE＝CE より，対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形 ABCD は平行四辺形である。

よって，AB＝DC＝6 より，点 C の x 座標は 6 である。

点 C が曲線 $y=ax^2$ 上にあることから，その y 座標は，

$y=a\times6^2=36a$ である。よって，点 D の座標は，D(0，$36a$)

図２



また，AC⊥BD より，平行四辺形 ABCD はひし形である。

点 A が曲線 $y=ax^2$ 上にあることから，その y 座標は，$y=a\times(-3)^2=9a$ である。よって，点 A の座標は，A(−3，$9a$)

よって，AD＝AB＝6 であるから，$AD^2=\{0-(-3)\}^2+(36a-9a)^2$　⇒　$9+729a^2=36$　⇒　$a^2=\dfrac{1}{27}$

⇒　$a>0$ より，$a=\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

数-22-公-埼玉-KS-03A

3　**【問題Ａ】**【確率，関数】

問１　直線 AB の式を $y=ax+b$ とおく。2 点 A(2，1)，B(4，5)の座標を式に代入することにより，

$1=2a+b$，$5=4a+b$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=2$，$b=-3$

よって，求める直線の式は，$y=2x-3$

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問２　直前の R さんの発言より，点 P が線分 AB 上にあるときは三角形とならない。よって，そのような点 P は，(2，1)，(3，3)，(4，5)の 3 個 …［ア］であり，三角形になる場合は，

36−3＝33(通り) …［イ］である。

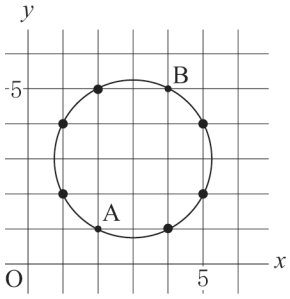
数-22-公-埼玉-KS-03B

3　**【問題Ｂ】**【確率，関数】

問１　∠APB＝90°となるのは，**図１**のように，線分 AB を直径とする円の周上に点 P がある場合である。ただし，2 点 A，B のいずれかに重なる場合は除く。

よって，その場合の数は 6 通りなので，求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

図１



問２　直線 AB の式を $y=ax+b$ とおく。2 点 A(2，1)，B(4，5)の座標を式に代入することにより，

$1=2a+b$，$5=4a+b$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=2$，$b=-3$

よって，求める直線の式は，$y=2x-3$ …［ア］

空欄を含む部分の発言より，点 P が直線 $y=2x-3$ 上にあるときは三角形とならない。

よって，そのような点 P は，(2，1)，(3，3)，(4，5)の 3 個であり，三角形になる場合は，

36−3＝33(通り) …［イ］である。

数-22-公-埼玉-KS-04A

4 【問題Ａ】【平面図形】

ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問２

解答のヒント

① 問題文から，直線には 2 円の共通の接線という条件が見つかる。

② **問１**で証明した，円の外にある 1 点からその円に引いた 2 本の接線の長さは等しいという性質や，円の接線は，その接点を通る半径と垂直になるという性質が使えないかを考える。

③ 今回は線分の長さを求める問題だから，②の「垂直」というキーワードから，「三平方の定理」を利用する可能性もあることに注目しよう。

以上のことを参考にして解いていこう。

図１のように，4 点 P，R，Q，O を結ぶ。

また，円 R と直線ℓとの接点を D とし，半径 RD を引く。

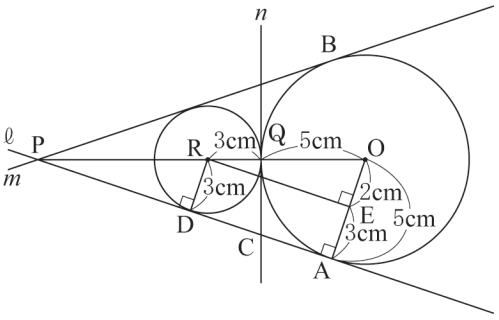
円 O における半径 OA を引き，点 R から半径 OA に垂線 RE をおろす。

すると，図のように，四角形 ADRE は長方形となるため，EA＝RD＝3cm

よって，OE＝OA－EA＝5－3＝2(cm),

OR＝OQ＋QR＝5＋3＝8(cm)だから，

図１



直角三角形 OER において，三平方の定理より，

$RE=\sqrt{OR^2-OE^2}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}$(cm)　ゆえに，$DA=RE=2\sqrt{15}$cm

次に，RD//OA より，平行線と線分の比から，PD：PA＝RD：OA　⇒　PD：(PD＋$2\sqrt{15}$)＝3：5

⇒　5PD＝3(PD＋$2\sqrt{15}$)　⇒　2PD＝$6\sqrt{15}$　⇒　PD＝$3\sqrt{15}$cm

ここで，**問１**の証明を一般化すると，円の外にある 1 点からその円に引いた 2 本の接線の長さは等しいことがわかるので，円 R の外にある点 C より，CD＝CQ，円 O の外にある点 C より，

CA＝CQ

よって，$CD=CA=\frac{1}{2}DA=\sqrt{15}$(cm)より，$PC=PD+CD=3\sqrt{15}+\sqrt{15}=4\sqrt{15}$(cm)

数-22-公-埼玉-KS-04B

4 【問題Ｂ】【平面図形】

ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問２

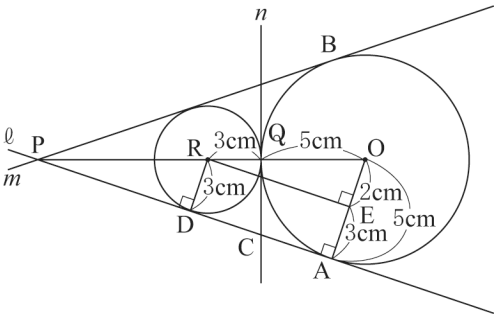
解答のヒント

① 問題文から，直線には 2 円の共通の接線という条件が見つかる。

② **問１**で証明した，円の外にある 1 点からその円に引いた 2 本の接線の長さは等しいという性質や，円の接線は，その接点を通る半径と垂直になるという性質が使えないかを考える。

③　今回は線分の長さを求める問題だから，②の「垂直」というキーワードから，「三平方の定理」を利用する可能性もあることに注目しよう。
以上のことを参考にして解いていこう。
図１のように，4 点 P，R，Q，O を結ぶ。
また，円 R と直線ℓとの接点を D とし，半径 RD を引く。
円 O における半径 OA を引き，点 R から半径 OA に垂線 RE をおろす。
すると，図のように，四角形 ADRE は長方形となるため，EA＝RD＝3cm
よって，OE＝OA－EA＝5－3＝2(cm),
OR＝OQ＋QR＝5＋3＝8(cm)だから，

図１



直角三角形 OER において，三平方の定理より，
$RE=\sqrt{OR^2-OE^2}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}$(cm)　ゆえに，$DA=RE=2\sqrt{15}$cm
次に，RD//OA より，平行線と線分の比から，PD : PA＝RD : OA　⇒　PD : (PD＋$2\sqrt{15}$)＝3 : 5
⇒　5PD＝3(PD＋$2\sqrt{15}$)　⇒　2PD＝$6\sqrt{15}$　⇒　PD＝$3\sqrt{15}$cm
ここで，**問１**の証明を一般化すると，円の外にある 1 点からその円に引いた 2 本の接線の長さは等しいことがわかるので，円 R の外にある点 C より，CD＝CQ，円 O の外にある点 C より，
CA＝CQ
よって，CD＝CA＝$\frac{1}{2}$DA＝$\sqrt{15}$(cm)より，PC＝PD＋CD＝$3\sqrt{15}+\sqrt{15}=4\sqrt{15}$(cm)

数-22-公-埼玉-KS-05B

5 【問題Ｂ】【空間図形】

問１　立体 V は，半径 r の球を 8 等分したうちの 1 つ分にあたるので，その体積は，$\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{8}=\frac{\pi}{6}r^3$ (cm^3)

問３　体積を求める五面体は，**図１**のような立体である。
まず，**図２**のように，おうぎ形の面 OAC を取り出して考える。
$\overset{\frown}{AF}:\overset{\frown}{FC}=1:2$ より，$\angle COF=90°\times\frac{2}{3}=60°$
さらに，OC＝OF であることから，△OCF は正三角形であり，∠OCF＝60° である。

図１

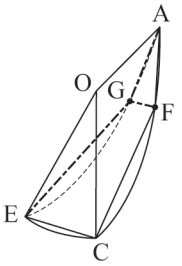
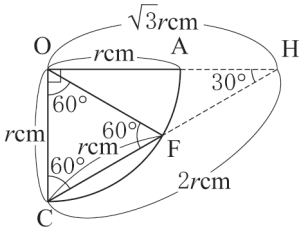
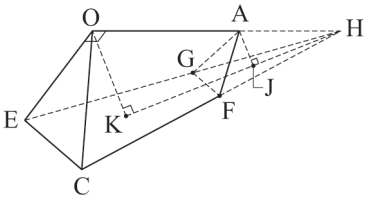


図２



よって，直線 CF と直線 OA を延長した交点を H とすると，△OCH は，OC : CH : OH＝1 : 2 : $\sqrt{3}$ の直角三角形である。
したがって，OC＝r cm より，CH＝2r cm，OH＝$\sqrt{3}r$ cm
おうぎ形の面 OAE を取り出して考えても同様にして，直線 EG と直線 OA を延長した交点は H となる。
よって，**図３**のように，体積を求める五面体は，三角錐 H－CEO の一部であると考え，底面積と高さの比の関係から，五面体の体積を求めることができる。

図３



まず，三角錐 H－CEO の体積を求める。

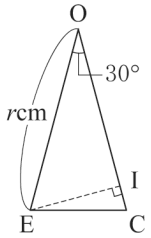
図４のように，底面 CEO は，OE＝OC＝r cm，∠COE＝30°の二等辺三角形である。頂点 E から辺 OC に垂線 EI をおろすことで，△EIO は，EI：EO：IO＝1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形となるから，EI＝$\frac{r}{2}$cm である。

よって，底面 CEO の面積は，OC×EI×$\frac{1}{2}$＝r×$\frac{r}{2}$×$\frac{1}{2}$＝$\frac{r^2}{4}$(cm^2)

面 CEO⊥OH より，三角錐 H－CEO の高さは OH＝$\sqrt{3}r$ cm なので，

体積は，$\frac{r^2}{4}$×$\sqrt{3}r$×$\frac{1}{3}$＝$\frac{\sqrt{3}}{12}r^3$ (cm^3)

図４



次に，三角錐 H－CEO と三角錐 H－FGA について，それぞれの底面を△CEH，△FGH とみなして，その底面積比を求める。

2 つの底面は，**図５**のように，相似の関係である。その相似比は，

HC：HF＝2：1 だから，面積比は，2^2：1^2＝4：1 である。

最後に，三角錐 H－CEO と三角錐 H－FGA について，それぞれの底面 CEH，FGH に対して，頂点 O，A からおろした垂線を OK，AJ とし，その長さの比を求める。

図５

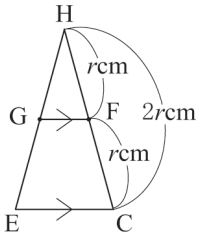
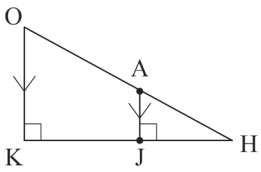


図６のように，面 HKO を取り出して考えると，△HKO∽△HJA であり，その相似比は，OH：AH＝OH：(OH－AO)＝$\sqrt{3}$：($\sqrt{3}$－1) である。

以上のことから，三角錐 H－CEO と三角錐 H－FGA の体積比は，

(4×$\sqrt{3}$)：{1×($\sqrt{3}$－1)}＝4$\sqrt{3}$：($\sqrt{3}$－1)である。

図６



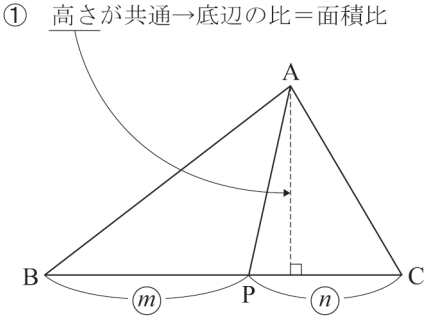
よって，三角錐 H－FGA の体積を V' とすると，

V'＝$\frac{\sqrt{3}-1}{4\sqrt{3}}$×$\frac{\sqrt{3}}{12}r^3$＝$\frac{\sqrt{3}-1}{48}r^3$ (cm^3)

したがって，五面体の体積は，$\frac{\sqrt{3}}{12}r^3$－$\frac{\sqrt{3}-1}{48}r^3$＝$\frac{1+3\sqrt{3}}{48}r^3$ (cm^3)

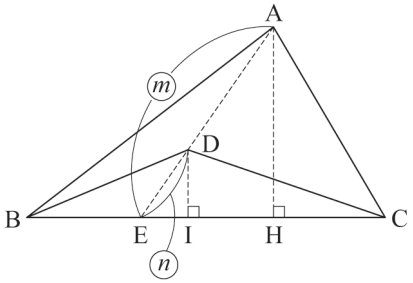
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

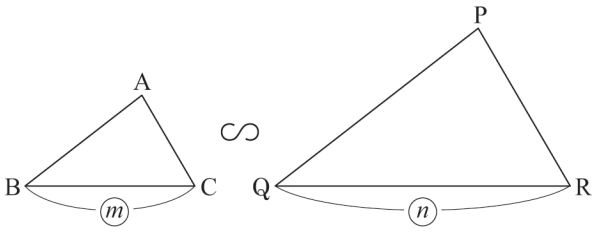
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2