Ｒ５　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-23-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$7x-3x$　を計算しなさい。

問２　$4\times(-7)+20$　を計算しなさい。

問３　$30xy^2\div5x\div3y$　を計算しなさい。

問４　方程式　$1.3x+0.6=0.5x+3$　を解きなさい。

問５　$\dfrac{8}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}$　を計算しなさい。

問６　$x^2-11x+30$　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}3x+5y=2\\-2x+9y=11\end{cases}$　を解きなさい。

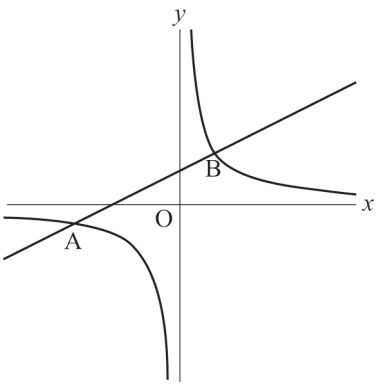
問８　２次方程式　$3x^2-5x-1=0$　を解きなさい。

問９　次の**ア**～**エ**の調査は，全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。標本調査でおこなわれるものを**二つ**選び，その記号を書きなさい。

ア　ある河川の水質調査
イ　ある学校でおこなう健康診断
ウ　テレビ番組の視聴率調査
エ　日本の人口を調べる国勢調査

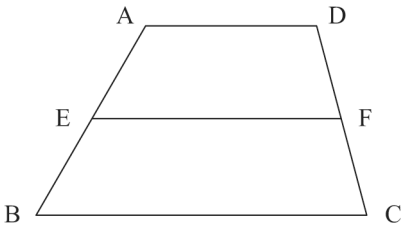
問 10 右の図において，曲線は関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフで，曲線上の 2 点 A，B の x 座標はそれぞれ-6，2 です。

2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。



問 11 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $a \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ となりました。このとき，a の値を求めなさい。

問 12 右の図のような，AD＝5 cm，BC＝8 cm，AD // BC である台形 ABCD があります。辺 AB の中点を E とし，E から辺 BC に平行な直線をひき，辺 CD との交点を F とするとき，線分 EF の長さを求めなさい。

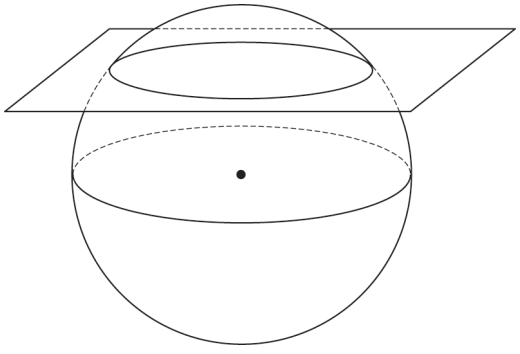


問 13 100 円硬貨 1 枚と，50 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上になる確率を求めなさい。

ただし，硬貨の表と裏の出かたは，同様に確からしいものとします。

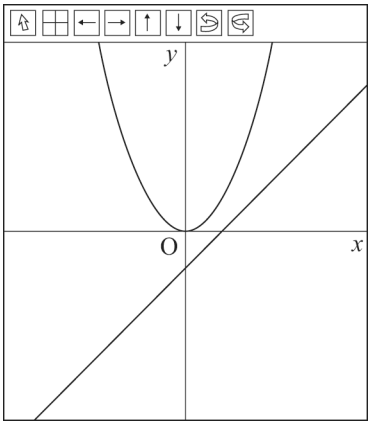


問 14 半径 7 cm の球を，中心から 4 cm の距離にある平面で切ったとき，切り口の円の面積を求めなさい。

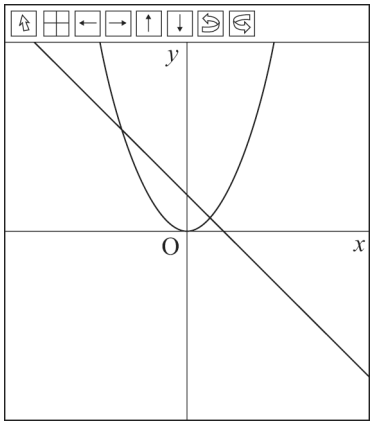


問 15　次の**ア**～**エ**は，関数　$y=ax^2$　のグラフと，一次関数　$y=bx+c$　のグラフをコンピュータソフトを用いて表示したものです。**ア**～**エ**のうち，a，b，c がすべて同符号であるものを一つ選び，その記号を書きなさい。

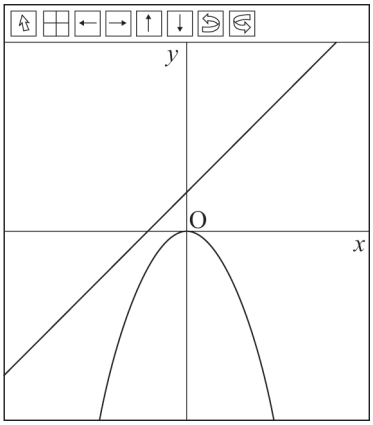
ア



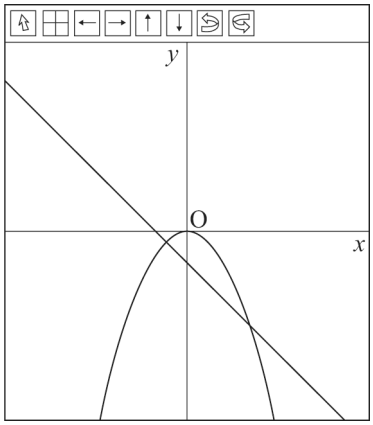
イ



ウ



エ



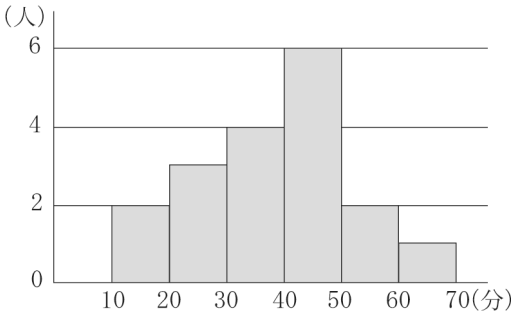
問 16　次は，ある数学の【問題】について，A さんと B さんが会話している場面です。これを読んで，下の**問**に答えなさい。

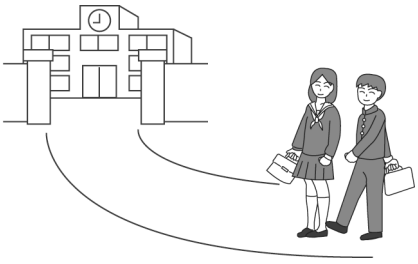
【問題】

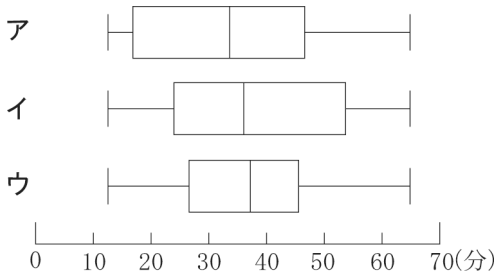
右の図は，18 人の生徒の通学時間をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは，通学時間が 10 分以上 20 分未満の生徒の人数は 2 人であることを表しています。

ア～**ウ**の箱ひげ図の中から，このヒストグラムに対応するものを一つ選びなさい。

図







A さん「ヒストグラムから読みとることができる第 1 四分位数は，20 分以上 30 分未満の階級に含まれているけれど，**ア**の第 1 四分位数は 10 分以上 20 分未満で，異なっているから，**ア**は対応していないね。」

B さん「同じように，

I

から，**イ**も対応していないよ。」

A さん「ということは，ヒストグラムに対応しているものは**ウ**だね。」

問　会話中の［　I　］にあてはまる，**イ**が**対応していない理由**を，ヒストグラムの階級にふれながら説明しなさい。

数-23-公-埼玉-問-01B

1　**【問題 B】**　次の各問に答えなさい。

問 1　$10xy^2\times\left(-\frac{2}{3}xy\right)^2\div(-5y^2)$　を計算しなさい。

問 2　$x=3+\sqrt{7}$，$y=3-\sqrt{7}$　のとき，x^3y-xy^3　の値を求めなさい。

問３　2 次方程式　$(5x-2)^2-2(5x-2)-3=0$　を解きなさい。

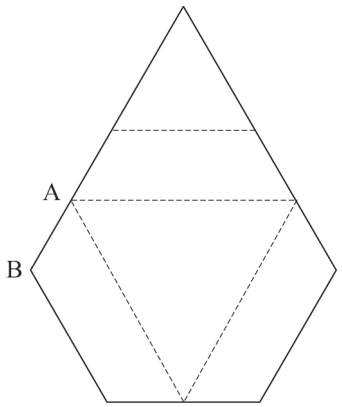
問４　次の**ア**～**エ**の調査は，全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。標本調査でおこなわれるものを**二つ**選び，その記号を書きなさい。

ア　ある河川の水質調査
イ　ある学校でおこなう健康診断
ウ　テレビ番組の視聴率調査
エ　日本の人口を調べる国勢調査

問５　100 円硬貨 1 枚と，50 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上になる確率を求めなさい。
　ただし，硬貨の表と裏の出かたは，同様に確からしいものとします。

問６　半径 7 cm の球を，中心から 4 cm の距離にある平面で切ったとき，切り口の円の面積を求めなさい。

問７　右の図はある立体の展開図で，これを組み立ててつくった立体は，3 つの合同な台形と 2 つの相似な正三角形が面になります。
　この立体を V とするとき，立体 V の頂点と辺の数をそれぞれ求めなさい。また，立体 V の辺のうち，辺 AB とねじれの位置になる辺の数を求めなさい。



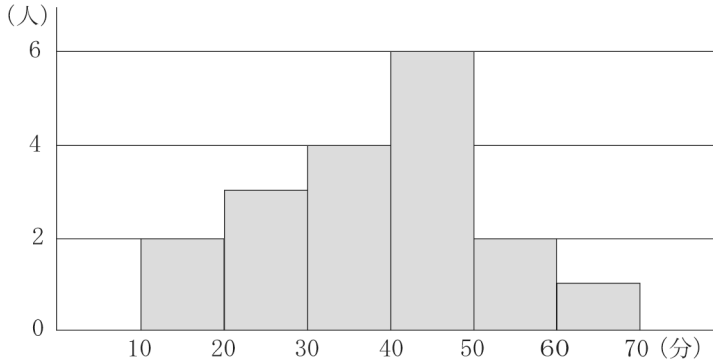
問８　ある 3 桁の自然数 X があり，各位の数の和は 15 です。また，X の百の位の数と一の位の数を入れかえてつくった数を Y とすると，X から Y を引いた値は 396 でした。十の位の数が 7 のとき，X を求めなさい。

問９　関数　$y=2x^2$　について，x の変域が　$a \leqq x \leqq a+4$　のとき，y の変域は　$0 \leqq y \leqq 18$　となりました。このとき，a の値を**すべて**求めなさい。

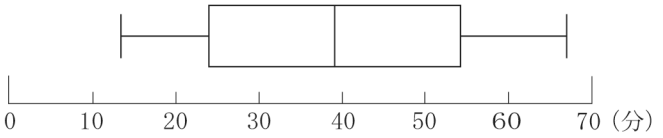
問 10　次の**図**は，18 人の生徒の通学時間をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは，通学時間が 10 分以上 20 分未満の生徒の人数は 2 人であることを表しています。

下の**箱ひげ図**は，このヒストグラムに**対応するものではない**と判断できます。その理由を，ヒストグラムの階級にふれながら説明しなさい。

図



箱ひげ図



数-23-公-埼玉-問-02A

2 【問題A】　次の各問に答えなさい。

問 1　下の図の点 A は，北の夜空にみえる，ある星の位置を表しています。4 時間後に観察すると，その星は点 B の位置にありました。北の夜空の星は北極星を回転の中心として 1 時間に 15 °だけ反時計回りに回転移動するものとしたときの北極星の位置を点 P とします。このとき，点 P をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問 2　2 桁の自然数 X と，X の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数 Y について，X と Y の和は 11 の倍数になります。その理由を，文字式を使って説明しなさい。

数-23-公-埼玉-問-02B

2 **【問題B】** 次の各問に答えなさい。

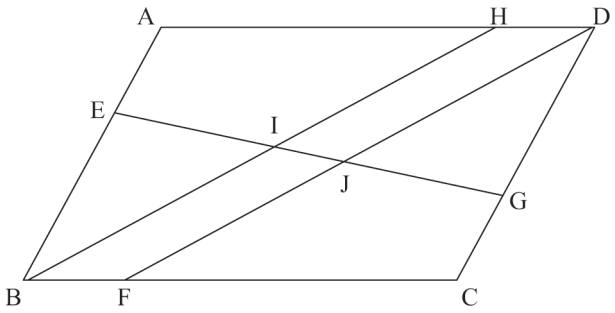
問1 下の図の点Aは，北の夜空にみえる，ある星の位置を表しています。2時間後に観察すると，その星は点Bの位置にありました。北の夜空の星は北極星を回転の中心として1時間に15°だけ反時計回りに回転移動するものとしたときの北極星の位置を点Pとします。このとき，点Pをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問2 下の図のように，平行四辺形ABCDの辺AB，BC，CD，DA上に4点E，F，G，Hをそれぞれとり，線分EGとBH，DFとの交点をそれぞれI，Jとします。

AE＝BF＝CG＝DHのとき，△BEI≡△DGJであることを証明しなさい。



3 **【問題A】** 次は，先生と A さん，B さんの会話です。これを読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生「次の表は，2 以上の自然数 n について，その逆数 $\frac{1}{n}$ の値を小数で表したものです。これをみて，気づいたことを話し合ってみましょう。」

n	$\frac{1}{n}$ の値
2	0.5
3	0.33333333333333…
4	0.25
5	0.2
6	0.16666666666666…
7	0.14285714285714…
8	0.125
9	0.11111111111111…
10	0.1

A さん「n の値によって，割り切れずに限りなく続く無限小数になるときと，割り切れて終わりのある有限小数になるときがあるね。」

B さん「なにか法則はあるのかな。」

A さん「この表では，n が偶数のときは，有限小数になることが多いね。」

B さん「だけど，この表の中の偶数でも，$n=$ ［ア］ のときは無限小数になっているよ。」

A さん「それでは，n が奇数のときは，無限小数になるのかな。」

B さん「n が 5 のときは，有限小数になっているね。n が **2 桁の奇数**のときは，$\frac{1}{n}$ は無限小数になるんじゃないかな。」

A さん「それにも，$n=$ ［イ］ という反例があるよ。」

B さん「有限小数になるのは，2，4，5，8，10，16，20，［イ］，32，…」

A さん「それぞれ素因数分解してみると，なにか法則がみつかりそうだね。」

先　生「いいところに気づきましたね。他にも，有理数を小数で表すと，有限小数か循環小数になることを学習しましたね。」

B さん「循環小数とは，同じ数字が繰り返しあらわれる無限小数のことですね。」

A さん「その性質を利用すれば，循環小数の小数第 50 位の数なども求めることができますね。」

問 1　［ア］，［イ］ にあてはまる数を求めなさい。

問 2　$\frac{1}{7}$ の値を小数で表したときの小数第 50 位の数を求めなさい。

3 **【問題B】** 次は，先生と A さん，B さんの会話です。これを読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生「次の表は，2 以上の自然数 n について，その逆数 $\frac{1}{n}$ の値を小数で表したものです。これをみて，気づいたことを話し合ってみましょう。」

n	$\frac{1}{n}$ の値
2	0.5
3	0.33333333333333…
4	0.25
5	0.5
6	0.16666666666666…
7	0.14285714285714…
8	0.125
9	0.11111111111111…
10	0.1

A さん「n の値によって，割り切れずに限りなく続く無限小数になるときと，割り切れて終わりのある有限小数になるときがあるね。」

B さん「なにか法則はあるのかな。」

A さん「この表では，n が偶数のときは，有限小数になることが多いね。」

B さん「だけど，この表の中の偶数でも，$n=$ ［ア］ のときは無限小数になっているよ。」

A さん「それでは，n が奇数のときは，無限小数になるのかな。」

B さん「n が 5 のときは，有限小数になっているね。n が **2 桁の奇数**のときは，$\frac{1}{n}$ は無限小数になるんじゃないかな。」

A さん「それにも，$n=$ ［イ］ という反例があるよ。」

B さん「有限小数になるのは，2，4，5，8，10，16，20，［イ］，32，…」

A さん「それぞれ素因数分解してみると，なにか法則がみつかりそうだね。」

先　生「いいところに気づきましたね。他にも，有理数を小数で表すと，有限小数か循環小数になることを学習しましたね。」

B さん「循環小数とは，同じ数字が繰り返しあらわれる無限小数のことですね。」

A さん「その性質を利用すれば，循環小数の小数第 50 位の数なども求めることができますね。」

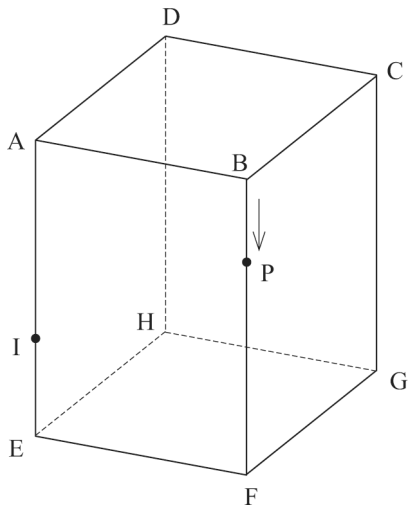
問 1　［ア］，［イ］ にあてはまる数を求めなさい。

問 2　$\frac{1}{7}$ の値を小数で表したときの小数第 30 位の数を求めなさい。また，小数第 1 位から小数第 30 位までの各位の数の和を求めなさい。

数-23-公-埼玉-問-04A

4 **【問題A】** 右の図のような，1 辺の長さが 4 cm の正方形を底面とし，高さが 6 cm の直方体 ABCD－EFGH があり，辺 AE 上に AI＝4 cm となる点 I をとります。

点 P が頂点 B を出発して毎秒 1 cm の速さで辺 BF 上を頂点 F まで動くとき，次の各問に答えなさい。



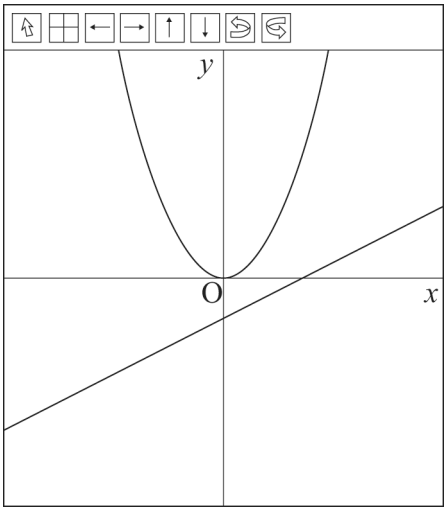
問１ IP＋PG の長さが最も短くなるのは，点 P が頂点 B を出発してから何秒後か求めなさい。

問２ 頂点 B を出発した後の点 P について，△APC は二等辺三角形になることを証明しなさい。

問３ 頂点 B を出発してから 4 秒後の点 P について，3 点 I，P，C を通る平面で直方体を切ったときにできる 2 つの立体のうち，体積が大きい方の立体の**表面積**を求めなさい。

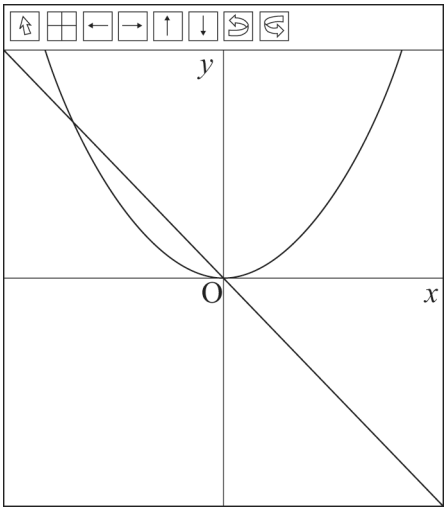
数-23-公-埼玉-問-04B

4 **【問題B】** 次の図は，コンピュータソフトを使って，座標平面上に関数 $y=ax^2$ のグラフと，一次関数 $y=bx+c$ のグラフを表示したものです。a，b，c の数値を変化させたときの様子について，下の各問に答えなさい。



問1 グラフが右の**図1**のようになるとき，a，b，c の大小関係を，不等号を使って表しなさい。

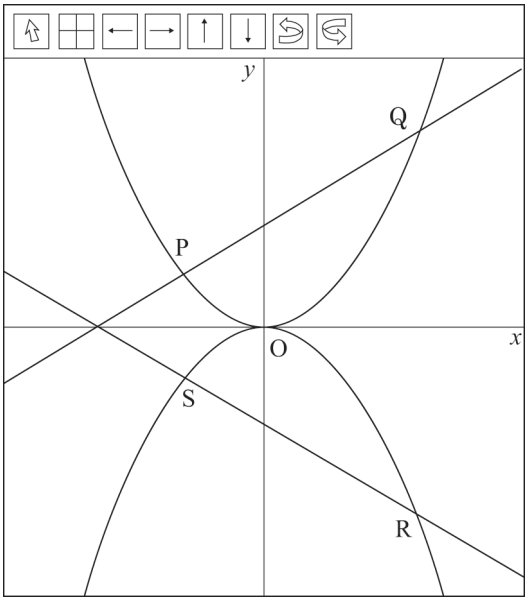
図1



問２　右の**図２**は，a，b，c がすべて正のときの，関数　$y=ax^2$　と　$y=-ax^2$　のグラフと，一次関数　$y=bx+c$　と　$y=-bx-c$　のグラフを表示したものです。

図２のように，$y=ax^2$　と　$y=bx+c$　とのグラフの交点を P，Q とし，$y=-ax^2$　と　$y=-bx-c$　とのグラフの交点を S，R とすると，四角形 PQRS は台形になります。このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

図２



(1) a，b の値を変えないまま，c の値を大きくすると，台形 PQRS の面積はどのように変化するか，次の**ア**～**ウ**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。また，その理由を説明しなさい。

ア　大きくなる　　**イ**　一定である　　**ウ**　小さくなる

(2) 点 P，Q の x 座標がそれぞれ-1，2 で，直線 QS の傾きが 1 のとき，a，b，c の値を求めなさい。また，そのときの台形 PQRS を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

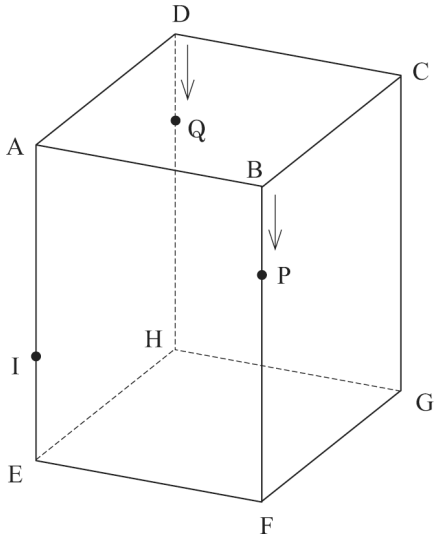
ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

数-23-公-埼玉-問-05B

5　**【問題Ｂ】**　右の図のような，1 辺の長さが 4 cm の正方形を底面とし，高さが 6 cm の直方体 ABCD－EFGH があり，辺 AE 上に，AI＝4 cm となる点 I をとります。

点 P は頂点 B を出発して毎秒 1 cm の速さで辺 BF 上を頂点 F まで，点 Q は頂点 D を出発して毎秒 1 cm の速さで辺 DH 上を頂点 H まで動きます。

点 P，Q がそれぞれ頂点 B，D を同時に出発するとき，次の各問に答えなさい。

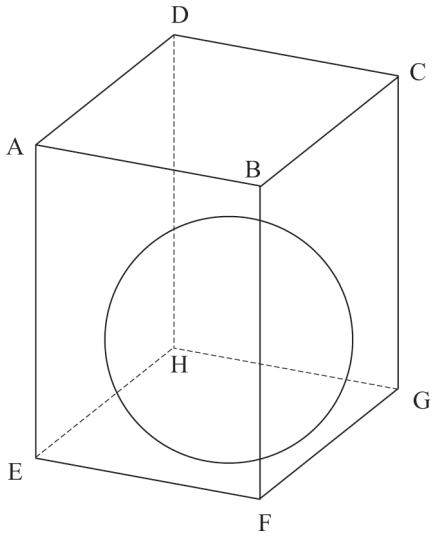


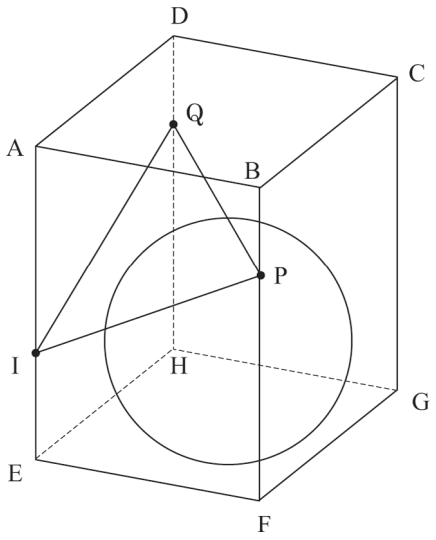
問１　IP＋PG の長さが最も短くなるのは，点 P が頂点 B を出発してから何秒後か求めなさい。

問2　点 P，Q が頂点 B，D を同時に出発してから 2 秒後の 3 点 I，P，Q を通る平面で，直方体を切ります。このときにできる 2 つの立体のうち，頂点 A を含む立体の体積を，途中の説明も書いて求めなさい。

問3　右の図のように，底面 EFGH に接するように半径 2 cm の球を直方体の内部に置きます。

点 P，Q が頂点 B，D を同時に出発してから x 秒後の△IPQ は，球とちょうど 1 点で接しました。このときの x の値を求めなさい。





Ｒ５　埼玉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-Ⅳ-01A	1 問題A	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6			
		問7	$x=$　　，$y=$		
		問8	$x=$		
		問9	と		
		問10	$y=$		
		問11	$a=$		
		問12	EF＝　　cm		
		問13			
		問14	cm^2		
		問15			
		問16	〔説明〕 同じように， から，**イ**も対応していないよ。		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-Ⅳ-01B	1 問題 B	問1			
		問2			
		問3	$x=$		
		問4	と		
		問5			
		問6	cm^2		
		問7	頂点の数　　個 辺の数　　本 ねじれの位置になる辺の数　　本		
		問8			
		問9	$a=$		
		問10	〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　考
数-23-公-埼玉-KY-02A	2 問題A	問1			
		問2	〔説明〕		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-埼Ⅱ-KV-02B	2 問題B	問1				
		問2	〔証明〕			
数-23-公-埼Ⅱ-KV-03A	3 問題A	問1	ア	イ		
		問2	小数第 50 位の数			
数-23-公-埼Ⅱ-KV-03B	3 問題B	問1	ア	イ		
		問2	小数第 30 位の数	和		

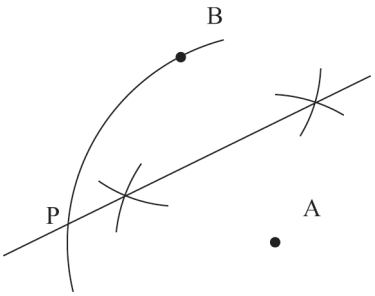
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-埼玉-KV-04A	4 問題A	問1	秒後			
		問2	〔証明〕			
		問3	表面積　　cm^2			
数-23-公-埼玉-KV-04B	4 問題B	問1				
		問2	(1)	記号 〔説明〕		
			(2)	$a=$　　，$b=$　　，$c=$ 体積　　cm^3		

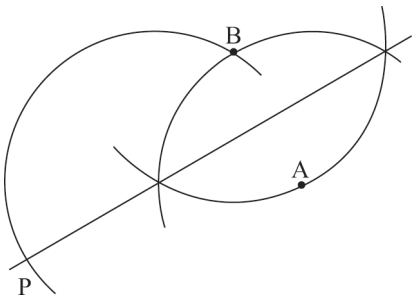
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-K-05B	5 問題 B	問1	秒後		
		問2	〔説明〕 答え　　cm^3		
		問3	$x=$		

Ｒ５　埼玉県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-K-01A	1 問題A	問1	$4x$	4	
		問2	-8	4	
		問3	$2y$	4	
		問4	$x=3$	4	
		問5	$\sqrt{2}$	4	
		問6	$(x-5)(x-6)$	4	
		問7	$x=-1$，$y=1$	4	
		問8	$x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$	4	
		問9	**ア**　と　**ウ**	4	
		問10	$y=\frac{1}{2}x+2$	4	
		問11	$a=-3$	4	
		問12	(EF＝)　$\frac{13}{2}$　(cm)	4	
		問13	$\frac{5}{8}$	4	
		問14	33π　(cm^2)	4	
		問15	**エ**	4	
		問16	〔説明〕 (例) ヒストグラムから読みとることができる第 3 四分位数は，40 分以上 50 分未満の階級に含まれているが，**イ**の第 3 四分位数は 50 分以上 60 分未満で，異なっている	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼中-K-01B	1 問題B	問1	$-\frac{8x^3y^2}{9}$	4	
		問2	$24\sqrt{7}$	4	
		問3	$x=\frac{1}{5}$，1	4	
		問4	**ア**　と　**ウ**	4	
		問5	$\frac{5}{8}$	4	
		問6	33π　(cm^2)	4	
		問7	(頂点)　6 個 (辺)　9 本 (ねじれの位置)　2 本	4	
		問8	672	5	
		問9	$a=-1$，-3	5	
		問10	〔説明〕 (例) ヒストグラムから読みとることができる第 3 四分位数は，40 分以上 50 分未満の階級に含まれていて，箱ひげ図の第 3 四分位数とは異なっている。	6	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-K-02A	2 問題A	問1	(例)  	5	コンパスのみを使って作図しているものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔説明〕 (例) X の十の位の数を a，一の位の数を b とすると， X＝10a＋b，Y＝10b＋a と表されるので， X＋Y＝(10a＋b)＋(10b＋a) ＝11a＋11b ＝11(a＋b) a，b は整数なので，a＋b も整数。 したがって，X＋Y は 11 の倍数になる。	6	思考の過程や判断の根拠などを数学的な表現を用いて適切に説明しているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼H-K-02B	2 問題B	問1	(例)  	6	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) 四角形 DHBF において，仮定から， HD // BF，HD＝BF 1 組の対辺が平行でその長さが等しいので， 四角形 DHBF は平行四辺形になる。 △BEI と△DGJ において， 仮定から，AB＝CD，AE＝CG なので， BE＝DG ……① 錯角なので， ∠BEI＝∠DGJ ……② BH // FD から，同位角，対頂角なので， ∠EIB＝∠EJF＝∠GJD ……③ ②，③から，∠EBI＝∠GDJ ……④ ①，②，④から，1 組の辺とその両端の角が 等しいので，△BEI≡△DGJ	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-23-公-埼H-K-03A	3 問題A	問1	ア　6　　イ　25	4	
		問2	4	4	
数-23-公-埼H-K-03B	3 問題B	問1	ア　6　　イ　25	4	
		問2	(小数第 30 位の数)　7　　(和)　135	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-K-04A	4 問題A	問1	5　(秒後)	4	
		問2	〔証明〕 (例) △ABP と△CBP において, BP は共通　……① 仮定から，AB＝CB　……② ∠ABP＝∠CBP　……③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので, △ABP≡△CBP したがって，PA＝PC なので，△APC は二等辺三角形になる。	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問3	$80+16\sqrt{2}$　(cm^2)	6	
数-23-公-埼玉-K-04B	4 問題B	問1	$b<c<a$	5	「$a>c>b$」も正答とする。
		問2 (1)	記号　**ア** 〔説明〕 (例) c の値を大きくすると，辺 PS と QR はそれぞれ長くなり，辺と辺の距離も大きくなる。台形の上底，下底，高さのそれぞれが大きくなるので，面積も大きくなる。	6	思考の過程や判断の根拠などを数学的な表現を用いて適切に説明しているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問2 (2)	$a=\frac{3}{5}$，$b=\frac{3}{5}$，$c=\frac{6}{5}$ 体積　$\frac{189}{25}\pi$　(cm^3)	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-埼玉-K-05B	5 問題 B	問1	5　(秒後)	4	
		問2	〔説明〕 (例) 2 秒後の 3 点 I，P，Q を通る平面で直方体を切ると，平面は点 C を通る。 また，P，Q を通り面 ABCD に平行な面と AI の交点を R，CG との交点を S とすると，三角錐 IPQR と三角錐 CPQS は，底面は合同な三角形で，高さが 2 なので，体積は等しい。したがって，求める体積は直方体 ABCDRPSQ と等しくなるので， $2\times4\times4=32$ (答え)　32　(cm^3)	7	思考の過程や判断の根拠などを数学的な表現を用いて適切に説明しているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問3	$x=4-2\sqrt{2}$	6	

R５　埼玉県　公立　数学　解答

数-23-公-埼玉-KS-01A

1　**【問題A】**【小問集合】

問９　**ア**　河川に流れる水をすべて採取することは不可能であるから，そもそも全数調査はできない。また，河川の水質という母集団の性質の推定が目的なので，標本調査が適している。

イ　母集団の性質の推定ではなく，個々人の健康状態を調べることが目的なので，全数調査が適している。

ウ　あるテレビ番組をどれくらいの人が視聴しているかという母集団の性質の推定が目的なので，標本調査が適している。

エ　国勢調査は，法令や行政において基準とされる統計であるから，正確で信頼できる方法で行う必要がある。そのため，全数調査を行う。

問 10　2 点 A，B は，関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフ上にあることから，それぞれの x 座標を式に代入することで，座標を A(−6，−1)，B(2，3)と求めることができる。2 点 A，B を通る直線の式を $y=ax+b$ とおくと，2 点 A(−6，−1)，B(2，3)を通ることから，$-1=-6a+b$，$3=2a+b$ の 2 つの式を得る。連立方程式として解くと，$a=\frac{1}{2}$，$b=2$　　よって，直線の式は，$y=\frac{1}{2}x+2$

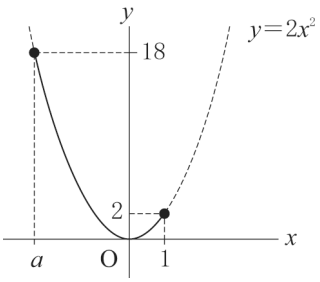
ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

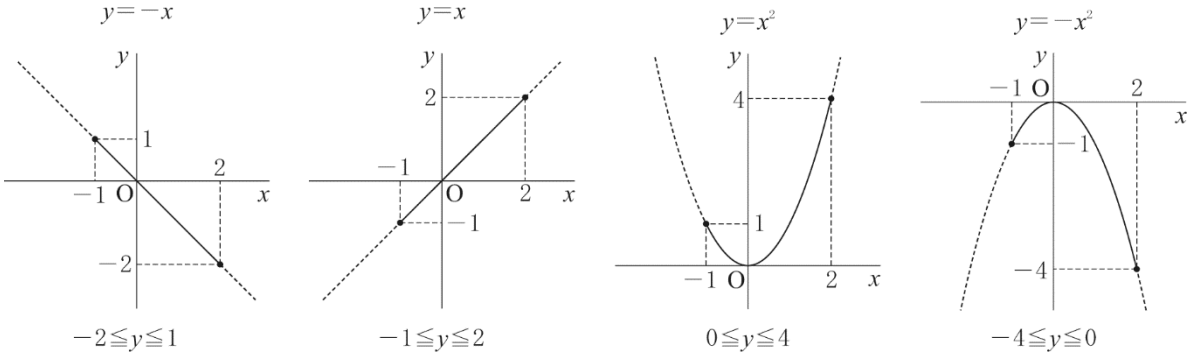
②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x，y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 11　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $a\leqq x\leqq 1$ で，y の変域が $0\leqq y\leqq 18$ となるとき，**図１**のように，$x=a$ のとき，$y=18$ となる。よって，$18=2a^2$　　$a^2=9$　　x の変域より，$a<1$ だから，$a=-3$

図１



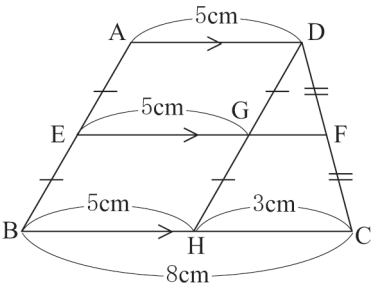
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問 12　**図 2** のように，点 D を通り線分 AB に平行な直線と，線分 EF，BC との交点をそれぞれ G，H とする。2 組の対辺がそれぞれ平行だから，四角形 AEGD と四角形 EBHG はともに平行四辺形である。よって，AD＝EG＝BH＝5 cm より，
HC＝BC－BH＝8－5＝3(cm)
また，AE＝EB＝DG＝GH より，DG：GH＝1：1
すなわち，DG：DH＝1：2
よって，△DHC で平行線と線分の比より，GF：HC＝DG：DH

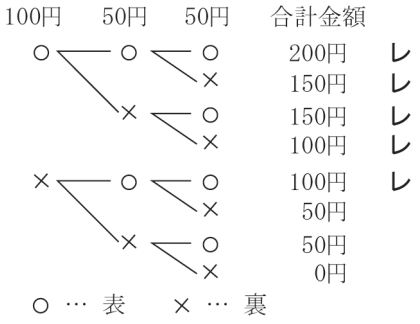
図 2



GF：3＝1：2　　$GF=\frac{3}{2}$ cm　　したがって，$EF=EG+GF=5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$ (cm)

問 13　3 枚の硬貨の表と裏の出かたを樹形図で表すと，**図 3** のようになる。よって，すべての場合の数 8 通りのうち，表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上になるのは**レ**印の 5 通りだから，
求める確率は，$\frac{5}{8}$

図 3



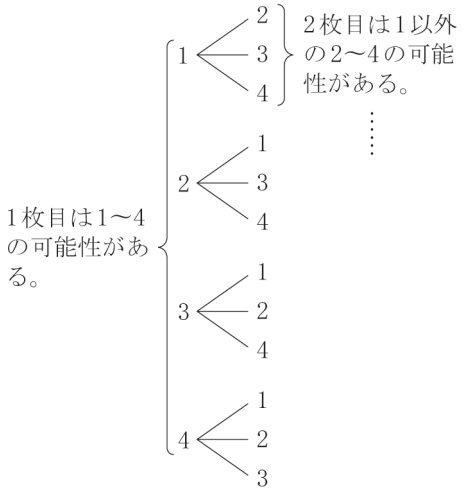
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

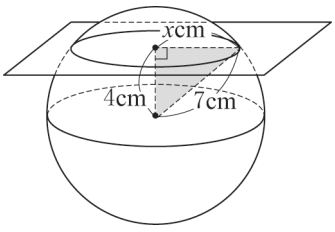
③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問 14　**図 4** のような直角三角形で，三平方の定理を用いればよい。
切り口の円の半径を x cm とすると，$x^2+4^2=7^2$　　$x^2=33$
よって，切り口の円の面積は，$\pi x^2=\pi\times33=33\pi$ (cm^2)

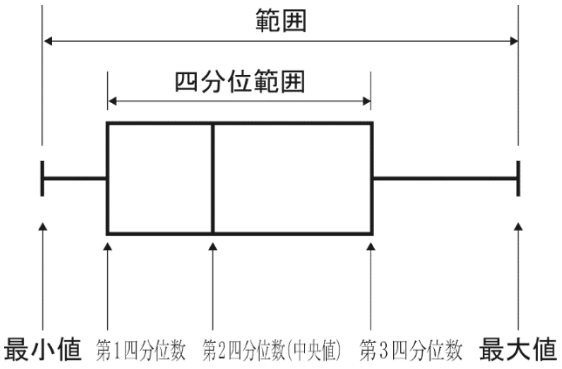
図 4



問 15　関数 $y=ax^2$ のグラフは，$a>0$ のときは上に開いた形，$a<0$ のときは下に開いた形となる。
一次関数 $y=bx+c$ のグラフは，$b>0$ のときは右上がりの直線，$b<0$ のときは右下がりの直線となり，$c>0$ のときは x 軸よりも上側で y 軸と交わり，$c<0$ のときは x 軸よりも下側で y 軸と交わる。
以上のことから，a，b，c がすべて負である**エ**が答え。

問 16

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。
① 四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差
③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-23-公-埼玉-KS-01B

1　**【問題 B】**【小問集合】

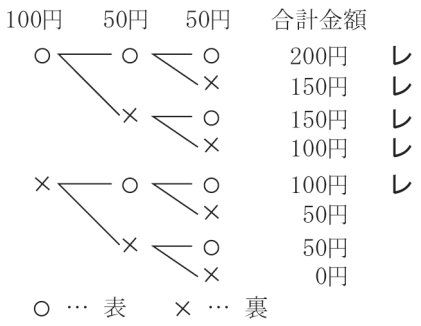
問 2　$xy=(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})=3^2-(\sqrt{7})^2=2$，$x+y=3+\sqrt{7}+3-\sqrt{7}=6$，$x-y=3+\sqrt{7}-(3-\sqrt{7})=2\sqrt{7}$ より，$x^3y-xy^3=xy(x+y)(x-y)=2\times6\times2\sqrt{7}=24\sqrt{7}$

問 3　$5x-2=A$ とおくと，$A^2-2A-3=0$　　$(A+1)(A-3)=0$　　$A=-1$，3
$A=-1$ のとき，$5x-2=-1$ より，$x=\frac{1}{5}$，$A=3$ のとき，$5x-2=3$ より，$x=1$

問 4　**ア**　河川に流れる水をすべて採取することは不可能であるから，そもそも全数調査はできない。また，河川の水質という母集団の性質の推定が目的なので，標本調査が適している。
イ　母集団の性質の推定ではなく，個々人の健康状態を調べることが目的なので，全数調査が適している。
ウ　あるテレビ番組をどれくらいの人が視聴しているかという母集団の性質の推定が目的なので，標本調査が適している。
エ　国勢調査は，法令や行政において基準とされる統計であるから，正確で信頼できる方法で行う必要がある。そのため，全数調査を行う。

問５　3 枚の硬貨の表と裏の出かたを樹形図で表すと，**図１**のようになる。よって，すべての場合の数 8 通りのうち，表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上になるのは**レ**印の 5 通りだから，求める確率は，$\frac{5}{8}$

図１



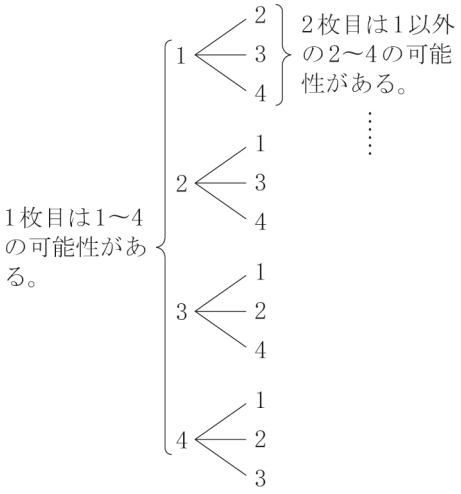
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

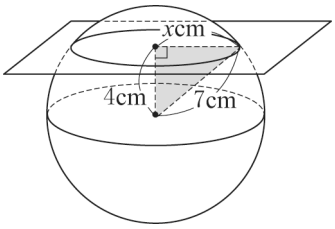
③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



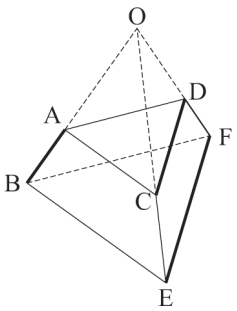
問６　**図２**のような直角三角形で，三平方の定理を用いればよい。
切り口の円の半径を $x$cm とすると，$x^2+4^2=7^2$　　$x^2=33$
よって，切り口の円の面積は，$\pi x^2=\pi\times33=33\pi(\text{cm}^2)$

図２



問７　**図３**のように，三角錐 OBEF を底面と平行な面で切り，このときにできた三角錐 OACD を取り除いた五面体 ACD－BEF が立体 V である。
この図から頂点と辺の数を数えることができる。
また，辺 AB とねじれの位置になるのは，辺 AB と平行でない，かつ交わらない辺だから，辺 CD と辺 EF の 2 辺である。なお，辺 CE と辺 DF は，ともにその延長が辺 AB の延長と O で交わるので，ねじれの位置にはならない。

図３



問８　自然数 X の百の位を a，一の位を b とすると，$X=100a+70+b$，$Y=100b+70+a$ と表される。

各位の数の和は 15 だから，$a+7+b=15$　　すなわち，$a+b=8$　…①

X－Y＝396 より，$100a+70+b-(100b+70+a)=396$　　すなわち，$a-b=4$　…②

①，②を連立方程式として解くと，$a=6$，$b=2$　　よって，X＝672

ポイント》「○けたの自然数」についての問題では，その自然数を，各位の数を文字でおいて表す。

例　3 けたの自然数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，$100a+10b+c$ と表すことができる。

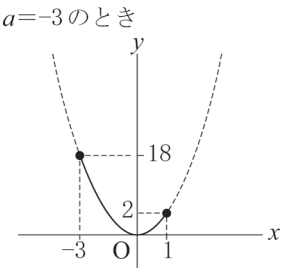
問９　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $a \leqq x \leqq a+4$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 18$ であるためには，$x=a$ または $x=a+4$ のとき，$y=18$ である必要がある。

$x=a$ のとき，$y=18$ であるとすると，$18=2a^2$

これを解いて，$a=\pm 3$

$a=-3$ のとき，x の変域は $-3 \leqq x \leqq 1$ だから，**図４**のように y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ となるので，条件に合う。

図４

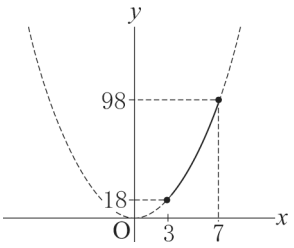


$a=3$ のとき，x の変域は $3 \leqq x \leqq 7$ だから，**図５**のように y の変域は $18 \leqq y \leqq 98$ となるので，条件に合わない。

$x=a+4$ のとき，$y=18$ であるとすると，$18=2(a+4)^2$

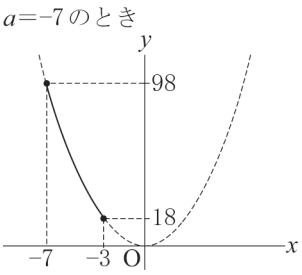
これを解いて，$a=-7$，-1

図５



$a=-7$ のとき，x の変域は $-7 \leqq x \leqq -3$ だから，**図６**のように y の変域は $18 \leqq y \leqq 98$ となるので，条件に合わない。

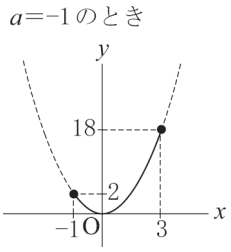
図６



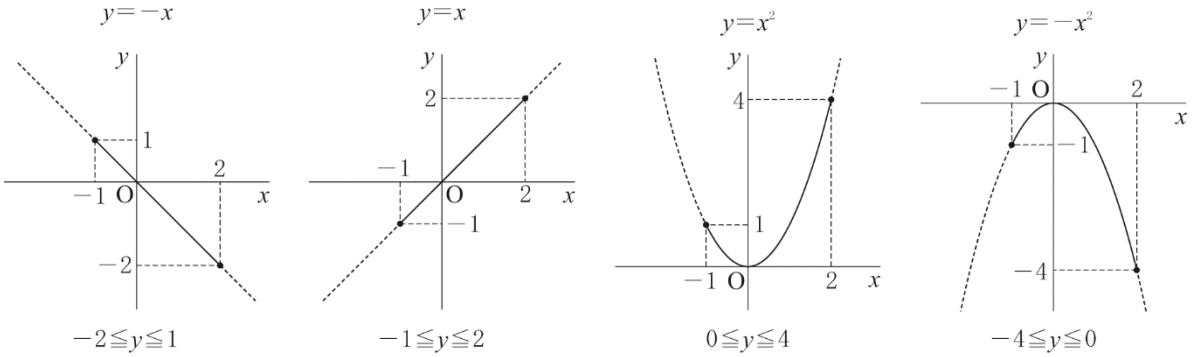
$a=-1$ のとき，x の変域は $-1 \leqq x \leqq 3$ だから，**図７**のように y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ となるので，条件に合う。

以上のことから，$a=-3$，-1

図７



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



$-2 \leqq y \leqq 1$　　$-1 \leqq y \leqq 2$　　$0 \leqq y \leqq 4$　　$-4 \leqq y \leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問 10

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。

① 四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

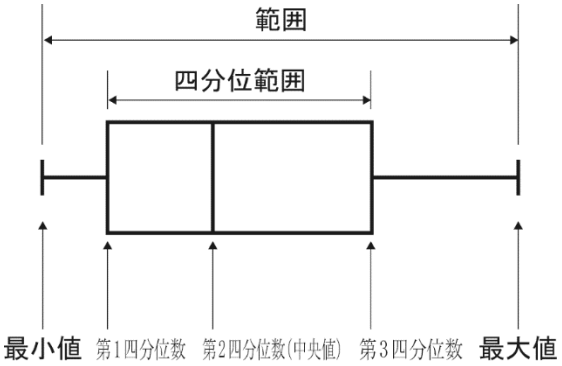
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



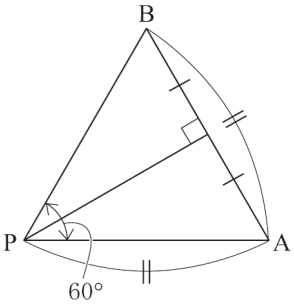
数-23-公-埼玉-KS-02A

2 **【問題A】**【作図，式の計算の利用】

問1　北の夜空の星は 4 時間後に北極星を回転の中心として $15° \times 4 = 60°$ だけ回転移動している。よって，AP＝BP　かつ，∠APB＝60°となる点 P，すなわち，正三角形 ABP を作図すればよい。

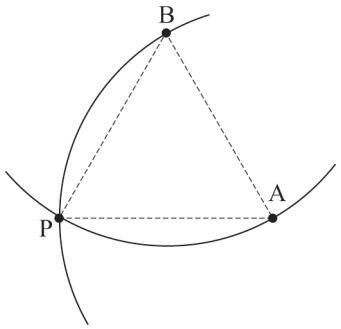
模範解答では，**図1**のように，正三角形 ABP の頂点 P から辺 AB にひいた垂線が辺 AB の中点を通ることを利用している。

図1



別解として，**図２**のように，単に正三角形 ABP を作図するだけでもよい。

図２

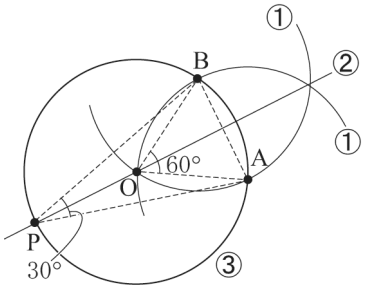


数-23-公-埼玉-KS-02B

2 【問題Ｂ】【作図，平面図形】

問１　北の夜空の星は 2 時間後に北極星を回転の中心として 15°×2＝30°だけ回転移動している。よって，AP＝BP　かつ，∠APB＝30°となる点 P を作図すればよい。具体的な作図方法とポイントは以下の通り。

図１



①　半径を AB とし，2 点 A，B それぞれを中心とする円弧をかく。

→　**図１**の△ABO は正三角形になるから，∠AOB＝60°となる。

②　①でかいた 2 つの円弧の 2 交点を結び，線分 AB の垂直二等分線をかく。

③　点Oを中心とする半径OAの円をかき,②でかいた線分ABの垂直二等分線との交点をPとする。

→　点 P は線分 AB の垂直二等分線上にあるので，AP＝BP であり，円周角の定理より，$\angle APB=\frac{1}{2}$∠AOB＝30°であるから，この点 P は問題の条件に合う。

数-23-公-埼玉-KS-03A

3 【問題Ａ】【数の性質】

問１　［ア］表の中の偶数のうち，$\frac{1}{n}$ の値が無限小数であるのは，n＝6 のときである。

［イ］会話文より，空欄にあてはまる n の値は，21 以上 31 以下の 2 桁の奇数である。また，「$\frac{1}{n}$ の値が有限小数になる n の値をそれぞれ素因数分解すると，法則が見つかる」ということが書かれているから，その法則を考えると，2，$4=2^2$，5，$8=2^3$，$10=2\times5$，$16=2^4$，$20=2^2\times5$，$32=2^5$，…と，n は 2 または 5 のみを素因数にもつ自然数であることがわかる。以上のことから，5^2 と素因数分解される 25 が空欄にあてはまる。

問２　$\frac{1}{7}$＝0.142857142857…であり，小数第 1 位以降は 1，4，2，8，5，7 の 6 つの数字の繰り返しだから，小数第(6 の倍数)位の数字は 7 であることがわかる。よって，50÷6＝8 あまり 2 より，小数第 48(＝6×8)位の数字は 7 だから，小数第 50 位の数字はその 2 つ後の 4 である。

数-23-公-埼玉-KS-03B

3 【問題Ｂ】【数の性質】

問１　［ア］表の中の偶数のうち，$\frac{1}{n}$ の値が無限小数であるのは，n＝6 のときである。

［イ］会話文より，空欄にあてはまる n の値は，21 以上 31 以下の 2 桁の奇数である。また，「$\frac{1}{n}$ の値が有限小数になる n の値をそれぞれ素因数分解すると，法則が見つかる」ということが書かれているから，その法則を考えると，2，$4=2^2$，5，$8=2^3$，$10=2\times5$，$16=2^4$，$20=2^2\times5$，$32=2^5$，…と，n は 2 または 5 のみを素因数にもつ自然数であることがわかる。以上のことから，5^2 と素因数分解される 25 が空欄にあてはまる。

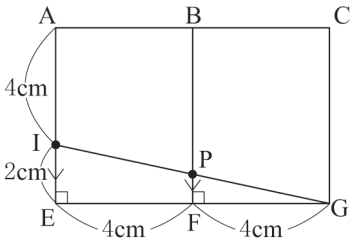
問2　$\frac{1}{7}$=0.142857142857…であり，小数第 1 位以降は 1，4，2，8，5，7 の 6 つの数字の繰り返しだから，小数第(6 の倍数)位の数字は 7 であることがわかる。よって，30÷6=5 より，
小数第 30(=6×5)位の数字は 7 である。また，小数第 1 位から小数第 30 位までは，
1，4，2，8，5，7 の 6 つの数字が 5 回繰り返されているから，その和は，
(1+4+2+8+5+7)×5=135

数-23-公-埼玉-KS-04A

4 【問題A】【空間図形】

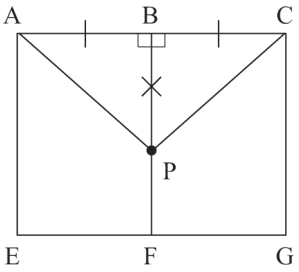
問1　**図1**のように，面 AEFB と面 BFGC の展開図を考えると，
IP+PG の長さが最も短くなるのは，3 点 I，P，G が一直線上に並ぶときである。PF // IE だから，△GIE で平行線と線分の比より，PF：IE=GF：GE　　PF：2=4：8　　PF=1cm
よって，BP=5cm だから，点 P が頂点 B を出発してから 5 秒後である。

図1



問2　**図2**のように，面 AEFB と面 BFGC の展開図で，△APB と△CPB が合同であることを示せばよい。

図2



問3　表面積を求める立体は，**図3**のような六面体 IEFP−DHGC である。
面 IEFP は**図4**のような長方形だから，その面積は 2×4=8(cm^2)　…①
面 EFGH は 1 辺が 4cm の正方形だから，その面積は 4^2=16(cm^2)　…②
面 DHGC は隣り合う 2 辺の長さが 6cm，4 cm の長方形だから，その面積は 6×4=24(cm^2)　…③
面 PFGC と面 IEHD は**図5**のような台形だから，その面積は(2+6)×4×$\frac{1}{2}$=16(cm^2)　…④
図6より，△BPC は BP=BC，∠CBP=90°の直角二等辺三角形だから，CP=$\sqrt{2}$ BC=4$\sqrt{2}$ (cm)
よって，面 DIPC は隣り合う 2 辺の長さが 4$\sqrt{2}$ cm，4 cm の長方形だから，その面積は
4$\sqrt{2}$ ×4=16$\sqrt{2}$ (cm^2)　…⑤
したがって，表面積は，①+②+③+④×2+⑤より，8+16+24+16×2+16$\sqrt{2}$ =80+16$\sqrt{2}$ (cm^2)

図3

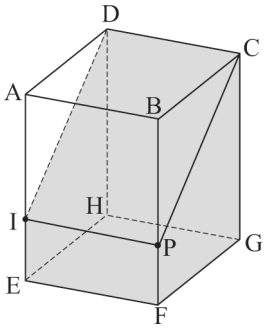


図4

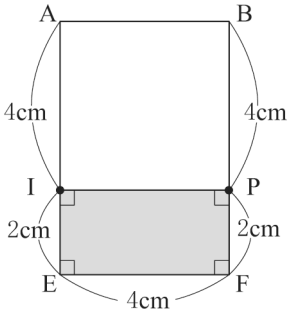


図5

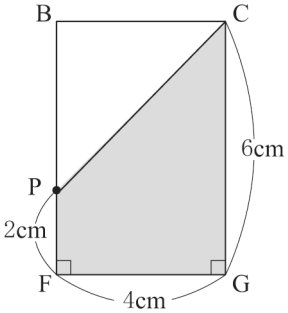
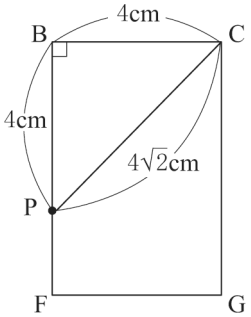


図6



数-23-公-埼玉-KS-04B

4 【問題B】【関数のグラフと図形】

問1　関数 $y=ax^2$ のグラフは上に開いた形なので，$a>0$，関数 $y=bx+c$ のグラフは右下がりの原点を通る直線だから，$b<0$，$c=0$
以上のことから，$b<c<a$

問２　(2) 点 P は，関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，x 座標が-1 だから，$y=a\times(-1)^2=a$

よって，P$(-1,\ a)$　　点 Q においても同様にして，Q$(2,\ 4a)$

また，点 S は，関数 $y=-ax^2$ のグラフ上にあり，x 座標が点 P と等しく-1 だから，

$y=-a\times(-1)^2=-a$　　よって，S$(-1,\ -a)$

したがって，直線 QS の傾きは，$\dfrac{4a-(-a)}{2-(-1)}=\dfrac{5}{3}a$　　これが 1 だから，$\dfrac{5}{3}a=1$　　$a=\dfrac{3}{5}$

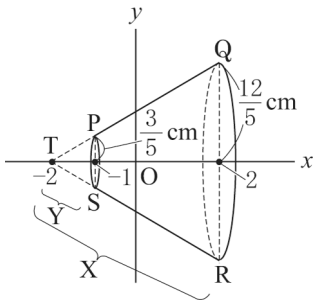
よって，$\mathrm{P}\left(-1,\ \dfrac{3}{5}\right)$，$\mathrm{Q}\left(2,\ \dfrac{12}{5}\right)$

ここで，関数 $y=bx+c$ のグラフが 2 点 P，Q を通ることから，$\dfrac{3}{5}=-b+c$，$\dfrac{12}{5}=2b+c$ の 2 つの式を得る。連立方程式として解くと，$b=\dfrac{3}{5}$，$c=\dfrac{6}{5}$

次に，関数 $y=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{6}{5}$ のグラフと x 軸との交点を T とすると，

台形 PQRS を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は，**図１**のような，T を頂点，直径 QR の円を底面とする円錐 X から，T を頂点，直径 PS の円を底面とする円錐 Y を取り除いた立体である。2 つの円錐 X，Y は相似な立体であり，その相似比は，底面の円の半径の比 $\dfrac{3}{5}:\dfrac{12}{5}=1:4$ に等しい。

図１



よって，その体積の比は，$1^3:4^3=1:64$ である。よって，求める立体の体積は，円錐 Y の体積の $64-1=63$(倍)である。

点 T の x 座標は，$y=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{6}{5}$ に $y=0$ を代入して，$0=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{6}{5}$　　$x=-2$

よって，円錐 Y の体積は，$\pi\times\left(\dfrac{3}{5}\right)^2\times\{-1-(-2)\}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{3}{25}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

したがって，求める立体の体積は，$\dfrac{3}{25}\pi\times63=\dfrac{189}{25}\pi(\mathrm{cm}^3)$

数-23-公-埼玉-KS-05B

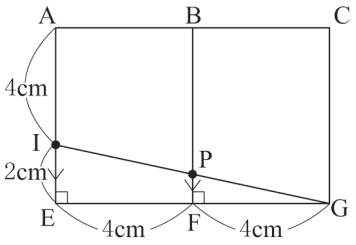
5 【問題Ｂ】【空間図形】

問１　**図１**のように，面 AEFB と面 BFGC の展開図を考えると，

IP＋PG の長さが最も短くなるのは，3 点 I，P，G が一直線上に並ぶときである。PF // IE だから，△GIE で平行線と線分の比より，PF：IE＝GF：GE　　PF：2＝4：8　　PF＝1cm

よって，BP＝5cm だから，点 P が頂点 B を出発してから 5 秒後である。

図１



問３　直方体の内部に置いた球の半径は 2 cm だから，この球は直方体の側面のすべてに接している。よって，**図２**のように，球の中心 O から直方体の底面 EFGH に垂線 OJ をおろしたとき，J は正方形 EFGH の対角線の交点，すなわち線分 FH の中点である。また，DQ＝BP より，BD // PQ // FH だから，線分 BD，PQ の中点をそれぞれ K，L とすると，**図３**のように，
4 点 K，L，O，J は一直線上にある。

図２

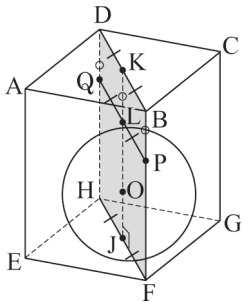
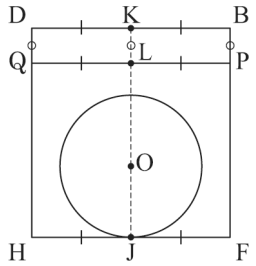


図３



次に，**図４**のように，△IPQ と球の接点を M とすると，接点 M は線分 IL 上にあり，面 AEGC 上の 6 点 E，I，J，L，M，O は**図５**のような位置関係になる。
ここで，IO の長さは EJ に等しく，正方形 EFGH の対角線の長さの $\frac{1}{2}$ なので，IO＝$\frac{1}{2}$EG＝$\frac{1}{2}$×$\sqrt{2}$ EF＝$\frac{1}{2}$×$4\sqrt{2}$ ＝$2\sqrt{2}$ (cm)
また，∠IMO＝90°の直角三角形 MIO で三平方の定理より，
$MI^2+MO^2=IO^2$　　$MI^2+2^2=(2\sqrt{2})^2$　　$MI^2=4$　　MI＞0
より，MI＝2 cm
よって，MI＝MO＝2 cm より，直角三角形 MIO は直角二等辺三角形だから，∠MIO＝45°　　よって，∠LOI＝90°，∠LIO＝45°
だから，△LIO は LO＝IO＝$2\sqrt{2}$ cm の直角二等辺三角形である。
したがって，KL＝KJ－LO－OJ＝6－$2\sqrt{2}$ －2＝4－$2\sqrt{2}$ (cm)
図３より，KL＝BP だから，BP＝4－$2\sqrt{2}$ (cm)
よって，点 P，Q が頂点 B，D を同時に出発してから
x＝4－$2\sqrt{2}$ (秒後)

図４

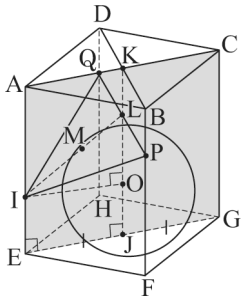


図５

