Ｒ６　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-24-公-埼玉-問-01A

1 **【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$5x-3x$　を計算しなさい。

問２　$2\times(-4)-1$　を計算しなさい。

問３　$6x^2y\times12y\div4x$　を計算しなさい。

問４　方程式　$5x-7=6x-3$　を解きなさい。

問５　$\sqrt{12}+\sqrt{3}$　を計算しなさい。

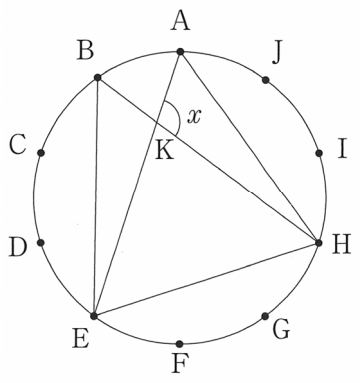
問６　x^2-x-72　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}6x-y=10\\4x+3y=-8\end{cases}$　を解きなさい。

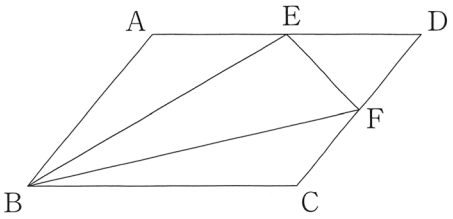
問８　２次方程式　$2x^2+7x+1=0$　を解きなさい。

問９　y が x の一次関数で，そのグラフの傾きが２で，点 $(-3,\ -2)$ を通るとき，この一次関数の式を求めなさい。

問 10　右の図のように，円周の長さを 10 等分する点 A～J があります。△AEH と△BEH をつくり，辺 AE と辺 BH との交点を K とするとき，∠AKH の大きさ x を求めなさい。



問 11　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 AD，CD の中点をそれぞれ E，F とします。このとき，△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。

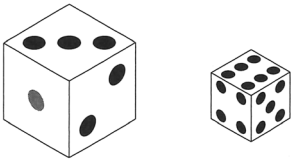


問 12　右の表は，あるクラスの生徒 20 人が，2 学期に借りた本の冊数を，度数分布表に表したものです。この表から読みとることができる内容として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。

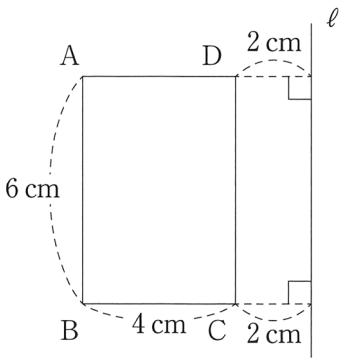
借りた本の冊数(冊)	度数(人)
以上　未満	
0 ～ 4	2
4 ～ 8	3
8 ～ 12	4
12 ～ 16	8
16 ～ 20	3
合計	20

ア　中央値は 8 冊以上 12 冊未満の階級にある。
イ　8 冊以上 12 冊未満の階級の相対度数は 4 である。
ウ　最頻値は 8 である。
エ　12 冊以上 16 冊未満の階級の累積相対度数は 0.85 である。

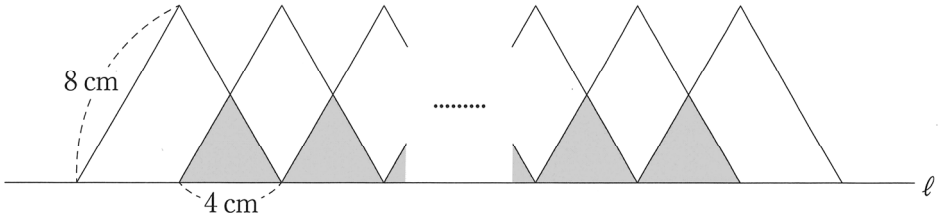
問 13　1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを 1 回投げて，大きいさいころの出た目の数を x，小さいさいころの出た目の数を y とします。このとき，$10x+y$ が 7 の倍数になる確率を求めなさい。
ただし，大小 2 つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。



問 14　右の図のような，AB＝6 cm，BC＝4 cm の長方形 ABCD と直線 ℓ があり，辺 DC と直線 ℓ の距離は 2 cm です。このとき，長方形 ABCD を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

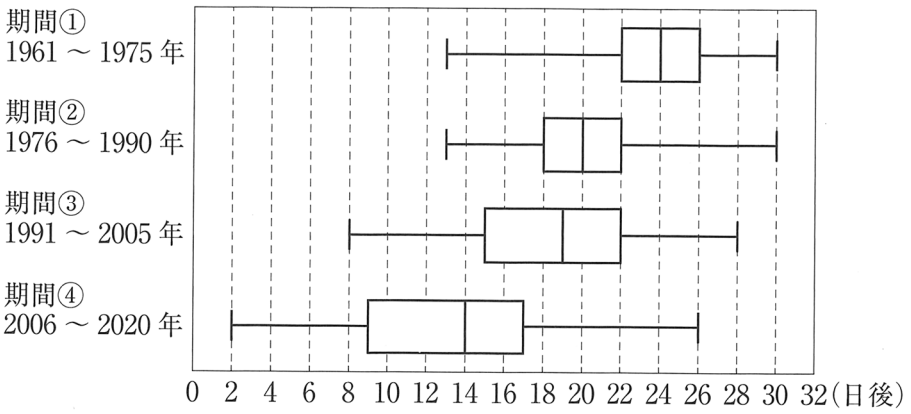


問 15　下の図のように，直線 ℓ 上に 1 辺が 8 cm の正三角形を底辺が 4 cm ずつ重なるようにかいていきます。正三角形を x 個かいたとき，かげ（　　）をつけた重なる部分と重ならない部分の面積の比が 2 : 5 になりました。このとき，x の値を求めなさい。

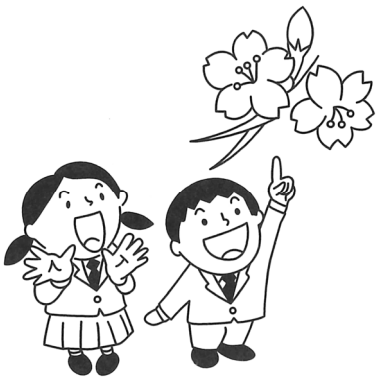


問 16 次は，先生と S さん，T さんの会話です。これを読んで，下の**問**に答えなさい。

先　生「わたしたちの中学校では，校庭にある桜の開花日を生徒会の役員が毎年記録しています。次の図は，1961 年から 2020 年までの記録を，3 月 15 日を基準日としてその何日後に開花したかを，期間①から期間④の 15 年ごとの期間に分け，箱ひげ図にそれぞれ表したものです。これを見て，気づいたことを話し合ってみましょう。」



S さん「4 つの箱ひげ図を見ると，桜の開花日は 60 年間でだんだん早くなっているようだね。」



T さん「だけど，期間①と期間②の箱ひげ図は，最も早い開花日と最も遅い開花日が同じ位置だよ。それでも，開花日は早くなっているといえるのかな。」

S さん「期間①と期間②の箱ひげ図を比べると，

I

から，期間①より期間②の方が，開花日は早くなっているといえると思うよ。」

問　会話中の［ I ］にあてはまる，開花日が早くなっていると考えられる理由を，**第 1 四分位数**，**第 3 四分位数**という**二つの語**を使って説明しなさい。

数-24-公-埼玉-問-01B

1 **【問題 B】**　次の各問に答えなさい。

問 1　$(-6xy^3)\div\left(\frac{3}{2}x^2y\right)\times(-5x)^2$　を計算しなさい。

問 2　$x=\sqrt{2}+1$，$y=\sqrt{2}-1$　のとき，$xy-x-y+1$　の値を求めなさい。

問３　2 次方程式　$5(x-1)^2+3(x-1)-1=0$　を解きなさい。

問４　右の表は，あるクラスの生徒 20 人が，2 学期に借りた本の冊数を，度数分布表に表したものです。この表から読みとることができる内容として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。

ア　中央値は 8 冊以上 12 冊未満の階級にある。

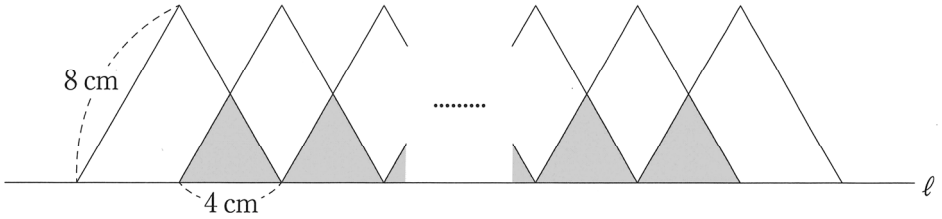
イ　8 冊以上 12 冊未満の階級の相対度数は 4 である。

ウ　最頻値は 8 である。

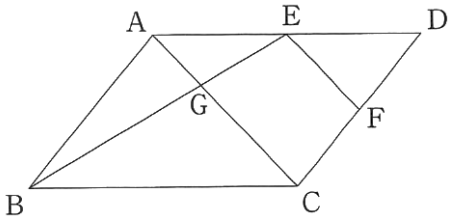
エ　12 冊以上 16 冊未満の階級の累積相対度数は 0.85 である。

借りた本の冊数(冊)	度数(人)
以上　未満	
0 ～ 4	2
4 ～ 8	3
8 ～ 12	4
12 ～ 16	8
16 ～ 20	3
合計	20

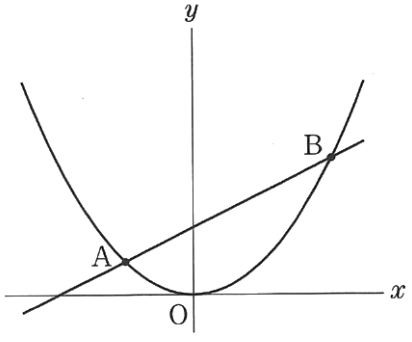
問５　下の図のように，直線 ℓ 上に 1 辺が 8 cm の正三角形を底辺が 4 cm ずつ重なるようにかいていきます。正三角形を x 個かいたとき，かげ（ ▭ ）をつけた重なる部分と重ならない部分の面積の比が 2 : 5 になりました。このとき，x の値を求めなさい。



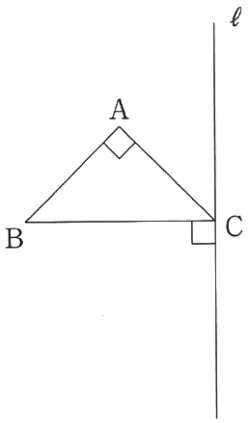
問６　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 AD，CD の中点をそれぞれ E，F とします。線分 AC と線分 BE との交点を G とするとき，△ABG の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。



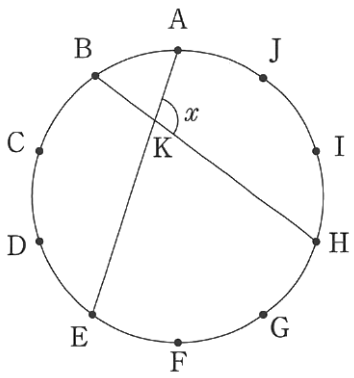
問７　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと，傾きが $\frac{1}{2}$ である一次関数のグラフが，2 点 A，B で交わっています。点 A の x 座標が -2，点 B の x 座標が 4 であるとき，この一次関数の式を求めなさい。



問８　右の図のような，AB＝AC＝2 cm，∠BAC＝90° の△ABC があり，頂点 C を通り，辺 BC に垂直な直線 ℓ をひきます。このとき，△ABC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

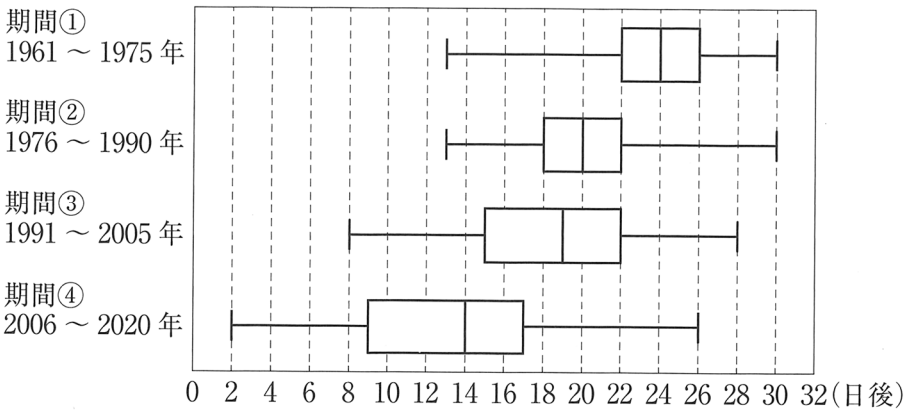


問９　右の図のように，円周の長さを 10 等分する点 A～J があります。線分 AE と線分 BH との交点を K とするとき，∠AKH の大きさ x を求めなさい。



問 10 次は，先生と S さん，T さんの会話です。これを読んで，下の**問**に答えなさい。

先　生「わたしたちの中学校では，校庭にある桜の開花日を生徒会の役員が毎年記録しています。次の図は，1961 年から 2020 年までの記録を，3 月 15 日を基準日としてその何日後に開花したかを，期間①から期間④の 15 年ごとの期間に分け，箱ひげ図にそれぞれ表したものです。これを見て，気づいたことを話し合ってみましょう。」



S さん「4 つの箱ひげ図を見ると，桜の開花日は 60 年間でだんだん早くなっているようだね。」

T さん「だけど，期間①と期間②の箱ひげ図は，最も早い開花日と最も遅い開花日が同じ位置だよ。それでも，開花日は早くなっているといえるのかな。」

S さん「期間①と期間②の箱ひげ図を比べると，

I

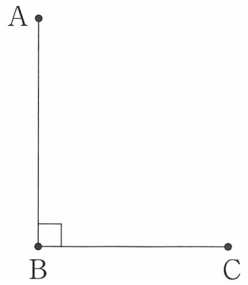
から，期間①より期間②の方が，開花日は早くなっているといえると思うよ。」

問　会話中の［　I　］にあてはまる，開花日が早くなっていると考えられる理由を，**第 1 四分位数**，**第 3 四分位数**という**二つの語**を使って説明しなさい。

2 **【問題A】** 次の各問に答えなさい。

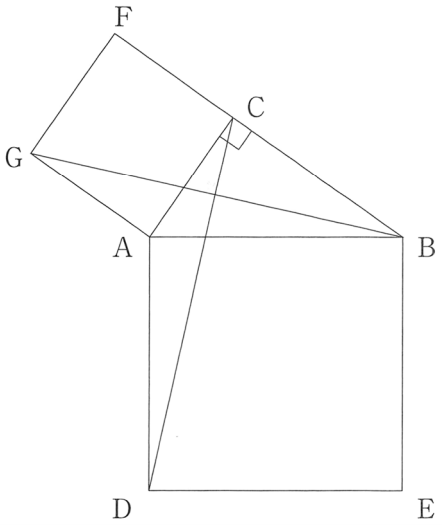
問1 下の図のように，∠ABC＝90°となる3点A，B，Cがあります。このとき，線分ACが対角線となり，AB // PC，AB：PC＝2：1であるような台形ABCPの頂点Pをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問2 右の図のように，直角三角形ABCの辺ABを1辺とする正方形ADEBと，辺ACを1辺とする正方形ACFGがあります。

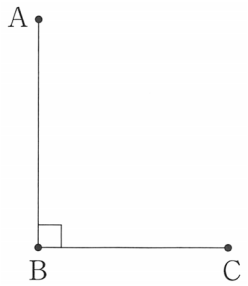
このとき，△ACD≡△AGB であることを証明しなさい。



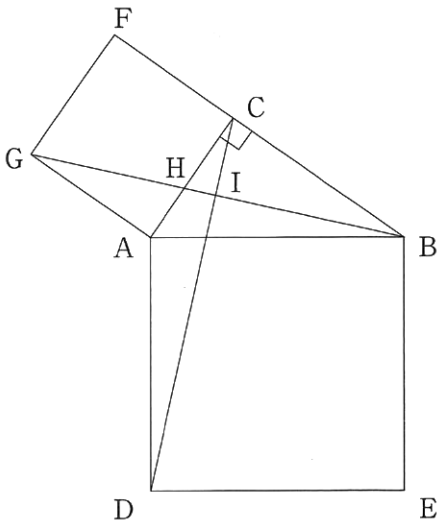
2 **【問題Ｂ】**　次の各問に答えなさい。

問１　下の図のように，∠ABC＝90°となる３点Ａ，Ｂ，Ｃがあります。このとき，線分ＡＣが対角線となり，ＡＢ // ＰＣ，ＡＢ：ＰＣ＝２：３であるような台形ＡＢＣＰの頂点Ｐをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　右の図のように，直角三角形ＡＢＣの辺ＡＢを１辺とする正方形ＡＤＥＢと，辺ＡＣを１辺とする正方形ＡＣＦＧがあります。線分ＧＢと，辺ＡＣ，線分ＣＤとの交点をそれぞれＨ，Ｉとするとき，∠ＣＩＨ＝90°であることを証明しなさい。



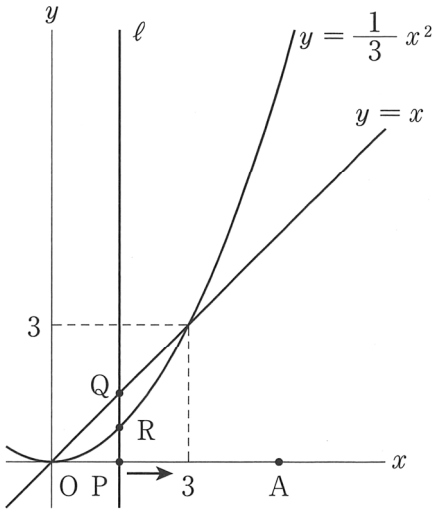
3 次は，ある数学の【問題】について，先生と F さん，G さんが会話している場面です。これを読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生「次の【問題】について，考えてみましょう。」

【問題】

右の図のように，x 軸上を点 P が原点 O から点 A(5，0) まで動きます。点 P の x 座標を t $(0 \leqq t \leqq 5)$ として，点 P を通り y 軸に平行な直線を ℓ としたとき，直線 ℓ と直線 $y=x$ との交点を Q，直線 ℓ と放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ との交点を R とします。

PQ : RQ＝4 : 1 になるときの点 P の x 座標を**すべて**求めなさい。



F さん「線分 PQ と線分 RQ の長さの比ではなく，線分 PQ と線分 PR の長さの比を考えればわかりやすいかな。」

G さん「そうだね。点 Q と点 R の x 座標はそれぞれ t なので，点 Q の y 座標は［ア］，点 R の y 座標は［イ］になるよ。これで，線分 PQ の長さと線分 PR の長さをそれぞれ t で表すことができるね。」

F さん「そうすると，t＝0，3 の場合は線分 RQ の長さが 0 だから，除いて考える必要があるね。$0<t<3$ の場合，PQ : RQ＝4 : 1 という条件にあてはまるのは，PQ : PR＝4 : 3 かな。」

G さん「そうだね。でも $3<t \leqq 5$ の場合は，PQ : PR＝4 : 3 だと，その条件にあてはまらないよ。」

F さん「なるほど。すると $3<t \leqq 5$ の場合も，線分 PQ と線分 PR の長さの比を正しく表すことができれば，【問題】は解けそうだね。」

先　生「そのとおりです。それでは，【問題】を解いてみましょう。」

問１　［ア］，［イ］にあてはまる式を，t を使って表しなさい。

問２　下線部の理由を，点 Q と点 R の y 座標にふれながら説明しなさい。

問３　PQ : RQ＝4 : 1 になるときの点 P の x 座標を**すべて**求めなさい。

数-24-公-埼玉-問-04A

4 **【問題Ａ】**　**図１**のような，1 辺の長さが 6 cm の正方形を底面とし，高さが 12 cm の透明でふたのない直方体の容器 ABCD－EFGH を水で満たし，水平な床の上に置きました。

辺 FG を床につけたまま，**図２**のように，線分 AF が床と垂直になるように容器を傾けて，水をこぼしました。水面と線分 AF との交点を I とするとき，次の各問に答えなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。

図１

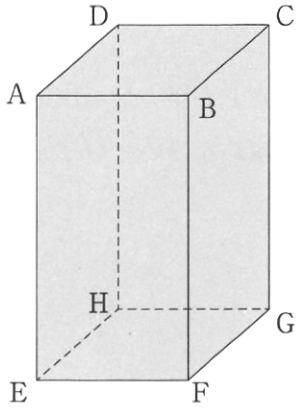
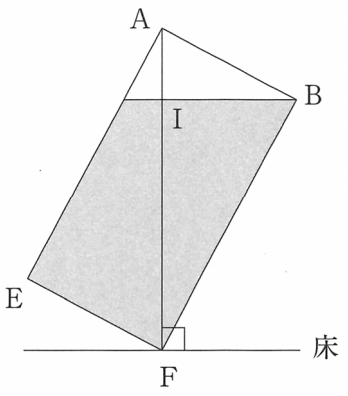


図２



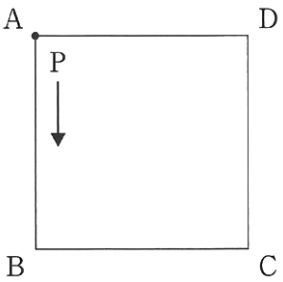
問１　容器に残っている水の体積を求めなさい。

問２　床から水面までの高さ FI を求めなさい。

数-24-公-埼玉-問-04B

4 **【問題Ｂ】**　右の図のように，正方形 ABCD の頂点 A に点 P があります。硬貨を投げ，次の【ルール】に従って，点 P を，反時計回りに正方形 ABCD の頂点上を動かす操作を行うとき，あとの各問に答えなさい。

ただし，硬貨の表と裏の出かたは，同様に確からしいものとします。



【ルール】

[1]　1 枚の硬貨を投げ，表が出たら頂点 2 つ分，裏が出たら頂点 1 つ分，点 P は進んで止まる。

[2]　[1]をくり返し，点 P が再び頂点 A に止まったとき，操作は終了する。

問１　硬貨を 2 回投げたときに，操作が終了する確率を求めなさい。

問２　次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 点 P が正方形 ABCD を**ちょうど 1 周**したところで，操作が終了する場合の数は何通りあるか求めなさい。

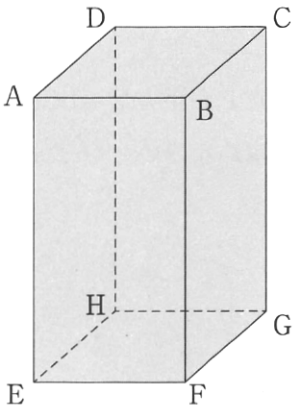
(2) 点 P が正方形 ABCD を**ちょうど 2 周**したところで，操作が終了する場合の数は何通りあるか求めなさい。

数-24-公-埼玉-問-05B

5　**【問題Ｂ】**　**図１**のような，1 辺の長さが 6 cm の正方形を底面とし，高さが 12 cm の透明でふたのない直方体の容器 ABCD－EFGH を水で満たし，水平な床の上に置きました。このとき，次の各問に答えなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。

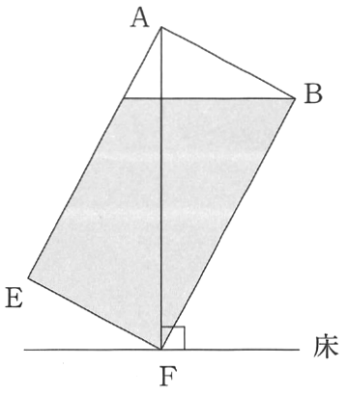
図１



問１　辺 FG を床につけたまま，**図２**のように，線分 AF が床と垂直になるように容器を傾けて，水をこぼしました。

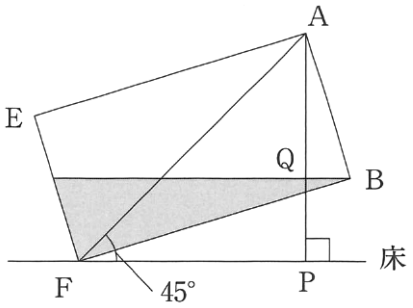
このとき，容器に残っている水の体積を求めなさい。

図２



問２　辺 FG を床につけたまま，**図３**のように，線分 AF が床と 45° になるように容器をさらに傾けて，水をこぼしました。点 A から床に垂線をひき，床との交点を P，水面と線分 AP との交点を Q とするとき，床から水面までの高さ PQ を求めなさい。

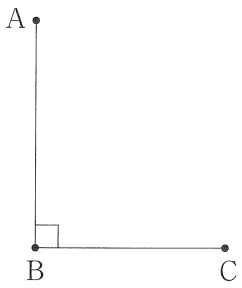
図３

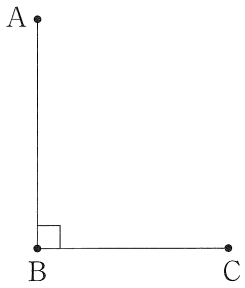


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼Ⅱ-KY-01A	1 問題A	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５			
		問６			
		問７	$x=$　　，$y=$		
		問８	$x=$		
		問９	$y=$		
		問 10	度		
		問 11	倍		
		問 12			
		問 13			
		問 14	cm^3		
		問 15	$x=$		
		問 16	〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼H-KY-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	$x=$		
		問4			
		問5	$x=$		
		問6	倍		
		問7	$y=$		
		問8	cm^3		
		問9	度		
		問10	〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼玉-KY-02A	2 問題A	問１			
		問２	〔証明〕		

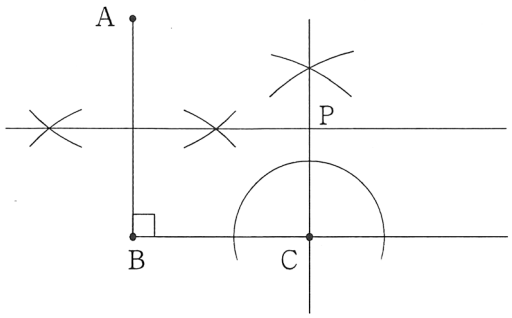
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼Ⅱ-KY-02B	2 問題B	問１	 		
		問２	〔説明〕		
数-24-公-埼Ⅱ-KY-03	3	問１	ア　　イ		
		問２	〔説明〕		
		問３	$x=$		

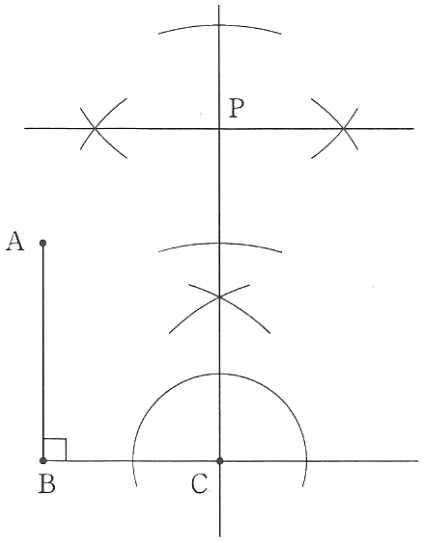
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-埼玉-KY-04A	4 問題A	問1		cm^3		
		問2		cm		
数-24-公-埼玉-KY-04B	4 問題B	問1				
		問2	(1)	通り		
			(2)	通り		
数-24-公-埼玉-KY-05B	5 問題B	問1		cm^3		
		問2		cm		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼-H-大-01A	1 問題A	問１	$2x$	4	
		問２	-9	4	
		問３	$18xy^2$	4	
		問４	$x=-4$	4	
		問５	$3\sqrt{3}$	4	
		問６	$(x-9)(x+8)$	4	
		問７	$x=1$，$y=-4$	4	
		問８	$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$	4	
		問９	$y=2x+4$	4	
		問 10	108　(度)	4	
		問 11	3　(倍)	4	
		問 12	エ	4	
		問 13	$\dfrac{1}{6}$	4	
		問 14	192π　(cm^3)	4	
		問 15	$x=9$	4	
		問 16	〔説明〕 (例) 期間①より期間②の方が，第１四分位数，第３四分位数ともに基準日に近い	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼玉-K-01B	1 問題B	問1	$-100xy^2$	4	
		問2	$2-2\sqrt{2}$	4	
		問3	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{10}$	4	
		問4	エ	4	
		問5	$x=9$	4	
		問6	$\dfrac{4}{3}$ (倍)	5	
		問7	$y=\dfrac{1}{2}x+2$	5	
		問8	$4\sqrt{2}\,\pi$ (cm^3)	5	
		問9	108 (度)	5	
		問10	〔説明〕 (例) 期間①より期間②の方が，第1四分位数，第3四分位数ともに基準日に近い	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼Ⅱ-K-02A	2 問題A	問1	(例)  	6	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) △ACD と△AGB において， 仮定から，AC＝AG ……① AD＝AB ……② ∠CAD＝∠CAB＋∠BAD ＝∠CAB＋90° ∠GAB＝∠GAC＋∠CAB ＝90° ＋∠CAB から， ∠CAD＝∠GAB ……③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ACD≡△AGB	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼Ⅱ-K-02B	2 問題B	問1	(例)  	6	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔説明〕 (例) △ACD と△AGB において 仮定から，AC＝AG ……① AD＝AB ……② ∠CAD＝∠CAB＋∠BAD ＝∠CAB＋90° ∠GAB＝∠GAC＋∠CAB ＝90° ＋∠CAB　から， ∠CAD＝∠GAB ……③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ACD≡△AGB ……④ △AGH と△ICH において ④から，∠AGH＝∠ICH ……⑤ ∠GHA＝∠CHI ……⑥ ⑤，⑥から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △AGH∽△ICH したがって，∠GAH＝∠CIH＝90°	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-24-公-埼Ⅱ-K-03	3	問1	ア　t　　イ　$\frac{1}{3}t^2$	4	
		問2	〔説明〕 (例) 点 R の y 座標が，点 Q の y 座標より大きくなるから。	5	内容に応じて部分点を認める。
		問3	$x=\frac{9}{4}$，$\frac{15}{4}$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-埼玉-K-04A	4 問題A	問1	378 (cm^3)	6	
		問2	$\frac{24\sqrt{5}}{5}$ (cm)	4	
数-24-公-埼玉-K-04B	4 問題B	問1	$\frac{1}{4}$	5	
		問2 (1)	5 (通り)	6	
		問2 (2)	9 (通り)	6	
数-24-公-埼玉-K-05B	5 問題B	問1	378 (cm^3)	6	
		問2	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$ (cm)	6	

数-24-公-埼玉-KS-01A

1　【問題Ａ】【小問集合】

問８　２次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$

問９　一次関数の式を，$y=ax+b$ とおく。グラフの傾きより，$a=2$，グラフが点$(-3,\ -2)$ を通るので，これらを式に代入すると，$-2=2\times(-3)+b$ より，$b=4$

よって，求める一次関数の式は $y=2x+4$ である。

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，２つの条件を見つけて代入する。

問 10　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$は円周の長さの$\dfrac{1}{10}$倍だから，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する中心角は，$360°\times\dfrac{1}{10}=36°$

よって，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角は，$\angle\mathrm{AHB}=36°\times\dfrac{1}{2}=18°$

$\overset{\frown}{\mathrm{EH}}=3\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$より，$\overset{\frown}{\mathrm{EH}}$に対する円周角の大きさは，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角の大きさの３倍だから，

$\angle\mathrm{EAH}=18°\times3=54°$

よって，△AKH の内角の和より，$\angle\mathrm{AKH}=180°-(\angle\mathrm{AHB}+\angle\mathrm{EAH})=180°-(18°+54°)=108°$

問 11　□ABCD の面積を S とする。

図１のように，辺 BC 上に AB // EG となる点 G をとると，

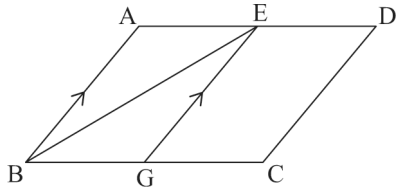
□ABGE≡□EGCD より，$\square\mathrm{ABGE}=\dfrac{1}{2}S$ であり，

△ABE≡△GEB より，$\triangle\mathrm{ABE}=\dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABGE}=\dfrac{1}{4}S$ である。

同様にして，$\triangle\mathrm{CBF}=\triangle\mathrm{DCE}=\dfrac{1}{4}S$，CF＝FD より，

$\triangle\mathrm{DEF}=\dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{DCE}=\dfrac{1}{8}S$

図１



よって，$\triangle\mathrm{EBF}=\square\mathrm{ABCD}-\triangle\mathrm{ABE}-\triangle\mathrm{CBF}-\triangle\mathrm{DEF}=S-\dfrac{1}{4}S-\dfrac{1}{4}S-\dfrac{1}{8}S=\dfrac{3}{8}S$

したがって，△EBF の面積は△DEF の面積の，$\dfrac{3}{8}S\div\dfrac{1}{8}S=3$(倍)

問 12　**ア**　20 人のデータにおける中央値は，データを小さい方から並べたときの 10 番目と 11 番目の平均値である。8 冊以上 12 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＝9(人)，12 冊以上 16 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＋8＝17(人)だから，10 番目と 11 番目のデータはともに 12 冊以上 16 冊未満の階級に含まれる。よって，誤り。

イ　8 冊以上 12 冊未満の階級の度数は 4 人，相対度数は，$\dfrac{4}{20}=0.20$ である。よって，誤り。

ウ　度数が最も大きい階級は，度数が 8 人である 12 冊以上 16 冊未満の階級だから，最頻値はその階級値，$\dfrac{12+16}{2}=14$(冊) である。よって，誤り。

エ　12 冊以上 16 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＋8＝17(人) だから，累積相対度数は，$\dfrac{17}{20}=0.85$ である。よって，正しい。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1つ1つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある2つの数値の平均

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

問13 2つのさいころの目の出方に対応した$10x+y$の値をまとめると**表1**のようになる。全36通りのうち，$10x+y$が7の倍数となるマスに色を付けると6通り。よって，求める確率は

$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$である。

表1

y \ x	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

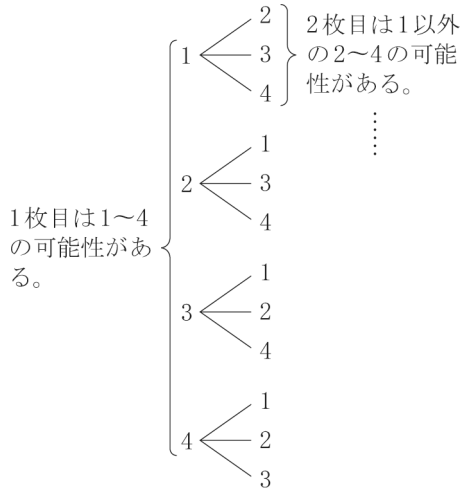
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

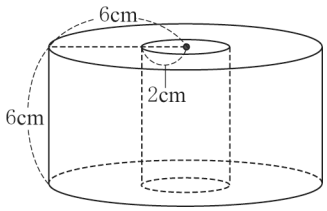
③ さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4枚のカード 1, 2, 3, 4 から2枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



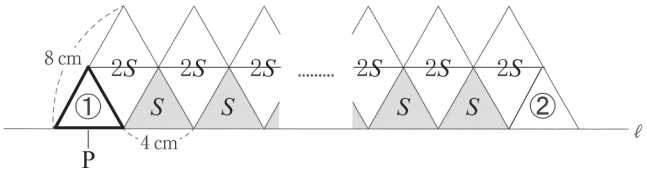
問 14　回転体の見取図は**図２**のようになる。この立体は，「底面が半径 6cm の円，高さが 6cm の円柱」から「底面が半径 2cm の円，高さが 6cm の円柱」を取り除いたような形をしている。
よって，回転体の体積は，
$\pi \times 6^2 \times 6 - \pi \times 2^2 \times 6 = 216\pi - 24\pi = 192\pi (\mathrm{cm}^3)$

図２



問 15　**図３**のように，図形を 1 辺が 4 cm の正三角形 P に分割して考え，この 1 辺が 4 cm の正三角形 P の面積を S とする。また，1 辺が 8cm の正三角形を Q とする。
かげ（　）をつけた重なる部分について，正三角形 Q を 2 個，3 個，4 個，……，x 個とかくと，正三角形 P は 1 個，2 個，3 個，……，$(x-1)$ 個となる。よって，重なる部分の面積は，$S(x-1)$ である。
重ならない部分について，両端の正三角形 P（①，②）を除いて考える。正三角形 Q を 1 個，2 個，3 個，……，x 個とかくと，正三角形 P を 2 つ合わせたひし形は 1 個，2 個，3 個，……，x 個となる。よって，重ならない部分の面積は，両端の正三角形 P（①，②）と合わせて，$2S+2Sx=2S(x+1)$ である。
したがって，$S(x-1) : 2S(x+1) = (x-1) : 2(x+1) = 2 : 5$ より，$4(x+1) = 5(x-1)$　　$x = 9$

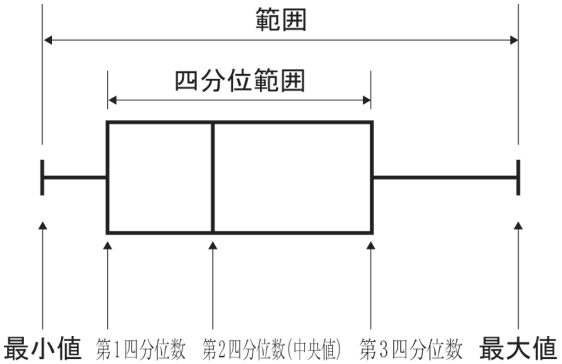
図３



ポイント》規則性の問題を突破するには
まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

問 16

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用
① 四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差
③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



1 【問題Ｂ】【小問集合】

問１　$(-6xy^3)\div\left(\frac{3}{2}x^2y\right)\times(-5x)^2=(-6xy^3)\times\frac{2}{3x^2y}\times25x^2=-100xy^2$

問２　$xy-x-y+1=x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)=(\sqrt{2}+1-1)\times(\sqrt{2}-1-1)=\sqrt{2}\times(\sqrt{2}-2)=2-2\sqrt{2}$

問３　$x-1=A$ とおくと，与えられた 2 次方程式は，$5A^2+3A-1=0$ と表される。

2 次方程式の解の公式より，$A=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$

よって，$x-1=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$ より，$x=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}+1=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}+\frac{10}{10}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{10}$

問４　**ア**　20 人のデータにおける中央値は，データを小さい方から並べたときの 10 番目と 11 番目の平均値である。8 冊以上 12 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＝9(人)，12 冊以上 16 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＋8＝17(人)だから，10 番目と 11 番目のデータはともに 12 冊以上 16 冊未満の階級に含まれる。よって，誤り。

イ　8 冊以上 12 冊未満の階級の度数は 4 人，相対度数は，$\frac{4}{20}=0.20$ である。よって，誤り。

ウ　度数が最も大きい階級は，12 冊以上 16 冊未満の階級だから，最頻値はその階級値，$\frac{12+16}{2}=14$(冊) である。よって，誤り。

エ　12 冊以上 16 冊未満の階級の累積度数は，2＋3＋4＋8＝17(人) だから，累積相対度数は，$\frac{17}{20}=0.85$ である。よって，正しい。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数$=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

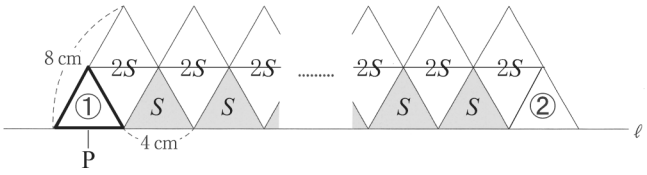
問５　**図１**のように，図形を１辺が 4 cm の正三角形 P に分割して考え，この１辺が 4 cm の正三角形 P の面積を S とする。また，１辺が 8 cm の正三角形を Q とする。

かげ（▭）をつけた重なる部分について，正三角形 Q を 2 個，3 個，4 個，……，x 個とかくと，正三角形 P は 1 個，2 個，3 個，……，$(x-1)$ 個となる。よって，重なる部分の面積は，$S(x-1)$ である。

重ならない部分について，両端の正三角形 P（①，②）を除いて考える。正三角形 Q を 1 個，2 個，3 個，……，x 個とかくと，正三角形 P を 2 つ合わせたひし形は 1 個，2 個，3 個，……，x 個となる。よって，重ならない部分の面積は，両端の正三角形 P（①，②）と合わせて，$2S+2Sx=2S(x+1)$ である。

したがって，$S(x-1):2S(x+1)=(x-1):2(x+1)=2:5$ より，$4(x+1)=5(x-1)$　　$x=9$

図１



ポイント》規則性の問題を突破するには

まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

問６　AD // BC，AE＝DE より，△ABE と△DCE は底辺が等しく，高さが共通なので，その面積は等しい。ここで，△ABE＝△DCE＝S とする。

AD＝BC，AE＝DE より，AE : BC＝1 : 2　　AE // BC より，平行線と線分の比の性質から，

EG : GB＝AE : BC＝1 : 2　　よって，△AEG : △ABG＝1 : 2 より，$\triangle ABG=\frac{2}{3}\triangle ABE=\frac{2}{3}S$

また，CF＝FD より，$\triangle DEF=\frac{1}{2}\triangle DCE=\frac{1}{2}S$

したがって，△ABG の面積は△DEF の面積の，$\frac{2}{3}S\div\frac{1}{2}S=\frac{4}{3}$(倍)

問７　2 点 A，B はともに関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，その x 座標をそれぞれ関数の式に代入することで，$A(-2,\ 4a)$，$B(4,\ 16a)$と表される。よって，2 点 A，B を通る直線の傾きは，

$\frac{16a-4a}{4-(-2)}=2a$ と表され，これが$\frac{1}{2}$に等しくなればよいから，$2a=\frac{1}{2}$ より，$a=\frac{1}{4}$

したがって，点 A の座標は，$(-2,\ 1)$

ここで，2 点 A，B を通る直線の式を $y=mx+n$ とおく。傾きが$\frac{1}{2}$で，$A(-2,\ 1)$ を通るから，

$1=\frac{1}{2}\times(-2)+n$　　$n=2$

よって，求める一次関数の式は，$y=\frac{1}{2}x+2$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

［定義］変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)
　→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)
　→変化の割合は区間により変化するため，［定義］を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

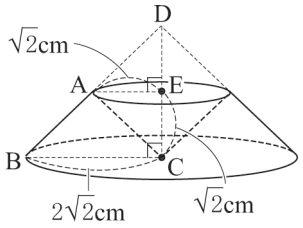
ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 8　回転体の見取図は**図 2** のようになる。この立体は，「底面の円の中心が C，頂点が D の円錐 P」から「底面の円の中心が E，頂点が D の円錐 Q」と「底面の円の中心が E，頂点が C の円錐 R」の両方を取り除いたような形をしている。

図 2



△ABC は直角二等辺三角形なので，$BC=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$ (cm)

△EAC も直角二等辺三角形なので，$AE=EC=\dfrac{1}{\sqrt{2}}AC=\sqrt{2}$ (cm)

AE // BC より，平行線と線分の比の性質から，

DE : DC = AE : BC = $\sqrt{2}$: $2\sqrt{2}$ = 1 : 2　　すなわち，DE : EC = 1 : 1 より，DE = EC = $\sqrt{2}$ cm

よって，円錐 P の体積は，$\pi\times(2\sqrt{2})^2\times2\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

また，円錐 Q，R は合同な立体であり，その体積は，$\pi\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

したがって，回転体の体積は，$\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi\times2=4\sqrt{2}\,\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

問 9　2 点 A，H を結ぶ。$\overset{\frown}{AB}$は円周の長さの$\dfrac{1}{10}$倍だから，$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角は，$360°\times\dfrac{1}{10}=36°$

よって，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は，$\angle AHB=36°\times\dfrac{1}{2}=18°$

$\overset{\frown}{EH}=3\overset{\frown}{AB}$より，$\overset{\frown}{EH}$に対する円周角の大きさは，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角の大きさの 3 倍だから，

$\angle EAH=18°\times3=54°$

よって，△AKH の内角の和より，$\angle AKH=180°-(\angle AHB+\angle EAH)=180°-(18°+54°)=108°$

問 10

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…(1) 第 2 四分位数(中央値)，(2) 第 1 四分位数，(3) 第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1) 第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

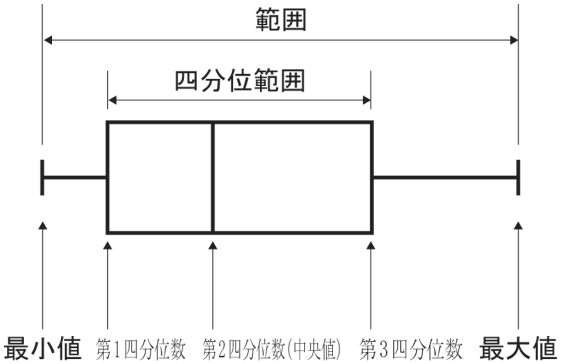
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2) 第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3) 第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの

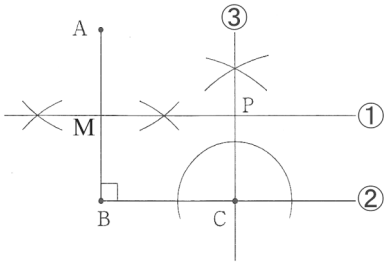


数-24-公-埼玉-KS-02A

2 【問題Ａ】【作図，平面図形】

問１　作図の手順は以下の通り。

図１



① 線分 AB の垂直二等分線を作図する。

② 線分 BC を延長し，半直線 BC とする。

③ 半直線 BC 上の点 C から，半直線 BC に垂直な直線を作図する。

④ 直線①と直線③の交点を P とする。

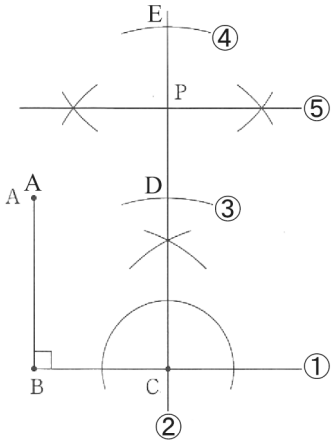
四角形 MBCP は長方形だから，MB // PC，MB＝PC なので，AM＝MB より，AB : PC＝2 : 1，AB // PC となる。

数-24-公-埼玉-KS-02B

2 【問題Ｂ】【作図，平面図形】

問１　作図の手順は以下の通り。

図１



① 線分 BC を延長し，半直線 BC とする。

② 半直線 BC 上の点 C から，半直線 BC に垂直な直線を作図する。

③ コンパスで AB の長さをとり，AB＝DC となる点 D を直線②上にとる。

④ コンパスで AB の長さをとり，AB＝ED となる点 E を直線②上にとる。

⑤ 線分 DE の垂直二等分線を作図する。

⑥ 直線②と直線⑤の交点を P とする。

AB⊥BC，BC⊥PC より，AB // PC となる。また，

AB＝DC＝ED，$PD=\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}AB$ より，

$PC=PD+DC=\frac{1}{2}AB+AB=\frac{3}{2}AB$ だから，$AB : PC=AB : \frac{3}{2}AB=2 : 3$ となる。

数-24-公-埼玉-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問１　ア　点 Q は関数 $y=x$ のグラフ上にあり，x 座標は t なので，y 座標は $y=t$ である。

イ　点 R は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあり，x 座標は t なので，y 座標は $y=\frac{1}{3}t^2$ である。

問３　問題中の会話文より，$0<t<3$ のとき，PQ : PR＝4 : 3 である。$PQ=t$，$PR=\frac{1}{3}t^2$ であることから，

$t : \frac{1}{3}t^2=4 : 3$　　これを整理すると，　$4t^2-9t=0$　　$t(4t-9)=0$　　$0<t<3$ より，$t=\frac{9}{4}$

問２より，$3<t\leqq 5$ のとき，点 R の y 座標は，点 Q の y 座標より大きくなるから，PR＝PQ＋QR

よって，PQ : RQ＝4 : 1 という条件にあてはまるのは，PQ : PR＝4 : (4＋1)＝4 : 5 だから，

$t : \frac{1}{3}t^2=4 : 5$　　これを整理すると，　$4t^2-15t=0$　　$t(4t-15)=0$　　$3<t\leqq 5$ より，$t=\frac{15}{4}$

以上のことから，求める点 P の x 座標は，$\frac{9}{4}$，$\frac{15}{4}$ である。

数-24-公-埼玉-KS-04A

4 【問題A】【空間図形】

問1　**図1**のように，水面と線分AEとの交点をJとする。

△AJBと△BAFで，∠JAB＝∠ABF＝90°　…①

∠ABJ＝∠ABF－∠IBF＝90°－∠IBF　…②

△BIFの内角の和より，∠BFA＝180°－(∠BIF＋∠IBF)

＝180°－(90°＋∠IBF)＝90°－∠IBF　…③

②，③より，∠ABJ＝∠BFA　…④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいので，△AJB∽△BAF

よって，相似比は，AB：BF＝6：12＝1：2だから，

面積の比は，$1^2:2^2=1:4$

ここで，$\triangle BAF=BA\times BF\times\frac{1}{2}=6\times12\times\frac{1}{2}=36(cm^2)$ より，

$\triangle AJB:\triangle BAF=1:4$ だから，$\triangle AJB=\frac{1}{4}\triangle BAF=\frac{1}{4}\times36=9(cm^2)$

容器の体積は，$AB\times AD\times AE=6\times6\times12=432(cm^3)$

容器からこぼした水の体積は，**図2**のように，底面が△AJB，高さがADの三角柱の体積に等しいから，$\triangle AJB\times AD=9\times6=54(cm^3)$

よって，容器に残っている水の体積は，$432-54=378(cm^3)$

図1

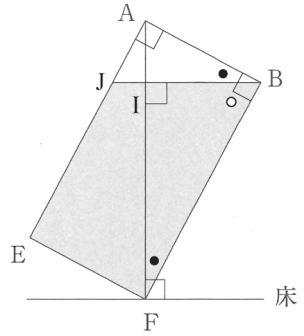
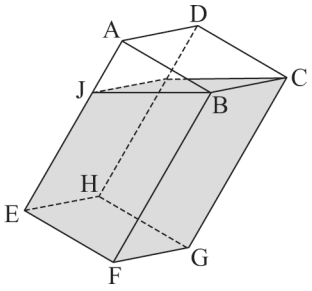


図2



問2　△BAFで三平方の定理より，$AF^2=AB^2+BF^2=6^2+12^2=180$　　AF＞0より，$AF=6\sqrt{5}$ (cm)

図1の△IBFと△BAFで，∠BIF＝∠ABF＝90°，∠IFB＝∠BFAより，2組の角がそれぞれ等しいので，△IBF∽△BAF

よって，FI：FB＝BF：AF　　FI：12＝12：$6\sqrt{5}$＝2：$\sqrt{5}$　　$\sqrt{5}$ FI＝24　　$FI=\frac{24\sqrt{5}}{5}$ (cm)

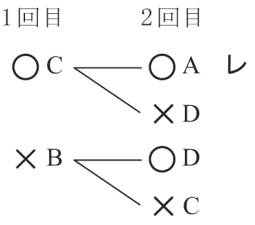
数-24-公-埼玉-KS-04B

4 【問題B】【場合の数と確率】

以下，硬貨で表が出ることを○，裏が出ることを×とする。

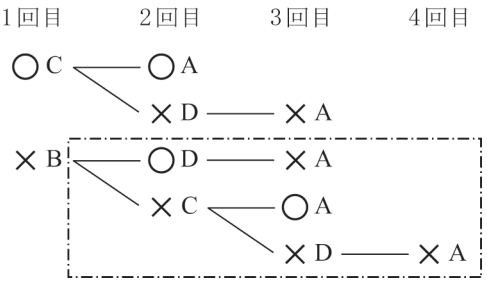
問1　硬貨を2回投げたときの表裏の出方と，そのときの点Pの位置を樹形図でまとめると**図1**のようになる。硬貨を2回投げたときに，操作が終了するのは，点Pが2回目に頂点Aに止まるとき（**レ**印）だから，求める確率は，$\frac{1}{4}$である。

図1



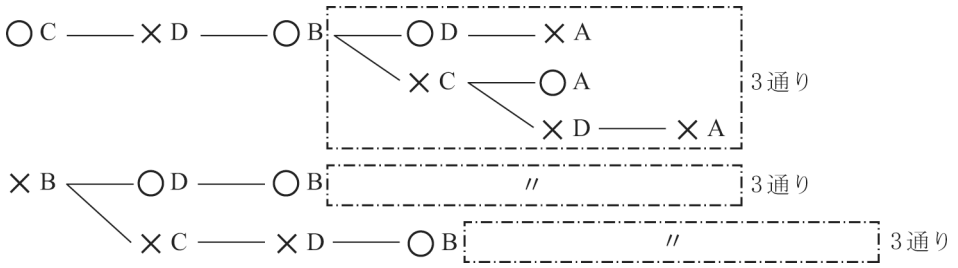
問2　(1) 点Pが正方形ABCDをちょうど1周したところで操作が終了するような，硬貨の表裏の出方をまとめると**図2**のようになる。よって，5通り。

図2



(2) 点 P が正方形 ABCD をちょうど 2 周したところで操作が終了するには，1 周目に頂点 D に着いてから，表が出て頂点 B に移動し，そこから頂点 A に移動する必要がある。よって，**図 3** のように，1 周目に頂点 D に着いてから，表が出て頂点 B に移動するまでの樹形図をかき，そのそれぞれからさらに**図 2** の［　　］の樹形図が続くような図をかけば，条件を満たす場合の数を数えることができる。よって，9 通り。

図 3



数-24-公-埼玉-KS-05B

5 **【問題Ｂ】【空間図形】**

問 1　**図 1** のように，水面と線分 AF，AE の交点をそれぞれ I，J とする。

△AJB と△BAF で，∠JAB＝∠ABF＝90°　…①

∠ABJ＝∠ABF－∠IBF＝90°－∠IBF　…②

△BIF の内角の和より，∠BFA＝180°－(∠BIF＋∠IBF)

＝180°－(90°＋∠IBF)＝90°－∠IBF　…③

②，③より，∠ABJ＝∠BFA　…④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△AJB∽△BAF

よって，相似比は，AB : BF＝6 : 12＝1 : 2 だから，

面積の比は，$1^2 : 2^2 = 1 : 4$

ここで，$\triangle BAF = BA \times BF \times \frac{1}{2} = 6 \times 12 \times \frac{1}{2} = 36\,(\mathrm{cm}^2)$ より，

$\triangle AJB : \triangle BAF = 1 : 4$ だから，$\triangle AJB = \frac{1}{4}\triangle BAF = \frac{1}{4} \times 36 = 9\,(\mathrm{cm}^2)$

容器の体積は，$AB \times AD \times AE = 6 \times 6 \times 12 = 432\,(\mathrm{cm}^3)$

容器からこぼした水の体積は，**図 2** のように，底面が△AJB，高さが AD の三角柱の体積に等しいから，$\triangle AJB \times AD = 9 \times 6 = 54\,(\mathrm{cm}^3)$

よって，容器に残っている水の体積は，$432 - 54 = 378\,(\mathrm{cm}^3)$

図 1

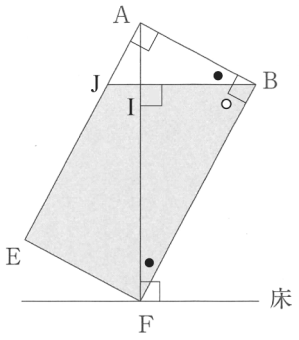
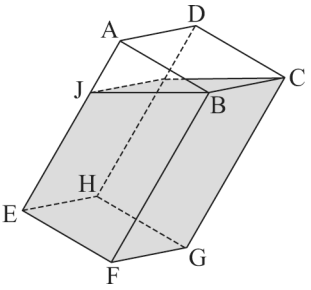


図 2



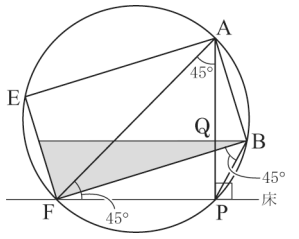
問 2　△BAF で三平方の定理より，$AF^2 = AB^2 + BF^2 = 6^2 + 12^2 = 180$　　AF＞0 より，$AF = 6\sqrt{5}$ (cm)

$\triangle AFP$ は直角二等辺三角形だから，$AP = FP = \frac{1}{\sqrt{2}}AF = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 6\sqrt{5} = 3\sqrt{10}$ (cm)

次に，**図 3** のように，∠ABF＝∠APF＝90°だから，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，P，F は同じ円周上にある。また，△AFP は直角二等辺三角形だから，∠FAP＝45°であり，円周角の定理より，

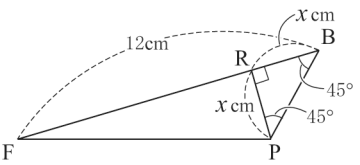
∠FBP＝∠FAP＝45°

図 3



ここで，△BFP に注目する。**図４**のように，頂点 P から辺 BF に垂線 PR をおろすと，△BRP は直角二等辺三角形になる。
BR＝PR＝$x$cm とすると，FR＝BF－BR＝12－x(cm) だから，
△RFP で三平方の定理より，$PR^2+FR^2=FP^2$
$x^2+(12-x)^2=(3\sqrt{10})^2$　　これを整理すると，$x^2-12x+27=0$
$(x-3)(x-9)=0$　　$x=3,\ 9$

図４



（ⅰ）x=3 のとき

△BFP＝BF×PR×$\frac{1}{2}$＝12×3×$\frac{1}{2}$＝18(cm^2) であり，△BFP の底辺を FP としたときの高さは PQ だから，△BFP＝FP×PQ×$\frac{1}{2}$＝$3\sqrt{10}$×PQ×$\frac{1}{2}$＝$\frac{3\sqrt{10}}{2}$PQ

よって，$\frac{3\sqrt{10}}{2}$PQ＝18 より，PQ＝$\frac{6\sqrt{10}}{5}$(cm)

ここで，$AP^2=(3\sqrt{10})^2=90$，$PQ^2=\left(\frac{6\sqrt{10}}{5}\right)^2=\frac{72}{5}$だから，$AP^2>PQ^2$ かつ，AP＞0，PQ＞0 より，AP＞PQ である。これは図に合っている。

（ⅱ）x=9 のとき

同様にして，△BFP＝BF×PR×$\frac{1}{2}$＝12×9×$\frac{1}{2}$＝54(cm^2)，△BFP＝$\frac{3\sqrt{10}}{2}$PQ

よって，$\frac{3\sqrt{10}}{2}$PQ＝54 より，PQ＝$\frac{18\sqrt{10}}{5}$(cm)

ここで，　$PQ^2=\left(\frac{18\sqrt{10}}{5}\right)^2=\frac{648}{5}$だから，$AP^2<PQ^2$ かつ，AP＞0，PQ＞0 より，AP＜PQ である。これは図に合っていないため，不適。

（ⅰ），（ⅱ）より，PQ＝$\frac{6\sqrt{10}}{5}$cm