Ｒ７　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-25-公-埼玉-問-01A

1 **【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$-4x+7x$　を計算しなさい。

問２　$(-2)\times(-5)-6$　を計算しなさい。

問３　$48xy^2\div 3x\div 8y$　を計算しなさい。

問４　方程式　$2x+12=-3x-8$　を解きなさい。

問５　$\dfrac{21}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}$　を計算しなさい。

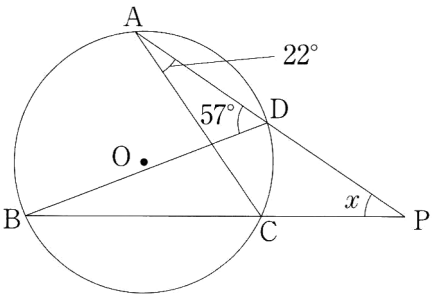
問６　$x^2-13x+40$　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}3x-7y=5\\5x-2y=-11\end{cases}$　を解きなさい。

問８　２次方程式　$2x^2-x-9=0$　を解きなさい。

問９　y は x に反比例し，$x=3$ のとき $y=4$ です。このとき，y を x の式で表しなさい。

問10　右の図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D をとり，直線 AD と直線 BC との交点を P とします。$\angle CAD=22°$，$\angle ADB=57°$ のとき，$\angle APB$ の大きさ x を求めなさい。



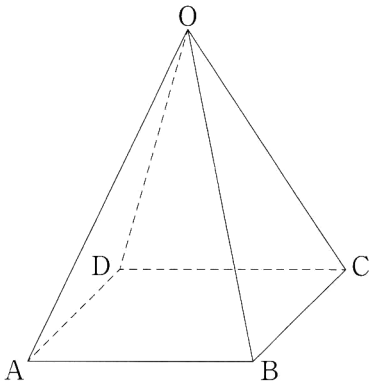
問 11 次は，あるクラスの生徒 21 人に行ったテストの得点を小さい順に並べたものです。このデータから得られる値として**誤っているもの**を，下の**ア**～**エ**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。

テストの得点 (点)

45，48，48，52，54，54，56，60，62，65，66，68，70，72，74，74，78，80，84，86，90

ア 中央値は 66 である。
イ 第 1 四分位数は 54 である。
ウ 第 3 四分位数は 74 である。
エ 分布の範囲は 45 である。

問 12 右の図のような，正四角錐 OABCD があります。底面が 1 辺の長さ 6 cm の正方形 ABCD で，ほかの辺の長さがすべて 12 cm であるとき，この立体の体積を求めなさい。

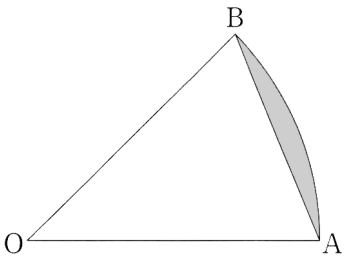


問 13 右の図のような，5 枚のカードがあります。この 5 枚のカードを箱に入れて，そこから 1 枚ずつ合計で 2 枚取り出します。1 枚目に取り出したカードの数を x，2 枚目に取り出したカードの数を y とするとき，$\frac{x}{y}$ の値が $\frac{2}{3}$ 以下となる確率を求めなさい。



ただし，箱の中は見えず，取り出したカードは箱に戻さないものとします。また，どのカードの取り出し方も同様に確からしいものとします。

問 14 右の図のような，OA＝OB＝4 cm，∠AOB＝45 ° のおうぎ形 OAB があります。線分 AB をひくとき，かげ (▭) をつけた部分の面積を求めなさい。



問 15 連続する 2 つの自然数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 365 になるとき，これら 2 つの自然数を求めなさい。

問 16 次は，先生と S さん，T さんの会話です。これを読んで，下の**問**に答えなさい。

先　生「**表 1** は，A 中学校と B 中学校の 3 年男子の反復横とびの結果を度数分布表にまとめたものです。2 つの学校の結果を比較して，54 回以上とんだ生徒の割合が大きいのはどちらの学校か考えてみましょう。」

S さん「**表 1** では，合計の人数が異なるね。どうしたら 2 つの学校の結果を比較できるかな。」

T さん「各階級の相対度数を求めてその値を用いれば，比較できると思うよ。」

S さん「そうだね。それでは，**表 1** をもとに各階級の相対度数を求めてみよう。」

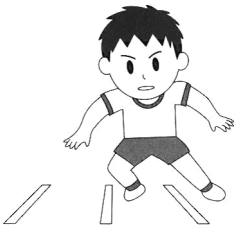
表 1

階級（回）	A 中学校 度数（人）	B 中学校 度数（人）
以上　未満		
48 ～ 50	5	6
50 ～ 52	5	6
52 ～ 54	10	15
54 ～ 56	25	21
56 ～ 58	35	9
58 ～ 60	20	3
合計	100	60

問　**表 2** は，**表 1** をもとにつくった相対度数の表です。**表 2** 中の［ア］にあてはまる値を書きなさい。また，54 回以上とんだ生徒の割合が大きいのはどちらの学校か，**表 2** を用いて，具体的な値を示しながら説明しなさい。

表 2

階級（回）	A 中学校 相対度数	B 中学校 相対度数
以上　未満		
48 ～ 50	0.05	0.10
50 ～ 52	0.05	0.10
52 ～ 54	0.10	0.25
54 ～ 56	0.25	［ア］
56 ～ 58	0.35	0.15
58 ～ 60	0.20	0.05
合計	1.00	1.00



数-25-公-埼玉-問-01B

1 **【問題B】** 次の各問に答えなさい。

問1 $\dfrac{2x-y}{3}-\dfrac{3x-2y}{4}$ を計算しなさい。

問2 $x=\sqrt{6}+2$，$y=\sqrt{6}-2$ のとき，$3xy+6x-y-2$ の値を求めなさい。

問3 2 次方程式 $4x(x-3)=(x-3)^2$ を解きなさい。

問4 次は，あるクラスの生徒 21 人に行ったテストの得点を小さい順に並べたものです。このデータから得られる値として**誤っているもの**を，下の**ア**～**エ**の中から一つ選び，その記号を書きなさい。

テストの得点 (点)

45，48，48，52，54，54，56，60，62，65，66，68，70，72，74，74，78，80，84，86，90

ア 中央値は 66 である。

イ 第 1 四分位数は 54 である。

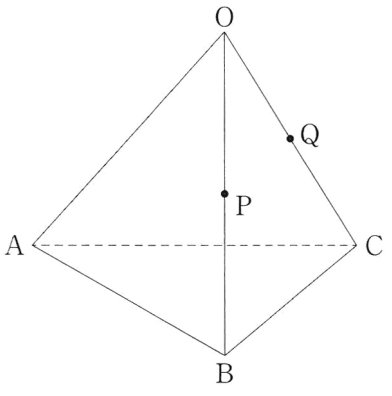
ウ 第 3 四分位数は 74 である。

エ 分布の範囲は 45 である。

問5 連続する 2 つの自然数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 365 になるとき，これら 2 つの自然数を求めなさい。

問6 y は x に反比例し，グラフが点 (6，3) を通ります。このグラフ上の点のうち，x 座標，y 座標の値がともに整数である点は何個あるか求めなさい。

問7 右の図のように，1 辺の長さが 6 cm の正四面体 OABC の辺 OB，OC の中点をそれぞれ P，Q とします。3 点 P，Q，A を通る平面で正四面体 OABC を切ったとき，頂点 B を含む立体の体積を求めなさい。

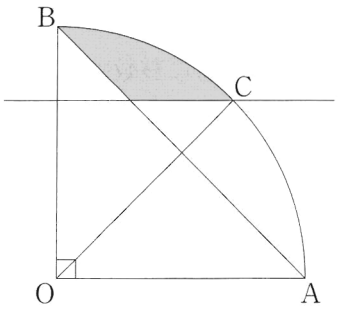


問８　右の図のような，5 枚のカードがあります。この 5 枚のカードを箱に入れて，そこから 1 枚ずつ合計で 2 枚取り出します。1 枚目に取り出したカードの数を x，2 枚目に取り出したカードの数を y とするとき，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ の値が $\frac{2}{3}$ 以上 1 以下となる確率を求めなさい。



ただし，箱の中は見えず，取り出したカードは箱に戻さないものとします。また，どのカードの取り出し方も同様に確からしいものとします。

問９　右の図のような，OA＝OB＝4 cm，∠AOB＝90 ° のおうぎ形 OAB があります。線分 AB をひき，$\overset{\frown}{AB}$ 上に ∠AOC＝45 ° となる点 C をとります。線分 OA に平行で点 C を通る直線をひくとき，かげ (▭) をつけた部分の面積を求めなさい。



問 10 次は，先生と S さん，T さんの会話です。これを読んで，下の**問**に答えなさい。

先　生「**表 1** は，A 中学校と B 中学校の 3 年男子の反復横とびの結果を度数分布表にまとめたものです。2 つの学校の結果を比較して，54 回以上とんだ生徒の割合が大きいのはどちらの学校か考えてみましょう。」

S さん「**表 1** では，合計の人数が異なるね。どうしたら 2 つの学校の結果を比較できるかな。」

T さん「各階級の相対度数を求めてその値を用いれば，比較できると思うよ。」

S さん「そうだね。それでは，**表 1** をもとに各階級の相対度数を求めてみよう。」

表 1

階級（回）	A 中学校 度数（人）	B 中学校 度数（人）
以上　未満		
48 ～ 50	5	6
50 ～ 52	5	6
52 ～ 54	10	15
54 ～ 56	25	21
56 ～ 58	35	9
58 ～ 60	20	3
合計	100	60

問　**表 2** は，**表 1** をもとにつくった相対度数の表です。**表 2** 中の［ア］にあてはまる値を書きなさい。また，54 回以上とんだ生徒の割合が大きいのはどちらの学校か，**表 2** を用いて，具体的な値を示しながら説明しなさい。

表 2

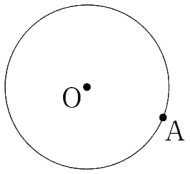
階級（回）	A 中学校 相対度数	B 中学校 相対度数
以上　未満		
48 ～ 50	0.05	0.10
50 ～ 52	0.05	0.10
52 ～ 54	0.10	0.25
54 ～ 56	0.25	［ア］
56 ～ 58	0.35	0.15
58 ～ 60	0.20	0.05
合計	1.00	1.00

数-25-公-埼玉-問-02A

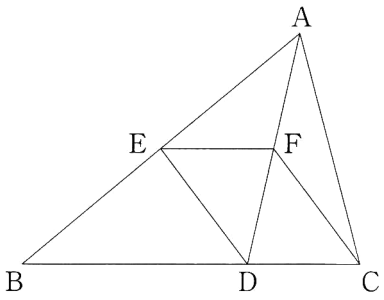
2 **【問題 A】** 次の各問に答えなさい。

問 1　下の図のように，円 O の周上に点 A があります。このとき，点 A を通る円 O の接線をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　下の図のように，△ABC の辺 BC 上に点 D を，BD：DC＝2：1 となるようにとります。辺 AB，線分 AD の中点をそれぞれ E, F とするとき, 四角形 EDCF は平行四辺形であることを証明しなさい。



数-25-公-埼玉-問-02B

2 【問題Ｂ】　次の各問に答えなさい。

問１　下の図のように，円 O の外部に点 P があります。次の【条件】をみたす△PQR の頂点 Q，R をコンパスと定規を使って作図しなさい。

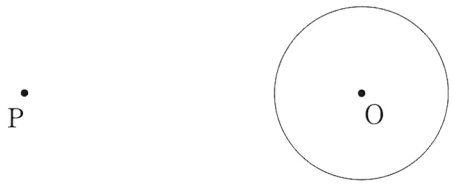
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。

【条件】

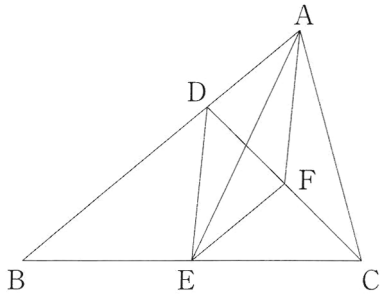
［1］　△PQR の 3 つの辺すべてが円 O に接している。

［2］　PQ＝PR である。

［3］　△PQR の 3 つの頂点 P，Q，R は，この順に反時計回りに三角形の周上に並んでいる。



問２　下の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D を，AD：DB＝1：2 となるようにとります。辺 BC，線分 CD の中点をそれぞれ E，F とするとき，四角形 DEFA の対角線 DF と AE がそれぞれの中点で交わることを証明しなさい。

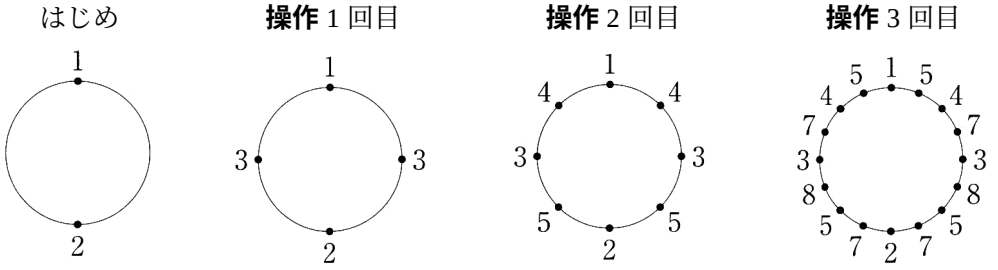


数-25-公-埼玉-問-03

3 次は，先生と J さん，K さんの会話です。これを読んで，あとの各問に答えなさい。

先　生「下の図のように，はじめの 2 点の値をそれぞれ 1，2 として，次の**操作**を繰り返し行います。」

> **操作**　円周上のとなり合う 2 点の間に点をとり，その点の値を，となり合う 2 点の値の和とします。



先　生「このとき，円周上にある点の最大値と，円周上にあるすべての点の値の合計が，**操作**を繰り返し行うとどのように変化するか，その規則性を調べてみましょう。」

J さん「**操作** 3 回目までの点の最大値と，すべての点の値の合計をまとめると，次のような表になりました。どんな規則性があるのでしょうか。」

	はじめ	**操作** 1 回目	**操作** 2 回目	**操作** 3 回目
点の最大値	2	3	5	8
すべての点の値の合計	3	9	27	81

K さん「J さんがまとめた表を見ると，**操作** 4 回目における点の最大値は［**ア**］，すべての点の値の合計は［**イ**］になると思います。」

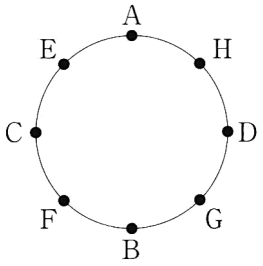
先　生「正解です。」

J さん「ところで，点の最大値や，すべての点の値の合計における変化の規則性は，はじめの 2 点の値を変えても同じなのでしょうか。」

先　生「はじめの 2 点の値を変えてみるというのはよい視点ですね。それでは，<u>はじめの 2 点の値をそれぞれ自然数 a，b に変えたとき</u>について調べてみましょう。」

問 1　［**ア**］，［**イ**］にあてはまる自然数を求めなさい。

問２　下線部について，右の図は，A，B をはじめの 2 点として，**操作**を 2 回行ったときの図です。**操作** 1 回目でとった点を C，D，**操作** 2 回目でとった点を E，F，G，H とします。A の値を a，B の値を b とするとき，円周上にあるすべての点の値の合計が，a と b の和の 9 倍になることを説明しなさい。

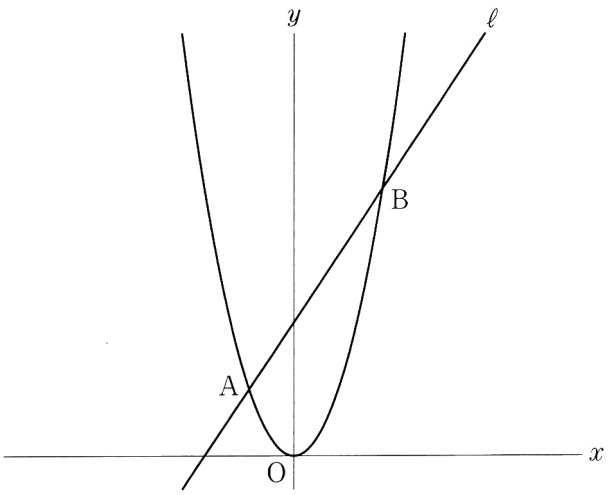


問３　はじめの 2 点の値をそれぞれ 2，5 として**操作**を n 回行い，円周上にあるすべての点の値の合計を求めたところ，1701 になりました。このとき，n の値と点の最大値をそれぞれ求めなさい。

数-25-公-埼玉-問-04A

4　**【問題A】**　**図１**で，曲線は関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が -2，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 ℓ をひくとき，次の各問に答えなさい。

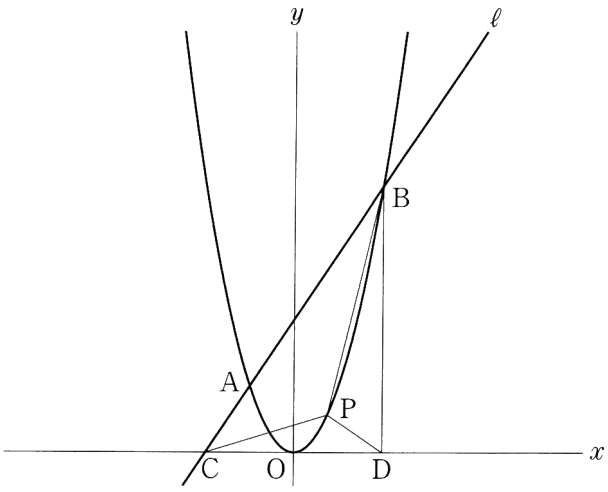
図１



問１　直線 ℓ の式を求めなさい。

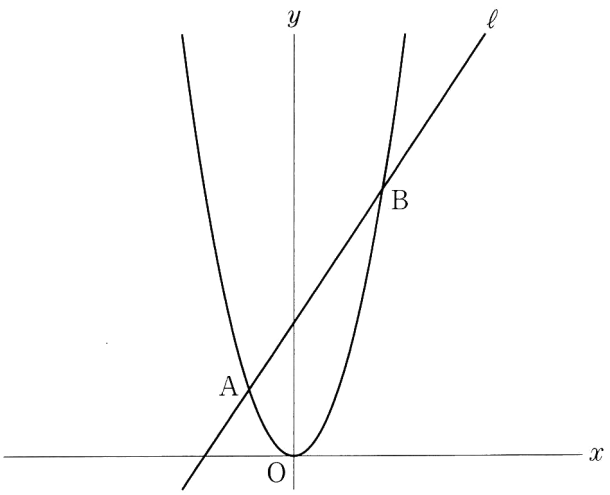
問２　**図２**のように，直線 ℓ と x 軸との交点を C，点 B から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点を D とします。また，曲線上の $0<x<4$ の範囲に，x 座標が t である点 P をとります。△BCP の面積と△CDP の面積が等しくなるとき，点 P の x 座標を求めなさい。

図２



4 **【問題B】** **図1**で，曲線は関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が -2，4 である2点A，Bをとり，この2点を通る直線 ℓ をひくとき，次の各問に答えなさい。

図1

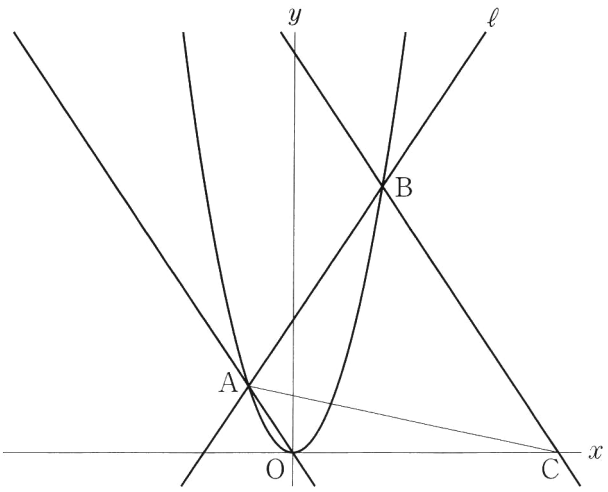


問1 直線 ℓ の式を求めなさい。

問2 **図2**のように，点Bを通り直線AOに平行な直線をひき，x 軸との交点をCとします。このとき，△OACを x 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

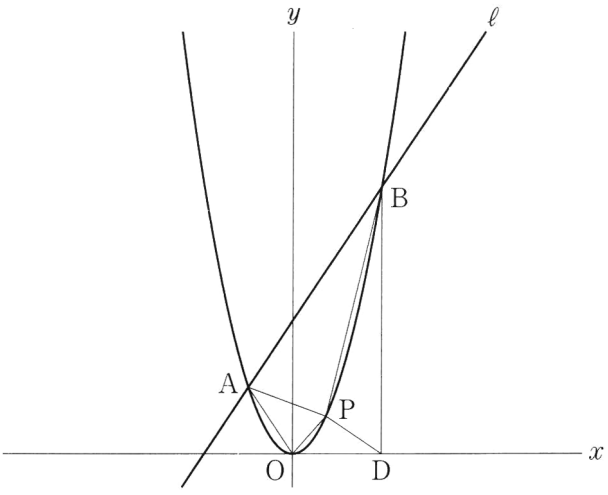
ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

図2



問3 **図3**のように，点Bから x 軸に垂線をひき，x 軸との交点をDとします。また，曲線上の $0<x<4$ の範囲に，x 座標が t である点Pをとります。△OAPの面積と△BDPの面積が等しくなるとき，点Pの x 座標を求めなさい。

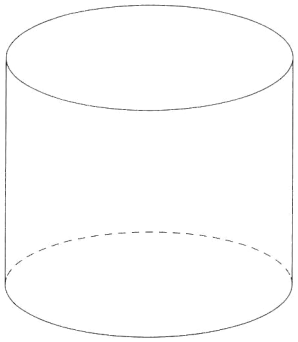
図3



数-25-公-埼玉-問-05B

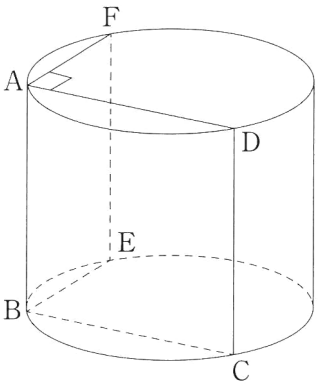
5 **【問題B】** **図1**のような，底面の半径が 9 cm，高さが 15 cm の円柱があります。このとき，次の各問に答えなさい。

図1



問1 **図2**のように，底面に垂直な平面で**図1**の円柱を切ったとき，切り口は正方形 ABCD になりました。辺 AB を通り正方形 ABCD に垂直な平面で切ったときの切り口を四角形 ABEF とするとき，四角形 ABEF の面積を求めなさい。

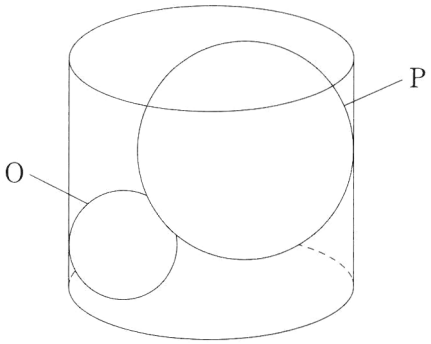
図2



問2 **図3**のように，半径の比が 1：2 である 2 つの球 O，P が，次の【条件】をみたして**図1**と同じ立体の容器の中に入っているとき，O の半径の最大値を求めなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。

図3



【条件】

［1］ O と P は，互いに接している。

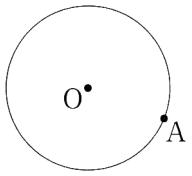
［2］ O と P は，容器のそれぞれ異なる底面に接している。

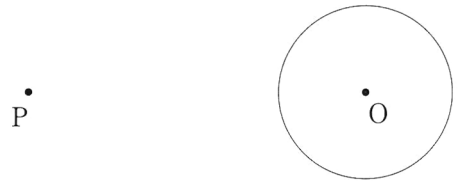
［3］ O と P は，容器の側面に接している。

Ｒ７　埼玉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-N-01A	1 問題A	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6			
		問7	$x=$　　，$y=$		
		問8	$x=$		
		問9	$y=$		
		問10	度		
		問11			
		問12	cm^3		
		問13			
		問14	cm^2		
		問15	と		
		問16	(［ア］にあてはまる値) 〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-N-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	$x=$		
		問4			
		問5	と		
		問6	個		
		問7	cm^3		
		問8			
		問9	cm^2		
		問10	(ア にあてはまる値) 〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-K-02A	2 問題A	問1			
		問2	〔証明〕		

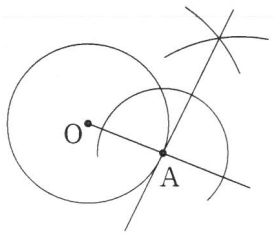
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-埼玉-KY-02B	2 問題B	問1				
		問2	〔証明〕			
数-25-公-埼玉-KY-03	3	問1	ア	イ		
		問2	〔説明〕			
		問3	n の値	点の最大値		

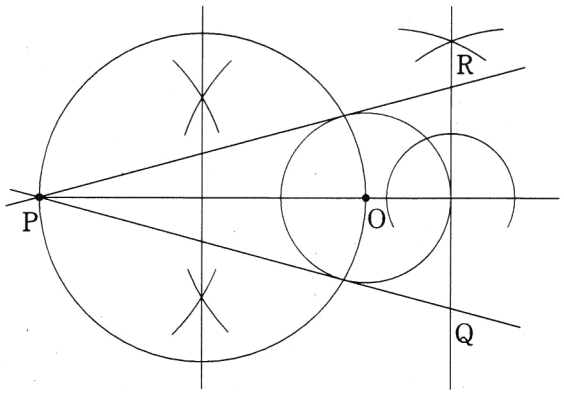
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-KV-04A	4 問題A	問1	$y=$		
		問2	$x=$		
数-25-公-埼玉-KV-04B	4 問題B	問1	$y=$		
		問2	cm^3		
		問3	$x=$		
数-25-公-埼玉-KV-05B	5 問題B	問1	cm^2		
		問2	cm		

Ｒ７　埼玉県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-K-01A	1 問題A	問1	$3x$	4	
		問2	4	4	
		問3	$2y$	4	
		問4	$x=-4$	4	
		問5	$\sqrt{7}$	4	
		問6	$(x-5)(x-8)$	4	
		問7	$x=-3,\ y=-2$	4	
		問8	$x=\dfrac{1\pm\sqrt{73}}{4}$	4	
		問9	$y=\dfrac{12}{x}$	4	
		問10	35　(度)	4	
		問11	**ウ**	4	
		問12	$36\sqrt{14}$　(cm^3)	4	
		問13	$\dfrac{2}{5}$	4	
		問14	$2\pi-4\sqrt{2}$　(cm^2)	4	
		問15	13　と　14	4	
		問16	(ア にあてはまる値)　0.35 〔説明〕 (例) 54 回以上の階級における相対度数の合計は A 中学校が 0.8，B 中学校が 0.55 であるから，割合が大きいのは A 中学校である。	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼中-K-01B	1 問題B	問1	$\frac{-x+2y}{12}$	4	
		問2	$18+5\sqrt{6}$	4	
		問3	$x=3,\ -1$	4	
		問4	ウ	4	
		問5	13　と　14	4	
		問6	12　(個)	5	
		問7	$\frac{27\sqrt{2}}{2}$　(cm^3)	5	
		問8	$\frac{3}{10}$	5	
		問9	$2\pi+8\sqrt{2}-16$　(cm^2)	5	
		問10	(ア にあてはまる値)　0.35 〔説明〕 (例) 54 回以上の階級における相対度数の合計は A 中学校が 0.8，B 中学校が 0.55 であるから，割合が大きいのは A 中学校である。	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数・25・公・埼玉・K 02A	2 問題A	問1	(例)  	5	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) △ABD において，中点連結定理より， EF // BD ……① $EF=\frac{1}{2}BD$ ……② 仮定から，$DC=\frac{1}{2}BD$ ……③ ①から，EF // DC ……④ ②，③から，EF＝DC ……⑤ ④，⑤から，1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいので，四角形 EDCF は平行四辺形である。	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼工-K-02B	2 問題B	問1	(例)  	6	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) △BCD において，中点連結定理より， EF // BD ……① $EF=\frac{1}{2}BD$ ……② 仮定から，$DA=\frac{1}{2}BD$ ……③ ①から，EF // DA ……④ ②，③から，EF＝DA ……⑤ ④，⑤から，1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいので，四角形 DEFA は平行四辺形である。 したがって，DF と AE は平行四辺形 DEFA の対角線となるので，それぞれの中点で交わる。	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-25-公-埼工-K-03	3	問1	ア　13　　イ　243	4	
		問2	〔説明〕 (例) 点 C，D の値は $a+b$，点 E，H の値は $2a+b$， 点 F，G の値は $a+2b$ なので， $a+(2a+b)+(a+b)+(a+2b)$ $+b+(a+2b)+(a+b)+(2a+b)$ $=9(a+b)$	5	内容に応じて部分点を認める。
		問3	n の値　5　　点の最大値　50	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-埼玉-K-04A	4 問題A	問1	$y=\frac{3}{2}x+6$	4	
		問2	$x=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$	6	
数-25-公-埼玉-K-04B	4 問題B	問1	$y=\frac{3}{2}x+6$	4	
		問2	36π　(cm^3)	6	
		問3	$x=-5+\sqrt{57}$	6	
数-25-公-埼玉-K-05B	5 問題B	問1	$45\sqrt{11}$　(cm^2)	6	
		問2	$11-2\sqrt{15}$　(cm)	6	

数-25-公-埼玉-KS-01A

1【問題A】【小問集合】

問2　$(-2)\times(-5)-6=10-6=4$

問5　$\dfrac{21}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}=\dfrac{21\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}-\sqrt{2^2\times7}=\dfrac{21\sqrt{7}}{7}-2\sqrt{7}=3\sqrt{7}-2\sqrt{7}=\sqrt{7}$

これだけは！ 根号を含む式の計算

1 $\sqrt{\ }$の中に同じ数の2乗があったら，1つにして$\sqrt{\ }$の外に出す。
$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

2 乗除は，$\sqrt{\ }$の外どうし，中どうしで計算する。
$2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{\cancel{10}^{\sqrt{5}}}}{\underset{3}{\cancel{6}}\sqrt{\cancel{2}^{\sqrt{1}}}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

3 分母に$\sqrt{\ }$があるときは，$\sqrt{\ }$のない形にする。(分母の有理化)

$\dfrac{\dfrac{2}{\sqrt{3}}}{=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}}$ ← 分母の$\sqrt{\ }$と同じ数を分子と分母の両方にかける。

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4 加減は，文字式のように計算する。

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$	$2x-3y+x+2y$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$	$=2x+x-3y+2y$
$=(2+1)\sqrt{2}+(-3+2)\sqrt{3}$	$=(2+1)x+(-3+2)y$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$	$=3x-y$

問8　2次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-9)}}{2\times2}=\dfrac{1\pm\sqrt{73}}{4}$

問9　yはxに反比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$　　すなわち，$a=xy$

$x=3$のとき，$y=4$だから，$a=3\times4=12$　　よって，$y=\dfrac{12}{x}$

問10　$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角より，$\angle\mathrm{CBD}=\angle\mathrm{CAD}=22°$

△DBPの内角と外角の関係より，$\angle\mathrm{APB}=57°-22°=35°$

問11　四分位数をまとめると次のようになる。

45, 48, 48, 52, 54, | 54, 56, 60, 62, 65, (66), | 68, 70, 72, 74, 74, | 78, 80, 84, 86, 90

第1四分位数 $\dfrac{54+54}{2}=54$　　中央値 66　　第3四分位数 $\dfrac{74+78}{2}=76$

よって，**ウ**は誤っている。なお，分布の範囲は，90−45＝45(点)で，**エ**は正しい。

これだけは！ 四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。

①**四分位数**…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数の３つの値

(1)**第２四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

※データの総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を中央値とする。

(2)**第１四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

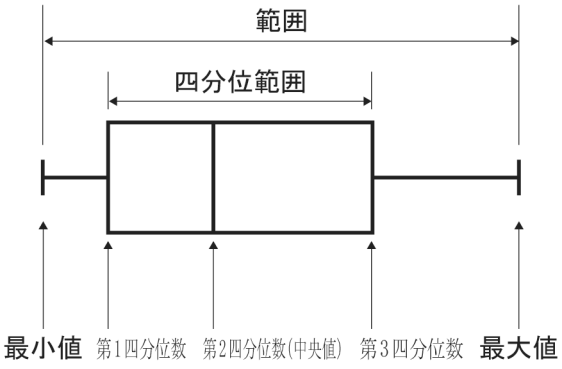
(3)**第３四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を，それぞれ第１四分位数，第３四分位数とする。

②**範囲**…最大値と最小値の差

③**四分位範囲**…第３四分位数と第１四分位数の差

④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの



問 12 正四角錐OABCDの高さを表す線分をOHとすると，Hは正方形ABCDの対角線の交点に一致する（△OAH≡△OBH≡△OCH≡△ODH から示すことができる)。

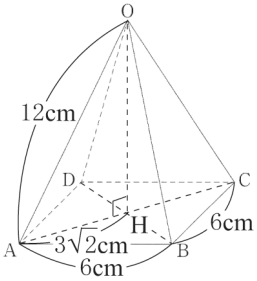
$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}AB=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times6=3\sqrt{2}$(cm)

△OAH で三平方の定理より，$OH^2=OA^2-AH^2=12^2-(3\sqrt{2})^2=126$

$OH>0$ より，$OH=3\sqrt{14}$cm

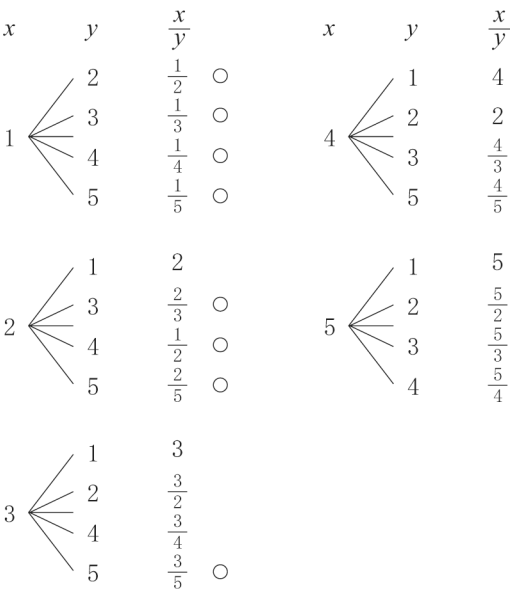
よって，正四角錐の体積は，$\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{14}=36\sqrt{14}$(cm^3)

図１



問 13 ２枚のカードの取り出し方を樹形図で数え上げ，それぞれの場合における$\frac{x}{y}$の値を整理すると**図２**のようになる。カードの取り出し方の総数は 20 通りで，そのうち，$\frac{x}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以下となるのは○印の８通りだから，求める確率は，$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

図２



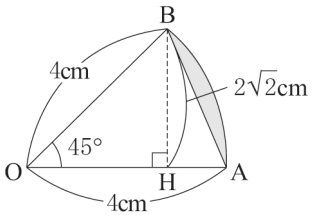
問 14　**図３**のように，B から線分 OA に垂線 BH をおろすと，△BOH は直角二等辺三角形だから，BH：OB＝1：$\sqrt{2}$

$BH=\frac{1}{\sqrt{2}}OB=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 4=2\sqrt{2}$(cm)

よって，かげをつけた部分の面積は，おうぎ形 OAB の面積から△BOA の面積をひいたものだから，

$\pi\times 4^2\times\frac{45}{360}-\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=2\pi-4\sqrt{2}$(cm^2)

図３



問 15　連続する 2 つの自然数は，小さい方の自然数を x とすると，x，$x+1$ と表される。

$x^2+(x+1)^2=365$　　これを整理すると，$x^2+x-182=0$　　$(x-13)(x+14)=0$

x は自然数なので，$x=13$　　よって，連続する 2 つの自然数は，13 と 14 である。

これだけは！ 文字による整数の表し方

- 偶数は，n を整数とすると，$2n$ と表せる。
- 奇数は，n を整数とすると，$2n+1$ と表せる。
- 連続する 2 つの整数は，小さい方の整数を n とすると，n，$n+1$ と表せる。
- 連続する 3 つの整数は，最も小さい整数を n とすると，n，$n+1$，$n+2$ と表せる。
- 連続する 3 つの整数は，中央の整数を n とすると，$n-1$，n，$n+1$ と表せる。
- 2 けたの自然数は，十の位の数を a，一の位の数を b とすると，$10a+b$ と表せる。
- 3 けたの自然数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，$100a+10b+c$ と表せる。

問 16　(相対度数)＝(階級の度数)÷(度数の合計) だから，［ア］にあてはまる値は，21÷60＝0.35

数-25-公-埼玉-KS-01B

1 【問題Ｂ】【小問集合】

問１　$\frac{2x-y}{3}-\frac{3x-2y}{4}=\frac{4(2x-y)}{12}-\frac{3(3x-2y)}{12}=\frac{4(2x-y)-3(3x-2y)}{12}=\frac{8x-4y-9x+6y}{12}=\frac{-x+2y}{12}$

これだけは！ 計算と方程式の違い

・計算…大きさを変えずに式を簡単にする。

$\frac{3x+1}{2}-\frac{x-1}{3}$　通分は値の大きさを変えない！

$=\frac{3(3x+1)}{6}-\frac{2(x-1)}{6}$

$=\frac{3(3x+1)-2(x-1)}{6}$

$=\frac{9x+3-2x+2}{6}$

$=\frac{7x+5}{6}$

・方程式…両辺が等しい関係を変えずに変形する。

$\frac{3x+1}{2}=\frac{x-1}{3}$　両辺に同じ数6をかけても両辺は等しいまま。

$\frac{3x+1}{2}\times 6=\frac{x-1}{3}\times 6$

$(3x+1)\times 3=(x-1)\times 2$

$9x+3=2x-2$　移項しても両辺は等しいまま。

$9x-2x=-2-3$

$7x=-5$　両辺を同じ数7でわっても両辺は等しいまま。

$x=-\frac{5}{7}$

問２　$3xy+6x-y-2=3x(y+2)-(y+2)=(3x-1)(y+2)$　…①

$3x-1=3(\sqrt{6}+2)-1=3\sqrt{6}+5$，$y+2=(\sqrt{6}-2)+2=\sqrt{6}$

①に代入すると，$3xy+6x-y-2=(3\sqrt{6}+5)\times\sqrt{6}=18+5\sqrt{6}$

問３　$4x(x-3)=(x-3)^2$　　$4x(x-3)-(x-3)^2=0$　　$(x-3)\{4x-(x-3)\}=0$　　$(x-3)(3x+3)=0$

$3(x-3)(x+1)=0$　　よって，$x-3=0$ または $x+1=0$ より，$x=3$，-1

問４　四分位数をまとめると次のようになる。

$\langle 45,\ 48,\ 48,\ 52,\ 54,\ |\ 54,\ 56,\ 60,\ 62,\ 65,\ \langle 66,\ \rangle\ 68,\ 70,\ 72,\ 74,\ 74,\ |\ 78,\ 80,\ 84,\ 86,\ 90 \rangle$

第１四分位数　$\dfrac{54+54}{2}=54$　　中央値　66　　第３四分位数　$\dfrac{74+78}{2}=76$

よって，**ウ**は誤っている。なお，分布の範囲は，$90-45=45$(点) で，**エ**は正しい。

問５　連続する 2 つの自然数は，小さい方の自然数を x とすると，x，$x+1$ と表される。

$x^2+(x+1)^2=365$　　これを整理すると，$x^2+x-182=0$　　$(x-13)(x+14)=0$

x は自然数なので，$x=13$　　よって，連続する 2 つの自然数は，13 と 14 である。

問６　y は x に反比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$　　すなわち，$a=xy$

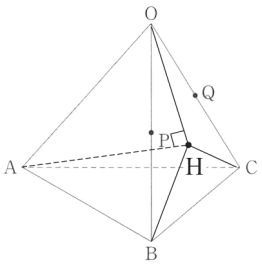
$x=6$ のとき，$y=3$ だから，$a=6\times3=18$　　よって，$y=\dfrac{18}{x}$

18 の約数は，1，2，3，6，9，18 だから，このグラフ上の点のうち，x 座標，y 座標の値がともに整数である点は，$(-18,\ -1)$，$(-9,\ -2)$，$(-6,\ -3)$，$(-3,\ -6)$，$(-2,\ -9)$，$(-1,\ -18)$，$(1,\ 18)$，$(2,\ 9)$，$(3,\ 6)$，$(6,\ 3)$，$(9,\ 2)$，$(18,\ 1)$ の 12 個ある。

問７　**図１**のように，正四面体 OABC の底面を△OBC と考え，頂点 A から底面に垂線 AH をおろす。

△ABH≡△ACH≡△AOH であることから，BH＝CH＝OH

図１



よって，**図２**のように，H は△OBC の 3 つの頂点を通る円の中心である。ここで，OH＝$x$cm とおくと，BH＝$x$cm

線分 OH の延長と辺 BC の交点を I とすると，OI⊥BC

よって，△OBI は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，BI：OB＝1：2　　$\mathrm{BI}=\dfrac{1}{2}\mathrm{OB}=\dfrac{1}{2}\times6=3$(cm)

BI：OI＝1：$\sqrt{3}$　　$\mathrm{OI}=\sqrt{3}\,\mathrm{BI}=\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$(cm)

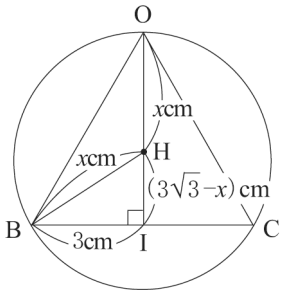
よって，$\mathrm{HI}=(3\sqrt{3}-x)$cm だから，△HBI で三平方の定理より，

$\mathrm{BI}^2+\mathrm{HI}^2=\mathrm{BH}^2$　　$3^2+(3\sqrt{3}-x)^2=x^2$　　これを解くと，$x=2\sqrt{3}$(cm)

したがって，正四面体の高さ AH は，△OAH で三平方の定理より，

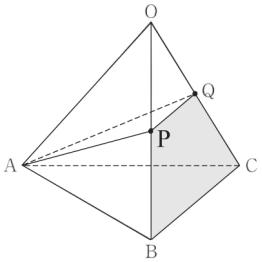
$\mathrm{AH}^2=\mathrm{OA}^2-\mathrm{OH}^2=6^2-(2\sqrt{3})^2=24$　　AH＞0 より，$\mathrm{AH}=2\sqrt{6}$(cm)

図２



ここで，3 点 P，Q，A を通る平面で正四面体 OABC を切ったとき，頂点 B を含む立体…①は，底面が四角形 PBCQ，高さが AH の四角錐である。

図３



中点連結定理より，△OPQ∽△OBC であり，その面積比は，

$1^2:2^2=1:4$ だから，△OBC と四角形 PBCQ の面積比は，

$4:(4-1)=4:3$

よって，四角形 PBCQ の面積は，

$\dfrac{3}{4}\triangle\mathrm{OBC}=\dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}\right)=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$(cm^2) だから，①の体積は，

$\dfrac{1}{3}\times$(四角形 PBCQ)$\times\mathrm{AH}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{27\sqrt{3}}{4}\times2\sqrt{6}=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$(cm^3)

問８　1枚目に1のカードを取り出した場合,2枚目に取り出す可能性のあるカードは2～5の4通りある。これは，1 枚目に 2～5 のいずれかのカードを取り出した場合も同様なので，2 枚のカードの取り出し方の総数は，5×4＝20(通り) である。

x の値ごとに，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以上 1 以下となるときの y の値を考える。ただし，同じカードを 2 枚取り出すことはないため，x と y は異なる値であることに注意する。

・x＝1 のとき，$1+\frac{1}{y}$の値は必ず 1 より大きくなるから，不適。

・x＝2 のとき，$\frac{1}{2}+\frac{1}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以上 1 以下となるのは，$\frac{1}{y}$の値が$\frac{1}{6}$以上$\frac{1}{2}$以下の場合である。よって，y＝3，4，5

・x＝3 のとき，$\frac{1}{3}+\frac{1}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以上 1 以下となるのは，$\frac{1}{y}$の値が$\frac{1}{3}$以上$\frac{2}{3}$以下の場合である。よって，y＝2

・x＝4 のとき，$\frac{1}{4}+\frac{1}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以上 1 以下となるのは，$\frac{1}{y}$の値が$\frac{5}{12}$以上$\frac{3}{4}$以下の場合である。よって，y＝2

・x＝5 のとき，$\frac{1}{5}+\frac{1}{y}$の値が$\frac{2}{3}$以上 1 以下となるのは，$\frac{1}{y}$の値が$\frac{7}{15}$以上$\frac{4}{5}$以下の場合である。よって，y＝2

以上のことから，条件を満たすようなカードの取り出し方は 6 通りだから，求める確率は，

$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

問９　線分 OA に平行で点 C を通る直線と，線分 OB，AB の交点をそれぞれ D，E とする。

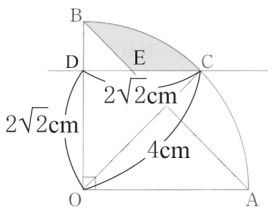
△DOC は直角二等辺三角形だから，OD：CD：OC＝1：1：$\sqrt{2}$ より，

$OD=CD=\frac{1}{\sqrt{2}}OC=\frac{1}{\sqrt{2}}\times4=2\sqrt{2}$(cm)

同様に，△BDE も直角二等辺三角形だから，

$BD=DE=4-2\sqrt{2}$(cm)

図４



よって，かげをつけた部分の面積は，おうぎ形 OBC の面積から△DOC の面積と△BDE の面積をひいたものだから，

$\pi\times4^2\times\frac{45}{360}-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2-\frac{1}{2}\times(4-2\sqrt{2})^2=2\pi+8\sqrt{2}-16$(cm^2)

問 10　(相対度数)＝(階級の度数)÷(度数の合計) だから，［ア］にあてはまる値は，21÷60＝0.35

数-25-公-埼玉-KS-02A

2　【問題Ａ】【作図，平面図形】

問１　円の接線は，その接点を通る半径に垂直であるから，点 O と点 A を通る直線 OA の垂線をひく。

問２　△ABD に中点連結定理を使うことにより，EF // BC，$EF=\frac{1}{2}BD$ が示される。

これと BD：DC＝2：1 という条件から，EF // DC，EF＝DC とわかる。

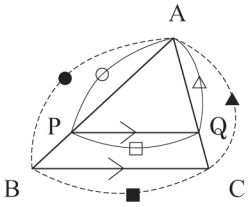
これだけは！ 平行線と線分の比

① 三角形と平行線

・ピラミッド形

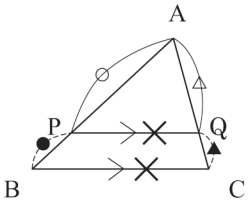
△ABCの辺AB，AC上にそれぞれ点P，Qがあり，PQ // BCであるとき，△ABC∽△APQであり，次のことがいえる。

・AB：AP＝AC：AQ＝BC：PQ



・AP：PB＝AQ：QC

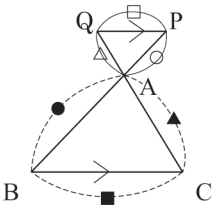
※このときは，BC：PQは利用できない。



・砂時計形

2つの線分BP，CQが点Aで交わっていて，QP // BCであるとき，△ABC∽△APQであり，次のことがいえる。

・AB：AP＝AC：AQ＝BC：PQ



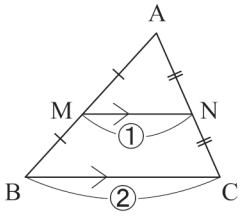
※これは，ピラミッド形における2点P，Qが辺AB，ACの延長線上にある場合とも考えられる。

② 中点連結定理

△ABCの辺AB，ACの中点をそれぞれM，Nとすると，

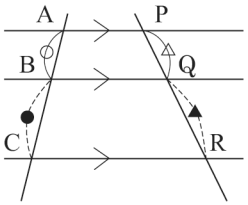
$MN \parallel BC$，$MN = \frac{1}{2}BC$

※①のピラミッド形で，2点P，Qがそれぞれ辺AB，ACの中点となった場合である。



③ 平行線と線分の比

下の図で，AP // BQ // CRのとき，AB：BC＝PQ：QR



数-25-公-埼玉-KS-02B

2 【問題B】【作図，平面図形】

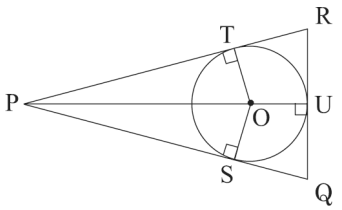
問1　条件を満たす△PQRは**図1**のようになる。△PQRの3辺PQ，PR，QRと円Oの接点をそれぞれS，T，Uとする。

・∠PSO＝∠PTO＝90°より，2点S，Tは直径をPOとする円の周上にある。

・PUは，円の中心Oを通り，RQと垂直である。

この2つを満たすような3点P，Q，Rを作図すればよい。

図1



問2　中点連結定理とAD：DB＝1：2という条件から，EF // DA，EF＝DAを示し，四角形DEFAが平行四辺形であることを証明する。

数-25-公-埼玉-KS-03

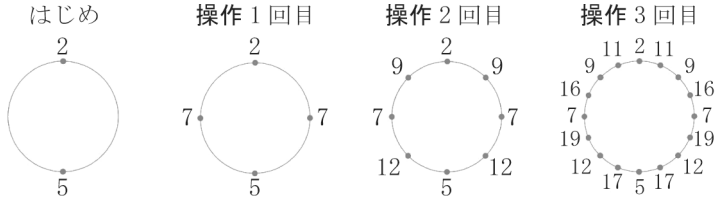
3 【規則性】

問1　点の最大値について，規則性を考える。

・**操作**2回目は，はじめの点の最大値と**操作**1回目の点の最大値の和で2＋3＝5

・**操作** 3 回目は，**操作** 1 回目の点の最大値と**操作** 2 回目の点の最大値の和で 3＋5＝8
となっているため，
・**操作** 4 回目は，**操作** 2 回目の点の最大値と**操作** 3 回目の点の最大値の和で 5＋8＝13
と予想できる。
次に，すべての点の値の合計について，規則性を考える。
3，9，27，81，……と増えていき，3×3＝9，9×3＝27，27×3＝81，……と，次々に 3 倍されているので，**操作** 4 回目では，81×3＝243 になると予想できる。

問３　**問１**と同様に考えると，次のようになる。



	はじめ	操作 1 回目	操作 2 回目	操作 3 回目
点の最大値	5	7	12	19
すべての点の値の合計	7	21	63	189

すべての点の値の合計については，**問１**と同様の規則だと予想できるので，**操作** 4 回目では，189×3＝567，**操作** 5 回目では，567×3＝1701 になる。よって，$n=5$
また，点の最大値についても，**問１**と同様の規則だと予想できるので，
・**操作** 4 回目は，**操作** 2 回目の点の最大値と**操作** 3 回目の点の最大値の和で 12＋19＝31
・**操作** 5 回目は，**操作** 3 回目の点の最大値と**操作** 4 回目の点の最大値の和で 19＋31＝50

数-25-公-埼玉-KS-04A

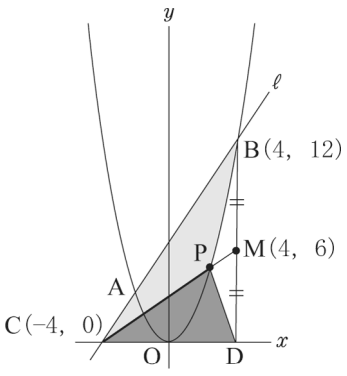
4 【問題Ａ】【関数のグラフと図形】

問１　2 点 A，B はともに関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，それぞれの x 座標を代入することで，y 座標を求めると，2 点 A，B の座標は，A(−2，3)，B(4，12)
直線ℓの式を $y=ax+b$ とおくと，2 点 A，B を通ることから，$3=-2a+b$，$12=4a+b$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=\frac{3}{2}$，$b=6$ だから，直線ℓの式は，$y=\frac{3}{2}x+6$

> **これだけは！** 直線の式の求め方
>
> ①$y=ax+b$ とおく。
> ②その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応するx，yの値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2つの条件を見つけて代入する。

問２　△BCP と△CDP の底辺をともに CP と考えると，
△BCP＝△CDP であることから，高さが等しいことがわかる。
よって，直線 CP と線分 BD の交点を M としたとき，BM＝DM となるから，M(4，6)
直線ℓと x 軸との交点 C の x 座標は，$0=\frac{3}{2}x+6$ より，$x=-4$
直線 CM の式を $y=cx+d$ とおくと，2 点 C，M を通ることから，$0=-4c+d$，$6=4c+d$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$c=\frac{3}{4}$，$d=3$ だから，直線 CM の式は，$y=\frac{3}{4}x+3$
点 P は関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，その y 座標は，
$y=\frac{3}{4}t^2$ と表される。

図１



また，点 P は直線 $y=\frac{3}{4}x+3$ 上にもあるので，その y 座標は，$y=\frac{3}{4}t+3$ とも表される。

よって，$\frac{3}{4}t^2=\frac{3}{4}t+3$　　これを解くと，$t=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$　　$0<t<4$ より，$t=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$

よって，点 P の x 座標は $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$

数-25-公-埼玉-KS-04B

4 **【問題B】**【関数のグラフと図形】

問1　2 点 A，B はともに関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，それぞれの x 座標を代入することで，y 座標を求めると，2 点 A，B の座標は，A(−2，3)，B(4，12)

直線ℓの式を $y=ax+b$ とおくと，2 点 A，B を通ることから，$3=-2a+b$，$12=4a+b$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=\frac{3}{2}$，$b=6$ だから，直線ℓの式は，$y=\frac{3}{2}x+6$

問2　直線 BC の傾きは，直線 AO の傾きと等しいから，

C(x_1，0) とおくと，$\frac{0-12}{x_1-4}=\frac{0-3}{0-(-2)}$

よって，$x_1=12$ より，C(12，0)

△OAC を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は，

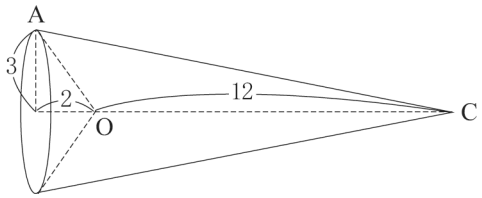
図1のように，底面の半径が 3 cm，

高さが 2＋12＝14 (cm) の円錐から，底面の半径が 3 cm，高さが 2 cm の円錐を取り除いた立体になる。

よって，その体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times14-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times2=36\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

図1



問3　AO // QP となるような点 Q を，y 軸上にとると，

△OAP＝△OAQ

直線 QP の傾きは，直線 AO の傾き $\frac{0-3}{0-(-2)}=-\frac{3}{2}$ に等しいから，直線 QP の式は，

$y=-\frac{3}{2}x+c$ と表される。

点 P は関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にもあるので，

$\mathrm{P}\left(t,\ \frac{3}{4}t^2\right)$

点 P は直線 $y=-\frac{3}{2}x+c$ 上にもあるので，

$\frac{3}{4}t^2=-\frac{3}{2}t+c$ より，$c=\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t$

よって，直線 QP の式は，$y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t$ と表される。

△OAQ を底辺が OQ の三角形とみると，

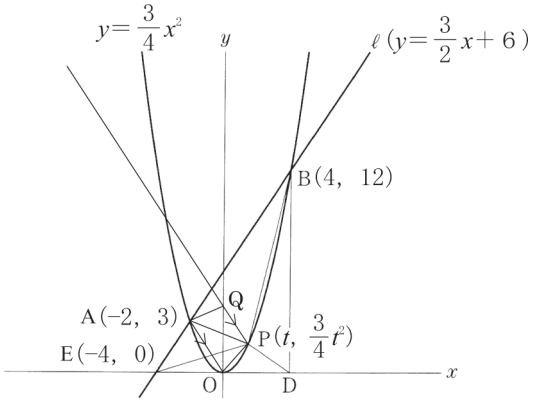
$\triangle\mathrm{OAP}=\triangle\mathrm{OAQ}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)\times2=\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t$

$\triangle\mathrm{BDP}=\frac{1}{2}\times12\times(4-t)=24-6t$

△OAP＝△BDP より，$\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t=24-6t$　　これを解くと，$t=-5\pm\sqrt{57}$

$0<t<4$ より，$t=-5+\sqrt{57}$　　よって，点 P の x 座標は $-5+\sqrt{57}$

図2



5 **【問題B】**【空間図形】

問1　四角形 ABCD は正方形だから，AD＝AB＝15 cm

∠FAD＝90°より，線分 FD は底面の円の直径だから，FD＝18 cm

△FAD で三平方の定理より，$AF^2=FD^2-AD^2=18^2-15^2=(18+15)\times(18-15)=99$

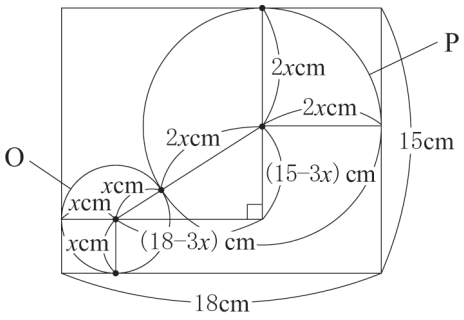
AF＞0 より，$AF=3\sqrt{11}$ cm

よって，四角形 ABEF は長方形だから，その面積は，$AB\times AF=15\times3\sqrt{11}=45\sqrt{11}\,(cm^2)$

問2　球 O の半径を $x$cm$(x>0)$ とすると，球 P の半径は $2x$cm と表される。

球 O の半径が最大となるのは，2 つの球と容器の面のそれぞれの接点が 1 つの平面上にあるときである。このとき，この容器を正面から見た図は**図1**のようになり，2 つの球の中心を結んだ線分を斜辺とする直角三角形を考えると，

図1



斜辺は $x+2x=3x$(cm)

直角をはさむ 2 辺は，$15-x-2x=15-3x$(cm)，

$18-x-2x=18-3x$(cm)

となるから，三平方の定理より，

$(15-3x)^2+(18-3x)^2=(3x)^2$

これを解くと，$x=11\pm2\sqrt{15}$　　ここで，$15-3x=0$ となる x の値は $x=5$，$18-3x=0$ となる x の値は $x=6$ だから，直角をはさむ 2 辺の長さがともに正となるのは $x<5$ のときである。よって，$0<x<5$ だから，$x=11-2\sqrt{15}$(cm)