H29　滋賀県　公立　数学　問題

数-17-公-滋賀-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　右の**図**は，ある日の大津市の天気予報です。**図**の中の最高気温，最低気温の後にある［　］内の数は，この日の予想気温が前日よりも最高気温は 1℃，最低気温は 2℃高いことを示しています。

前日の大津市の最低気温を求めなさい。

図



問２　$\frac{1}{3}a-a+\frac{5}{2}a$ を計算しなさい。

問３　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x-5y=4 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$$

問４　$\frac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{50}$　を計算しなさい。

問５　$8a^2b\div\frac{1}{2}ab$ を計算しなさい。

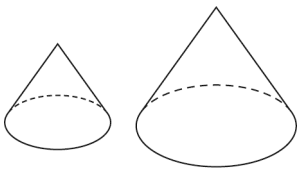
問６　次の 2 次方程式を解きなさい。

$x^2+3x-18=0$

問７　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

問８　右の**図**の 2 つの円すいＡ，Ｂは相似で，その相似比は 2 : 3 です。円すいＡの体積が 40 cm^3 のとき，円すいＢの体積を求めなさい。

図



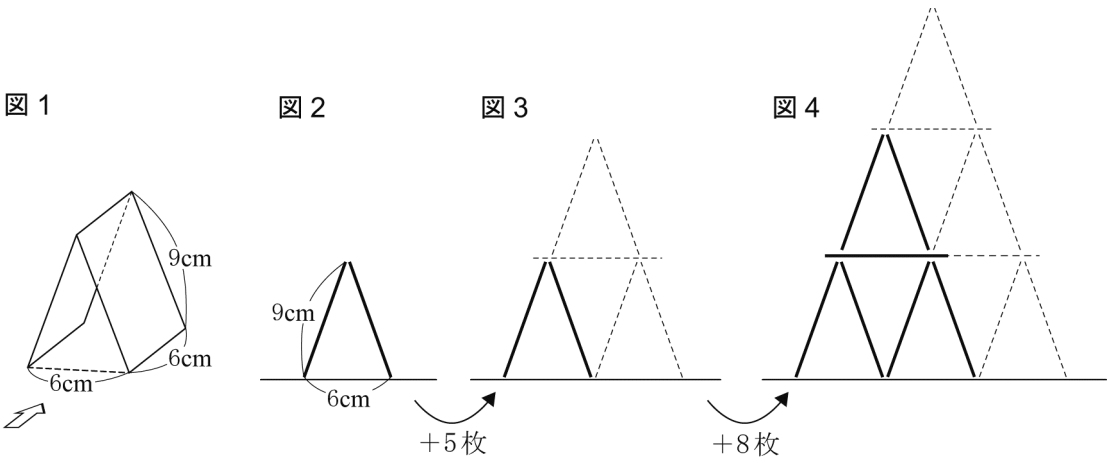
円すいＡ　　円すいＢ

問９　縦 9 cm，横 6 cm のカードを使って塔をつくっています。

塔のつくりかた

○**図１**のように，平面に 6 cm の間隔をあけて立てた 2 枚のカードを，両側から立てかけて，1 段の塔をつくります。
○**図２**は，平面とカード 2 枚で囲まれた部分を，**図１**の矢印の方向から見たもので，二等辺三角形になっています。
○2 段以上に積み上げるときは，1 段の塔を隣り合わせにつくり，隣り合う 2 つの塔の上にカードを必ず 1 枚のせ，そのカードの上に次の 1 段の塔をつくります。
○**図３**，**図４**はそれぞれ，塔の高さを 2 段，3 段にするときのカードの増え方を示したものです。

使えるカードを 40 枚までとして塔をつくるとき，最も高く積み上げた塔の高さを求めなさい。ただし，カードの厚さは考えないものとします。



2 花子さんは，健康のためにウォーキングを始めたおじさんに，自分に合った運動の強さを教えてあげようと考えています。運動の強度にはいくつかの求め方があり，その中から，心拍数をもとに簡単に求めることができる方法について，次のようなメモにまとめました。

花子さんのメモ

運動強度…行っている運動の強さを数値で表したもの。数値が大きいほど強い運動であることを示す。

＜運動強度の求め方＞

①安静時心拍数を測る。

安静時心拍数は，安静にした状態で，1 分間の脈拍数を測る。

②運動時心拍数を測る。

運動時心拍数は，運動の途中または運動後に安全なところで止まって，1 分間の脈拍数を測る。

③運動強度を求める。

運動強度は，運動時心拍数，安静時心拍数，年齢の値をもとに，次の式から求める。

$$\text{運動強度(\%)} = \frac{\text{運動時心拍数} - \text{安静時心拍数}}{(220 - \text{年齢}) - \text{安静時心拍数}} \times 100$$

◎運動強度のめやす（40～60%を目標に）

運動の種類	ウォーキングなど，やや楽と感じる運動	ランニングなど，ややきついと感じる運動
運動強度	40%程度	60%程度

【注意】実際に運動を行う場合は，その日の体調や気分に十分注意してください。

花子さんのおじさんは年齢が 50 歳で，**花子さんのメモ**の**＜運動強度の求め方＞**にしたがって，安静時心拍数を測ったところ 70 でした。次の**問 1** から**問 3** に答えなさい。

問 1 花子さんは，おじさんが行っているウォーキングの運動強度を調べています。ウォーキングの途中に測ったおじさんの運動時心拍数は 124 でした。このとき，運動強度は何%になりますか。求めなさい。

問 2 おじさんは，運動強度が 40%になるようにウォーキングのペースを変更しようと考えています。運動時心拍数は，いくらを目標にすればよいですか。求めなさい。

問３　花子さんは，おじさんの年齢と安静時心拍数の値を用いて，運動強度 x と運動時心拍数 y の関係について，おじさんに説明しようと考えました。運動強度の値が大きくなると，運動時心拍数はどうなりますか。下の**ア**，**イ**から正しいものを１つ選んで記号で書き，それが正しい理由を，x と y の関係式を用いて説明しなさい。

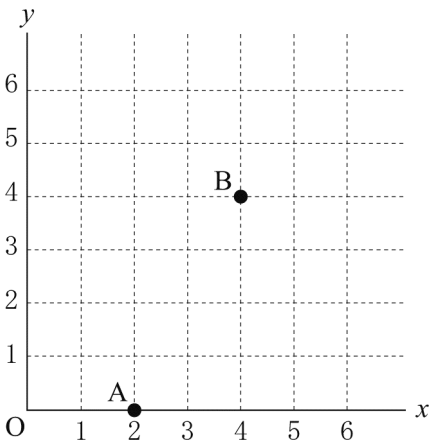
ア　運動時心拍数は増える。

イ　運動時心拍数は減る。

数-17-公-滋賀-問-03

3　右の**図**のように座標平面上に点 A (2，0)，点 B (4，4) があります。大小２つのさいころを同時に振り，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とし，点 P (a，b) を右の座標平面上にとります。このとき，次の**問１**から**問３**に答えなさい。ただし，さいころは，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

図



問１　点 P が $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあるのは何通りですか。求めなさい。

問２　∠APB が 90° になる確率を求めなさい。

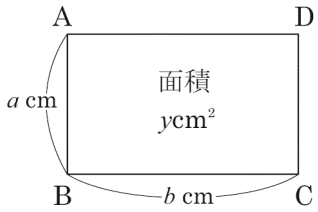
問３　△PAB の面積が５以上になる確率を求めなさい。

4 太一さんは，周の長さが 24 cmの長方形をひもでつくり，縦と横の長さがそれぞれ何 cm のときに面積が最大になるのかについて調べています。後の**問１**から**問４**に答えなさい。

太一さんが調べたこと１

図１のように，周の長さが 24 cm である長方形 ABCD について，縦の長さを a cm，横の長さを b cm，面積を y cm^2 とする。縦の長さ a を 1 cm ずつ変えて面積を調べ，その結果をまとめると下の**表**のようになった。

図１



表

縦の長さ a (cm)	1	2	3	4	5	6	7	•••
面　積　y (cm^2)	11	20	27	32	35	36	35	•••

問１　**太一さんが調べたこと１**から，縦の長さが 9 cm のとき，長方形 ABCD の面積を求めなさい。



この長方形の面積は，1辺が6cmの正方形になるとき最も大きくなりそうだね。

太一さんは，予想を確かめるために先生に質問したところ，次の２つのアドバイスをもらいました。

先生からのアドバイス

まず，**＜作図の仕方＞**を見て考えてごらん。



＜作図の仕方＞

○周の長さが24cmである長方形ABCDについて，縦の長さをa cm，横の長さをb cmとする。

○右の**図２**のように，辺BCを延長してCE＝CDとなる点Eをとり，線分BEを直径とする半円をかく。

○直線CDと半円との交点をFとする。このときFC＝hとして，1辺の長さがh cmの正方形FCGHをつくる。

図２

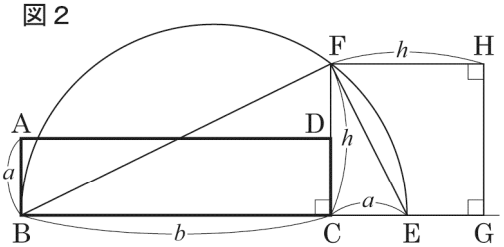
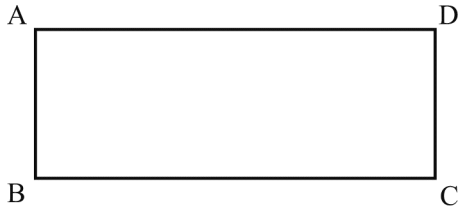


図２で長方形ABCDの縦と横の長さを変えると，それにつれて図形がどのように変化するかな。コンピュータを使って調べてみてはどうかな。何かに気がつくかもしれないよ。



問２　太一さんは，**先生からのアドバイス**の**＜作図の仕方＞**の手順にしたがって，まずは下の**図３**の長方形 ABCD の場合について，正方形 FCGH を作図することにしました。正方形 FCGH をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

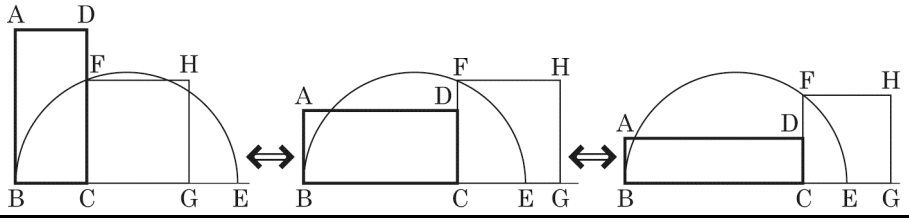
図３

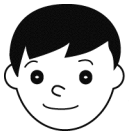


太一さんが調べたこと２

太一さんは，**図２**をもとにコンピュータを使って，長方形 ABCD の形が変わるとき，それにつれて変化することがらについて調べてみると，**図４**のようになることがわかりました。

図４





長方形ABCDの形が変わっても，線分BEはつねに12cmになるのだね。正方形FCGHの大きさは，どのように変化するのかな。

問３　太一さんは，**太一さんが調べたこと２**から，点 C が線分 BE の中点にあるときに，正方形 FCGH の面積が最大になると考えました。その考えが正しい理由を説明しなさい。

長方形ABCDと正方形FCGHの面積はどのような関係になっているのか，わかるかな。



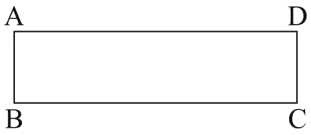
問４　太一さんは，正方形 FCGH の面積が，長方形 ABCD の面積と等しくなると考えました。**図２**において，相似な三角形に着目し，太一さんの考えが正しい理由を説明しなさい。

これで，長方形ABCDが正方形になるときに，面積が一番大きくなることが確かめられたね。



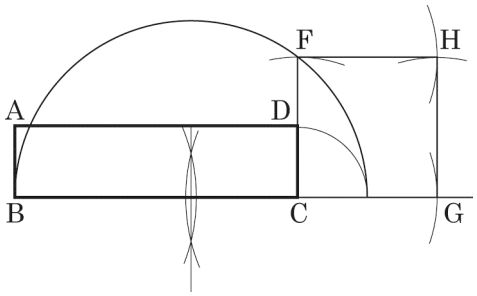
H29　滋賀県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-滋賀-KY-01	1	問１	℃		
		問２			
		問３	$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$		
		問４			
		問５			
		問６	$x=$		
		問７	$\leqq y \leqq$		
		問８	cm^3		
		問９	cm		
数-17-公-滋賀-KY-02	2	問１	%		
		問２			
		問３	〔説明〕		
数-17-公-滋賀-KY-03	3	問１	通り		
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−滋賀−KY−04	4	問１	cm^2		
		問２			
		問３			
		問４			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-滋賀-K-01	1	問１	-3　℃	4	
		問２	$\frac{11}{6}a$	4	
		問３	$\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$	4	
		問４	$-\sqrt{2}$	4	
		問５	$16a$	4	
		問６	$x=3,\ -6$	4	
		問７	$0 \leqq y \leqq 18$	5	
		問８	135　cm^3	5	
		問９	$30\sqrt{2}$　cm	5	
数-17-公-滋賀-K-02	2	問１	54　%	6	
		問２	110	6	
		問３	ア 〔説明〕 x と y の関係式 $y=x+70$ より，y は x の１次関数であり，x の係数が正なので，x の値が大きくなると，y の値も大きくなるから。	7	
数-17-公-滋賀-K-03	3	問１	4　通り	5	
		問２	$\frac{5}{36}$	6	
		問３	$\frac{5}{18}$	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−滋賀−K−04	4	問１	27　cm^2	5	
		問２		5	
		問３	正方形 FCGH の面積が最大になるのは，線分 FC の長さが最大のときである。また，線分 FC の長さは，点 F と線分 BE との距離を表していて，線分 BE の長さが一定だから，点 C が線分 BE の中点のとき，最大となる。ゆえに，正方形 FCGH の面積が最大になるのは，点 C が線分 BE の中点のときである。	7	
		問４	△BCF と△FCE について， ∠BCF＝∠FCE＝90°　…① 直径に対する円周角だから∠BFE＝90° ここで，∠BFC＋∠CFE＝∠BFC＋∠FBC＝90°　なので ∠FBC＝∠EFC…② ①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので △BCF∽△FCE 相似な三角形の対応する辺なので BC：FC＝FC：EC ゆえに，$b : h = h : a$ $h^2 = ab$ $h > 0$ より $h = \sqrt{ab}$ したがって，h を 1 辺の長さとする正方形 FCGH の面積は ab であり，長方形 ABCD の面積と等しくなる。	8	

数-17-公-滋賀-KS-01

1　**問１**　最低気温について，前日よりも 2℃高い気温が－1℃だから，前日の最低気温は，
$-1-2=-3$ (℃)

問２　$\frac{1}{3}a-a+\frac{5}{2}a=\frac{2}{6}a-\frac{6}{6}a+\frac{15}{6}a=\frac{11}{6}a$

問３　$x-5y=4$…①，$3x-4y=1$…②とする。
①×3－②より，$-15y-(-4y)=12-1$　$-11y=11$　$y=-1$…③
①に③を代入して，$x-5\times(-1)=4$　$x+5=4$　$x=-1$

問４　$\frac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{50}=\frac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-5\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{2}-5\sqrt{2}=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

問５　$8a^2b\div\frac{1}{2}ab=8a^2b\div\frac{ab}{2}=8a^2b\times\frac{2}{ab}=\frac{8a^2b\times2}{ab}=16a$

問６　$x^2+3x-18=0$　$(x-3)(x+6)=0$　$x=3$，-6

問７　x の変域に 0 を含むので，y の値が最小となるのは，$x=0$ のときで，$y=0$
y の値が最大となるのは，－3 と 2 で絶対値が大きい $x=-3$ のときで，$y=2\times(-3)^2=18$
よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq18$

問８　円すいＡ，Ｂの相似比が 2：3 だから，体積の比は，$2^3:3^3=8:27$
円すいＢの体積を x cm^3 とすると，$40:x=8:27$　$8x=1080$　$x=135$

問９　1 段から 2 段，2 段から 3 段，3 段から 4 段，…にするとき，増えるカードの枚数は，
5 枚，8 枚，11 枚，…となり，3 枚ずつ増えていく。このことから，2 段のとき 2＋5＝7 (枚)，
3 段のとき 7＋8＝15(枚)，4 段のとき 15＋11＝26(枚)，5 段のとき 26＋14＝40 (枚) となる。
図２の二等辺三角形で，高さを h cm とすると，三平方の定理より，
$(6\div2)^2+h^2=9^2$　$9+h^2=81$　$h^2=72$　$h>0$ だから，$h=6\sqrt{2}$
よって，求める高さは，5 段のときの高さだから，$6\sqrt{2}\times5=30\sqrt{2}$ (cm)

数-17-公-滋賀-KS-02

2　**問１**　**花子さんのメモ**の運動強度を求める式より，$\frac{124-70}{(220-50)-70}\times100=\frac{54}{100}\times100=54$ (%)

問２　求める運動時心拍数を a とすると，$\frac{a-70}{(220-50)-70}\times100=40$　$a-70=40$　$a=110$

問３　条件より，$x=\frac{y-70}{(220-50)-70}\times100$ と表されるから，y について解くと，$y=x+70$ となる。
この式から，y は x の 1 次関数であることがわかり，x の係数（変化の割合）が正であることから，
x の値（運動強度）が大きくなると，y の値（運動時心拍数）も大きくなる。

数-17-公-滋賀-KS-03

3　**問１**　$(a,\ b)=(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (6,\ 1)$ の 4 通り。

問２　∠APB が 90° になるのは，線分 AB を直径とする円の周上に点 P があるときである。
このとき，半円の弧に対する円周角は直角であるから，∠APB＝90° となる。
A(2，0)，B(4，4) より，線分 AB を直径とする円 Q の中心の座標は，(3，2) となる。
ここで，点 B から x 軸に垂直にひいた直線と x 軸との交点を C とする。
△ACB において，三平方の定理より，$AB^2=AC^2+CB^2=(4-2)^2+(4-0)^2=20$　AB＞0 より，
$AB=2\sqrt{5}$
よって，円 Q の半径は，$2\sqrt{5}\div2=\sqrt{5}$ だから，x 座標と y 座標がともに 6 以下の自然数で，
点(3，2) からの距離が $\sqrt{5}$ である点を考えればよいので，$(a,\ b)=(1,\ 1),\ (1,\ 3),\ (2,\ 4),$
$(5,\ 1),\ (5,\ 3)$ の 5 通り。

大小 2 つのさいころの目の出方は全部で，36 通りだから，求める確率は，$\frac{5}{36}$

問３　x 軸上にあり△RAB の面積が 5 になる点を R とすると，点 R は x 座標が点 A の x 座標より大きいときと点 A の x 座標より小さいときの 2 通りが考えられる。

R$(r,\ 0)$ とおき，△RAB の底辺を AR とすると，高さは点 B の y 座標より 4 となるから，

点 R の x 座標が点 A の x 座標より大きいとき，$\frac{1}{2}\times(r-2)\times4=5$ となり，これを解くと $r=\frac{9}{2}$

また，点 A の x 座標より小さいとき，$\frac{1}{2}\times(2-r)\times4=5$ となり，これを解くと $r=-\frac{1}{2}$

ここで，$\mathrm{R}\left(\frac{9}{2},0\right)$ を通り直線 AB に平行な直線を ℓ とすると，直線 ℓ 上に点 P があるとき，△PAB の面積は 5 になる。また，直線 ℓ の右側に点 P があるとき，△PAB の面積は 5 より大きくなる。

よって，直線 AB の傾きは，$\frac{4-0}{4-2}=2$ だから，直線 ℓ の式を $y=2x+b$ として，$x=\frac{9}{2}$，$y=0$ を代入すると，$0=2\times\frac{9}{2}+b$　$b=-9$　直線 ℓ の式は $y=2x-9$ となるから，面積が 5 になる点は

$(5,\ 1)$，$(6,\ 3)$ であり，面積が 5 より大きくなる点は $(6,\ 2)$，$(6,\ 1)$

同様に，$\mathrm{R}\left(-\frac{1}{2},0\right)$ を通り直線 AB に平行な直線を m とすると，直線 m 上に点 P があるとき△PAB の面積は 5 になる。また，直線 m の左側に点 P があるとき△PAB の面積は 5 より大きくなる。

よって，直線 m の式を $y=2x+c$ として，$x=-\frac{1}{2}$，$y=0$ を代入すると，$0=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+c$　$c=1$

直線 m の式は $y=2x+1$ となるから，面積が 5 になる点は$(1,\ 3)$，$(2,\ 5)$ であり，面積が 5 より大きくなる点は $(1,\ 4)$，$(2,\ 6)$，$(1,\ 5)$，$(1,\ 6)$

したがって，面積が 5 以上になる場合は全部で 4＋6＝10 (通り) だから，求める確率は，$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

数-17-公-滋賀-KS-04

4　**問１**　周の長さが 24 cm だから，縦の長さと横の長さの和は，24÷2＝12 (cm)

横の長さは 12－9＝3 (cm)だから，長方形 ABCD の面積は，9×3＝27 (cm^2)

問２　次のような手順で作図する。

①　辺 BC を延長する。

②　点 C を中心として，点 D を通る円をかく。①の辺 BC の延長との交点を E とする。

③　線分 BE の垂直二等分線をかく。

④　③でかいた線分 BE の垂直二等分線と線分 BE との交点を中心として，直径 BE の円をかく。この円と直線 CD との交点を F とする。

⑤　点 C を中心として，点 F を通る円をかく。①の辺 BC の延長との交点を G とする。

⑥　点 F，点 G をそれぞれ中心とし，⑤でかいた円と同じ半径の円をそれぞれかく。この 2 つの円との交点を H とする。

⑦　線分 FH，GH をそれぞれかく。

問３　BE＝12 cm で一定だから，半円を固定して考えるとよい。

円において，長さが最も長い弦は直径であるから，線分 FC が半円の半径となるとき，

正方形 FCGH の面積は最大になる。

線分 FC が半円の半径となるのは，点 C が線分 BE の中点のときである。

問４　∠FBC＝180°－∠BCF－∠BFC＝90°－∠BFC と∠EFC＝∠BFE－∠BFC＝90°－∠BFC より

∠FBC＝∠EFC，また∠BCF＝∠FCE＝90°がいえるので，△BCF∽△FCE が成り立つ。

よって，BC：FC＝FC：EC より，$b:h=h:a$　$ab=h^2$

このとき，正方形 FCGH の面積は $h\times h=h^2$ (cm^2)，長方形 ABCD の面積は $a\times b=ab$ (cm^2) だから，

正方形 FCGH の面積と長方形 ABCD の面積が等しいことがわかる。