H30　滋賀県　公立　数学　問題

数-18-公-滋賀-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　海面の高さを基準の０ m とすると，比叡山(ひえいざん)の山頂は＋848 m，琵琶湖(びわこ)の一番深い所は，－19 m と表すことができます。比叡山の山頂と琵琶湖の一番深い所の高さの差は何 m ですか。求めなさい。

問２　$\frac{2}{3}a+\frac{1}{2}a$ を計算しなさい。

問３　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x+y=11 \\ 8x-3y=9 \end{cases}$$

問４　$(9a^2b-15a^3b)\div 3ab$ を計算しなさい。

問５　次の２次方程式を解きなさい。

$(x-3)(x-5)=-1$

問６　関数 $y=ax^2$ のグラフが，点 A (2，6) を通るとき，次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

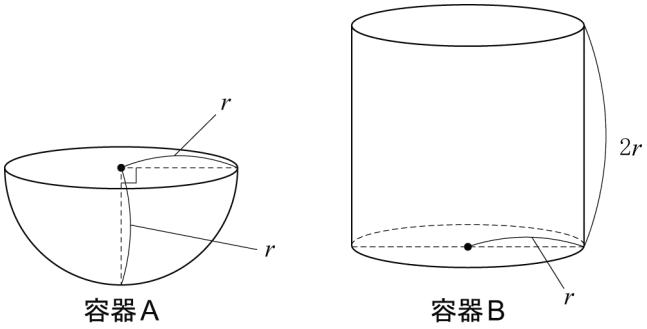
(1)　a の値を求めなさい。

(2)　グラフの原点 O と点 A との距離を求めなさい。

問７　$\sqrt{24n}$ の値が自然数となるような自然数 n の値のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

問８　下の**図**のように，半径が r の半球の形をした**容器Ａ**と半径が r で高さが $2r$ の円柱の形をした**容器Ｂ**があります。**容器Ａ**に水をいっぱいに入れて，**容器Ｂ**に移すとき，**容器Ａ**の何杯分の水が**容器Ｂ**に入りますか。求めなさい。ただし，容器の厚みは考えないものとします。

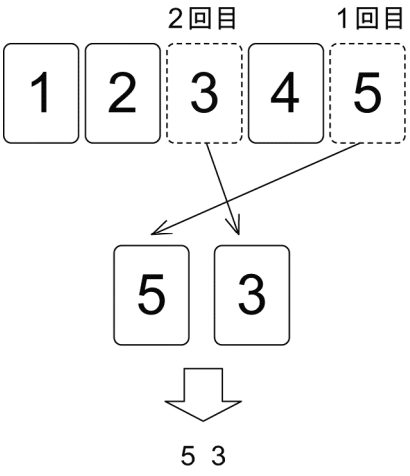
図



問９　右の**図**のように，1 から 5 までの数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがあります。このカードをよくきって，その中からカードを 1 枚ずつ続けて 2 回引き，引いた順に左から並べて 2 けたの自然数をつくります。

　このとき，つくられた 2 けたの自然数が，素数となる確率を求めなさい。ただし，どのカードを引くことも同様に確からしいものとします。

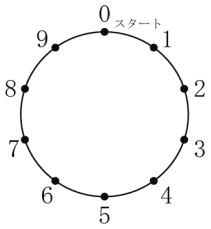
図



2 太一さんは，小学生の弟が勉強机の上においていた，**九九の表**と**九九の学習プリント**を見て，九九に興味をもち，調べてみることにしました。次の**問１**から**問４**に答えなさい。

九九の学習プリント

九九のひみつ



○右の円には，0 から 9 までの数字がかかれた，10 この点があります。
○10 この点は，どれも同じかんかくです。
○九九の答えをもとに，下のきまりで点と点を直線でむすぶと，いろいろな形ができます。

★きまり★
・0の点をスタートとして，九九の答えの一の位の数字がかかれた点を，じゅんに直線でむすびます。
・さいごは，0の点へ直線をひいておわります。

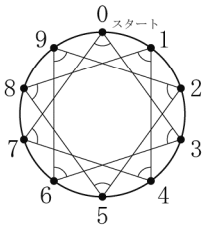
★れい★
・3のだんの答えの一の位の数字を○でかこむと

③，⑥，⑨　1②，1⑤，1⑧，2①，2④，2⑦

と，なります。

0（スタート）→ 3 → 6 → 9 → 2 → 5 → 8 → 1 → 4 → 7 → 0（おわり）

と直線でむすぶと，右のような形ができます。

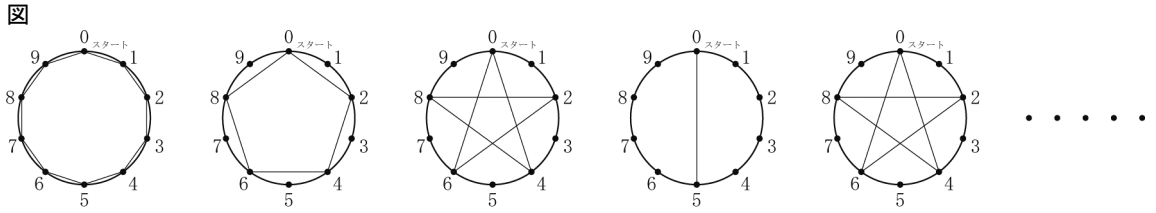


3のだん



○下の**図**にも同じように，答えの一の位の数字がかかれた点を直線でむすんでみましょう。

図



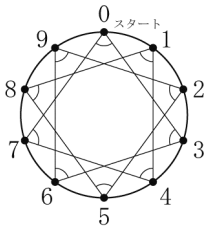
1のだん　2のだん　4のだん　5のだん　6のだん　・・・・・



点を直線で結んでできる形は，九九の段によって異なり，いくつかの種類に分類できることがわかりました。例えば，4の段と6の段は同じ形になりました。

問１　**九九の学習プリント**の中にある**図**において，段の数を m としたとき，m の段と同じ形になる段の数を m を使った式で表しなさい。

問２　**九九の学習プリント**の，**３のだん**に示された形で，印のついた先端部分にできる角の和を求めなさい。ただし，0 から 9 までの各点は，円周を 10 等分した点とします。



3のだん



今度は，**九九の表**の数の並び方に着目して調べてみました。

太一さんが調べたこと１

○**九九の表**の数を，**例**のように，四角形の左上の位置にある数が１で，縦と横がそれぞれ n マスの四角形となるようにかこみ，その四すみの数の和を調べました。

○n の値と四すみの数の和には，下の**表**のような関係があることがわかりました。

表

n の値	…	3	4	…
四すみの数の和	…	16	25	…

例　**九九の表**の一部

n=3のとき

かけられる数＼かける数	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

n=4のとき

かけられる数＼かける数	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

問３　**太一さんが調べたこと１**から，四すみの数の和を四角形の縦と横のマスの数 n を使った式で表しなさい。

次に，**九九の表**のいろいろな所を四角形でかこんで調べてみました。



太一さんが調べたこと２

○**九九の表**の数を，**例**のように，縦と横がそれぞれ２マスの四角形でかこみ，その４つの数の和について調べました。

○**例**のように四角形で４つの数をかこむと，その４つの数の和は，必ず奇数になるのではないかと予想しました。

6＋9＋12＋8＝35

10＋12＋18＋15＝55

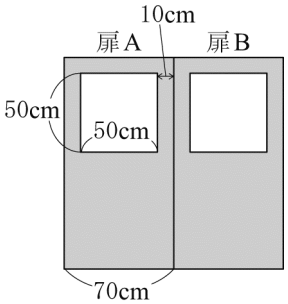
例　**九九の表**の一部

かけられる数＼かける数	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	8	10	12	14
3	3	6	9	12	15	18	21
4	4	8	12	16	20	24	28
5	5	10	15	20	25	30	35

問４　**太一さんが調べたこと２**で，縦と横がそれぞれ２マスの四角形で数をかこんだとき，四角形の左上の位置にある数を**九九の表**の左から x 番目，上から y 番目として，４つの数の和が奇数となることを x，y を用いた式で説明しなさい。

3 花子さんの教室の入り口の２枚の長方形の扉は，それぞれを左右に動かすと重なり，**図１**のように，はめ込まれた正方形の透明なガラスを通して向こう側が見えています。花子さんは，透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積が，扉が動くことで，変化していくことに興味をもち，調べたことを次のようにまとめました。後の**問１**から**問３**に答えなさい。ただし，扉Ａと扉Ｂは形と大きさが同じで，**図１**は，入り口の扉が閉まっている状態を表しているものとし，このときの扉Ａと扉Ｂの重なりはないものとします。

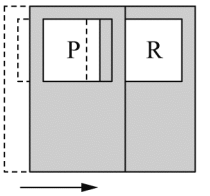
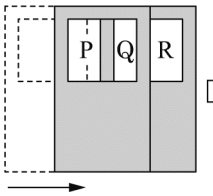
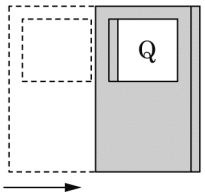
図１



調べたこと

扉Ｂは動かさず，扉Ａだけを右に動かしたとき，扉Ａの位置によって，透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の個数や面積が変わる様子を調べ，**表**の①から③のように整理しました。

表

	①	②	③
扉Ａの位置			
四角形の個数	２つ	３つ	１つ
四角形の面積の和	Ｐ＋Ｒ	Ｐ＋Ｑ＋Ｒ	Ｑ

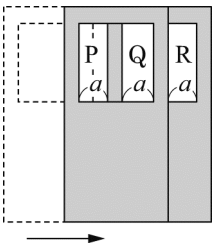
Ｐ：扉Ａの透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

Ｑ：扉Ａと扉Ｂの透明なガラスが重なった部分を通して向こう側が見えている四角形の面積

Ｒ：扉Ｂの透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

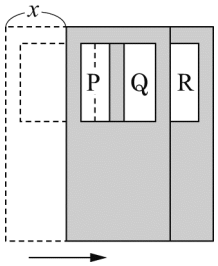
問１ 花子さんは，**調べたこと**の②の状態にあるとき，扉Ａを右に動かし続けると，右の**図２**のように，Ｐ，Ｑ，Ｒが等しくなるときがあることに気がつきました。そのときの，１つの四角形の横の長さを a cm として，a の値を求めなさい。

図２



問２　花子さんは，**調べたこと**の②の状態にあるときの，P＋Q＋R の値の変化について考えました。**図３**のように，扉 A を右に動かしたとき，P＋Q＋R の値はどのように変化しますか。扉 A が左端の位置から右に x cm 動いたときの P＋Q＋R を y cm^2 として，x と y の関係式を用いて説明しなさい。

図３

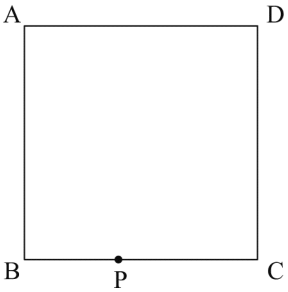


問３　花子さんは，扉 A が入り口の扉がしまっている状態から扉 B とぴったりと重なるまで動くとき，透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積の和の変化について調べました。四角形の面積の和がもっとも小さくなるとき，その面積は何 cm^2 になりますか。求めなさい。

数-18-公-滋賀-問-04

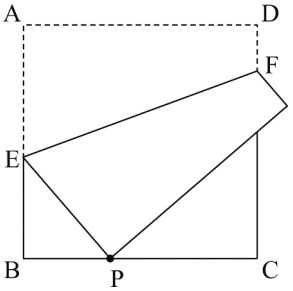
4　正方形の折り紙があります。この折り紙を**図１**のように，正方形 ABCD とし，辺 BC 上に点 P をとるとき，次の**問１**から**問３**に答えなさい。

図１



問１　**図２**のように，点 A が点 P に重なるように折り紙を折り，∠BPE＝40°のとき，∠FEP の大きさを求めなさい。

図２



問２　**図２**の折り紙をもとにもどし，折り目を線分 EF としたものを**図３**とします。次に，点 D が点 P に重なるように折り紙を折ったものを**図４**とします。

図４において，線分 GH 上に，∠PQG が∠PHG の 2 倍となるような点 Q を，コンパスと定規を使って作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

図３

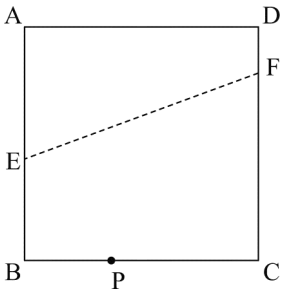
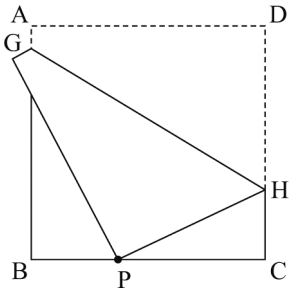


図４



問３　**図４**の折り紙をもとにもどし，折り目を線分 GH としたものを**図５**とします。**図３**で示した折り目の線分 EF と線分 GH との交点を R とし，**図６**のように，直線 DR と辺 AB との交点を S としたとき，△ESR と△FDR が合同であることを証明しなさい。

図５

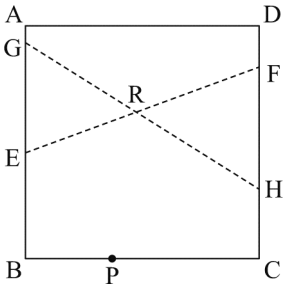
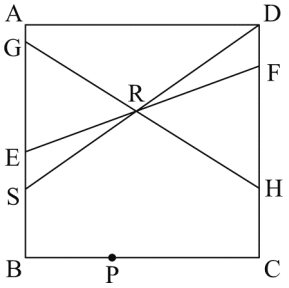
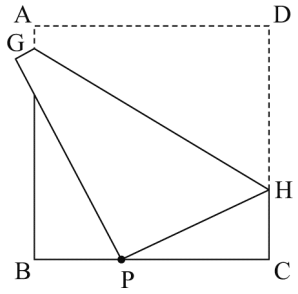


図６



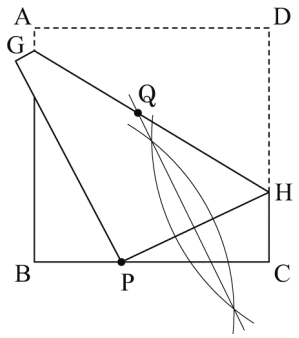
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−滋賀−KY−01	1	問１	m		
		問２			
		問３	$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$		
		問４			
		問５	$x=$		
		問６ (1)	$a=$		
		問６ (2)			
		問７			
		問８	杯		
		問９			
数−18−公−滋賀−KY−02	2	問１			
		問２	°		
		問３			
		問４			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−滋賀−KY−03	3	問１	$a=$		
		問２			
		問３	cm^2		
数−18−公−滋賀−KY−04	4	問１	°		
		問２			
		問３			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-I8-公-滋賀-大-01	1	問１	867　m	4	
		問２	$\frac{7}{6}a$	4	
		問３	$\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$	4	
		問４	$3a-5a^2$	4	
		問５	$x=4$	4	
		問６ (1)	$a=\frac{3}{2}$	4	
		問６ (2)	$2\sqrt{10}$	4	
		問７	6	4	
		問８	3　杯	4	
		問９	$\frac{3}{10}$	5	
数-I8-公-滋賀-大-02	2	問１	$10-m$	5	
		問２	720　°	5	
		問３	$(n+1)^2$	5	
		問４	縦と横をそれぞれ 2 マスの四角形で数をかこみ，四角形の左上の位置にある数を，九九の表の左から x 番目，上から y 番目とすると， $xy+(x+1)y+(x+1)(y+1)+x(y+1)$ $=xy+xy+y+xy+x+y+1+xy+x$ $=2(2xy+x+y)+1$ x，y は 1 から 9 までの自然数だから，$(2xy+x+y)$ も自然数である。自然数を 2 倍した $2(2xy+x+y)$ は偶数なので，$2(2xy+x+y)+1$ は奇数である。 したがって，九九の表で，縦と横をそれぞれ 2 マスの四角形でかこんだ数の和は，奇数である。	7	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−滋賀−大−03	3	問１	$a=20$	5	
		問２	x と y の関係式は，$y=-50x+5000$ となるので，y は x の１次関数である。変化の割合が負であるので，x の値が大きくなると y の値は小さくなるから，P＋Q＋R の値は減っていく。	7	
		問３	2000　cm^2	6	
数−18−公−滋賀−大−04	4	問１	65　°	5	
		問２		7	
		問３	△APD において，点 A は線分 EF について点 P と対称な点なので，線分 EF は辺 AP の垂直二等分線である。また，点 D は線分 GH について点 P と対称な点なので，線分 GH は辺 DP の垂直二等分線である。したがって， △APD の２辺の垂直二等分線の交点 R は△APD の外接円の中心である。∠SAD＝90°なので，線分 DS は円周角の定理の逆より△APD の外接円である円 R の直径である。 したがって，△ESR と△FDR について， 外接円 R の半径より，RS＝RD・・・① 対頂角は等しいので，∠ERS＝∠FRD・・・② 平行線の錯角は等しいので，∠ESR＝∠FDR・・・③ ①，②，③より， １組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ESR≡△FDR である。	7	

数-18-公-滋賀-KS-01

1　**問1**　$848-(-19)=848+19=867$

よって，比叡山の山頂と琵琶湖の一番深い所の高さの差は 867m である。

問2　$\frac{2}{3}a+\frac{1}{2}a=\frac{4}{6}a+\frac{3}{6}a=\frac{7}{6}a$

問3　$2x+y=11$……①，$8x-3y=9$……②とおく。①×3＋②より，$14x=42$　$x=3$

$x=3$ を①に代入すると，$6+y=11$　$y=5$　よって，$x=3$，$y=5$

問4　$(9a^2b-15a^3b)\div 3ab=\frac{9a^2b-15a^3b}{3ab}=\frac{9a^2b}{3ab}-\frac{15a^3b}{3ab}=3a-5a^2$

問5　$(x-3)(x-5)=-1$ を展開して整理すると，$x^2-8x+15=-1$　$x^2-8x+16=0$　$(x-4)^2=0$　$x=4$

問6　(1) $y=ax^2$ に，$x=2$，$y=6$ を代入すると，$6=a\times 2^2$　$4a=6$　$a=\frac{3}{2}$

(2) 三平方の定理より，$\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

問7　$24=2^2\times 6$ だから，$\sqrt{24n}=\sqrt{2^2\times 6n}=2\sqrt{6n}$　よって，求める n の値は 6

問8　容器 A の容積は $\frac{4}{3}\pi r^3\div 2=\frac{2}{3}\pi r^3$ で，容器 B の容積は $\pi r^2\times 2r=2\pi r^3$ である。

よって，$2\pi r^3\div\frac{2}{3}\pi r^3=3$ だから，容器 B には容器 A の 3 杯分の水が入る。

問9　1 回目に引いたカードに書かれている数字が 1 のとき，つくられる 2 けたの自然数は 12，13，14，15 の 4 通りある。1 回目に引いたカードに書かれている数字が 2，3，4，5 のときも同様に 4 通りあるから，全部で $4\times 5=20$(通り)の数がつくられる。その中で素数であるのは，13，23，31，41，43，53 の 6 通りだから，求める確率は $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

数-18-公-滋賀-KS-02

2　**問1**　同じ形になるのは 1 の段と 9 の段，2 の段と 8 の段，3 の段と 7 の段，4 の段と 6 の段だから，m の段と同じ形になる段の数は $10-m$ である。

問2　円周角の定理より，円周を 10 等分したうちの 1 つの弧がなす円周角は $360^\circ\div 10\div 2=18^\circ$

印のついた 1 つの角の大きさは，$18^\circ\times 4=72^\circ$

印のついた角は 10 個あるから，求める角の和は $72^\circ\times 10=720^\circ$

問3　四すみの数の和は $1\times 1+n\times 1+1\times n+n\times n=n^2+2n+1=(n+1)^2$

問4　4 つの数はそれぞれ xy，$(x+1)y$，$x(y+1)$，$(x+1)(y+1)$だから，それらの和は

$xy+(x+1)y+x(y+1)+(x+1)(y+1)=xy+xy+y+xy+x+xy+x+y+1=4xy+2x+2y+1$

$=2(2xy+x+y)+1$

$2xy+x+y$ は自然数だから，$2(2xy+x+y)$は偶数であり $2(2xy+x+y)+1$ は奇数である。

数-18-公-滋賀-KS-03

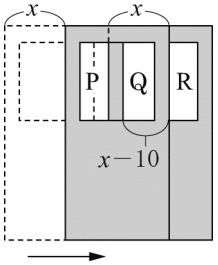
3　**問1**　扉 A，B のガラスの部分は 1 辺が 50cm の正方形である。P，Q，R が等しくなるとき，扉 A のガラスの部分の横の長さ 50cm について，$2a+10=50$　$2a=40$　$a=20$

問2　$P+Q=50\times 50-50\times 10=2000(cm^2)$

$R=50\times 50-50(x-10)=2500-50x+500=-50x+3000(cm^2)$

$P+Q+R=-50x+5000(cm^2)$だから，$y=-50x+5000$

よって，y は x の 1 次関数で，変化の割合が負だから，x の値が大きくなると，y の値は小さくなる。



問３　四角形の面積の和は，$0 \leqq x \leqq 20$ のとき，P＋R の①，$20 \leqq x \leqq 60$ のとき P＋Q＋R の②，$60 \leqq x \leqq 70$ のとき Q の③になる。四角形の面積の和の変化は，x の値が大きくなるにつれて，①②ではだんだん小さくなり，③ではだんだん大きくなる。したがって，$x=60$ のとき，四角形の面積の和はもっとも小さくなる。$y=-50x+5000$ に $x=60$ を代入して，$y=2000$　その面積は 2000cm^2 である。

数-18-公-滋賀-KS-04

4

問１　$\angle BPE=40^\circ$ より，$\angle BEP=180^\circ-90^\circ-\angle BPE=50^\circ$ だから，
$\angle AEP=180^\circ-\angle BEP=130^\circ$
$\angle AEP=2\angle FEP$ より，$\angle FEP=\frac{1}{2}\angle AEP=65^\circ$

問２　△PHQ で，$\angle PQG=\angle PHG+\angle HPQ$　$\angle PQG=2\angle PHG$ だから，$\angle PHG=\angle HPQ$
よって，HQ＝PQ だから，線分 PH の垂直二等分線をひき，GH との交点を Q とする。

問３　点 R と点 P，点 P と点 H をそれぞれ結ぶ。△RDH と△RPH において，共通な辺は等しいから，
RH＝RH……①
図４より，DH＝PH……②，$\angle RHD=\angle RHP$……③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△RDH≡△RPH……④
点 R と点 A，点 P と点 E をそれぞれ結ぶ。
△RAE と△RPE において，同様に△RAE≡△RPE……⑤
④より，合同な三角形の対応する辺は等しいから RD＝RP……⑥
また，⑤より，合同な三角形の対応する辺は等しいから RA＝RP……⑦
よって，⑥，⑦より，RD＝RA だから△RAD は二等辺三角形となるので，点 R から辺 AD に垂線をひき，辺 AD との交点を J とすると AJ＝DJ となる。よって，JR // AS だから，DR＝RS……⑧となることがわかる。
△ESR と△FDR において，対頂角は等しいから，$\angle ERS=\angle FRD$……⑨
AB // DC より，平行線の錯角は等しいから，$\angle ESR=\angle FDR$……⑩
⑧，⑨，⑩より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから△ESR≡△FDR
DR＝RS であることは，解答のほかに上のように示すこともできる。