Ｒ３　滋賀県　公立　数学　問題

数-21-公-滋賀-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　$2\times(-3)+1$　を計算しなさい。

問２　$\frac{5}{3}a-\frac{3}{4}a$　を計算しなさい。

問３　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x-3y=6 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$

問４　$\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{8}$　を計算しなさい。

問５　次の２次方程式を解きなさい。

$x^2+x=6$

問６　$15a^3b^2\div\frac{5}{2}ab^2$　を計算しなさい。

問７　下の**表**は，関数 $y=ax^2$ について，x と y の関係を表したものです。このとき，a の値および**表**の b の値を求めなさい。

表

x	…	-6	…	4	…
y	…	b	…	6	…

問８　大小２個のさいころを同時に投げたとき，大きいさいころの出た目を十の位の数，小さいさいころの出た目を一の位の数として２けたの整数をつくる。このとき，２けたの整数が素数となる確率を求めなさい。ただし，さいころは，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

問９　下の**度数分布表**は，ある学級の生徒の自宅から学校までの通学時間を整理したものです。この表から通学時間の平均値を求めると 20 分であった。（**ア**），（**イ**）にあてはまる数と最頻値を求めなさい。

度数分布表

通学時間（分）	度数（人）
以上　未満 0 ～ 10	5
10 ～ 20	10
20 ～ 30	（**ア**）
30 ～ 40	4
合計	（**イ**）

数-21-公-滋賀-問-02

2　太郎さんは，花子さんと体育大会で使う応援用のメガホンを学級の人数分作ることにしました。後の**問１**から**問４**に答えなさい。

まず，ボール紙に**図１**の展開図をかき，母線の長さが 60 cm の円すいの形を作ると**図２**のようになりました。

点 A は頂点，線分 BC は底面の直径を表しています。また点 D，E は，母線 AB を 3 等分する点です。

図１

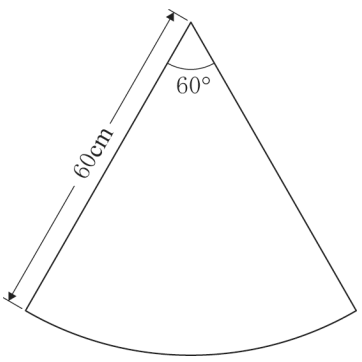
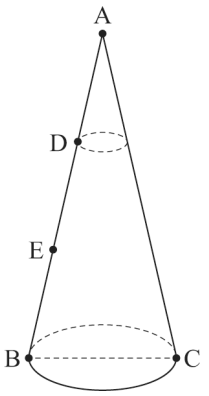


図２



問１　**図２**の直径 BC の長さを求めなさい。

次に，点 D を通り，底面に平行な平面でこの円すいを切って**図３**のメガホンを作りました。線分 DF はメガホンの上面の円の直径を表しています。**図４**の実線は，**図３**のメガホンの展開図です。このメガホンに**図５**のような飾りのついたひもを側面に巻きながら貼りつけて完成となります。

図３

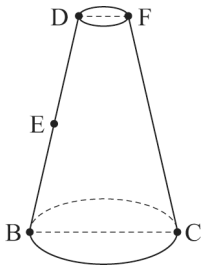


図４

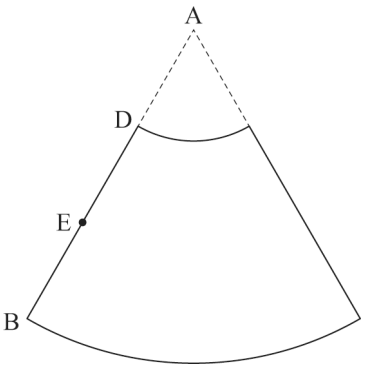


図５

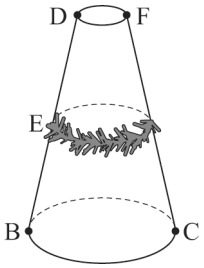


2 人は飾りのついたひもをどのように巻きつけるか，またどれぐらいの長さのひもが必要かを考えました。ただし，ボール紙の厚さとひもの太さは考えないものとします。

考えたこと

○　**図３**のメガホンに，**図６**のように飾りのついたひもを点 E から側面に沿って点 E まで１周巻きつけたとき，どのように巻きつけるとひもの長さが最も短くなるのかを考えました。

図６





太郎さん

①ひもを底面の円周と平行になるように１周巻きつけたときに，ひもの長さが最も短いのではないかな。

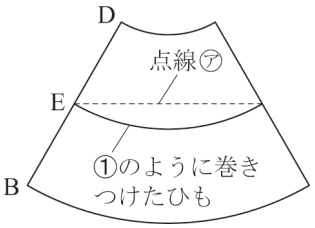
メガホンのままではわからないね。メガホンに飾りのついていないひもを巻きつけて展開図で確かめてみましょう。



花子さん

○　２人は，**図７**の展開図で考えてみました。

図７





太郎さん

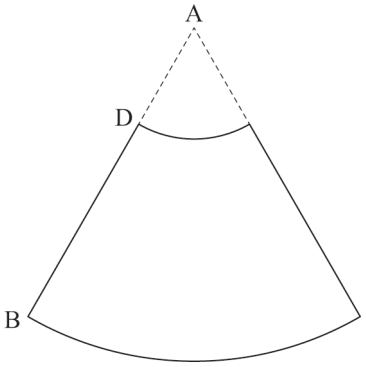
点線㋐のようにひもを巻きつければ短くなるね。

図７のように，展開図でひもの巻きつけ始める点と巻きつけ終わる点を直線で結べばよさそうね。



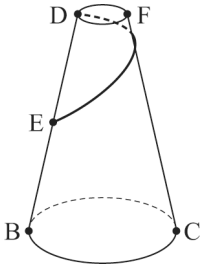
花子さん

問２　下線部①のように太郎さんがひもを巻きつけたとき，ひもと線分 FC との交点 P をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。



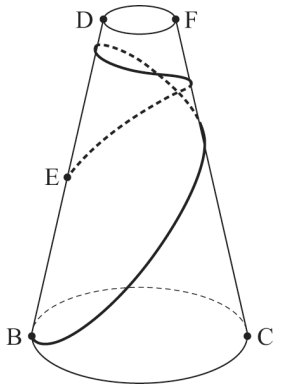
問３　次に太郎さんは，**図８**のようにひもを点 E から側面に沿って線分 FC を横切って点 D まで巻きつけようと考えました。巻きつけるひもの長さが最も短いときのひもの長さを求めなさい。

図８



問４　さらに太郎さんは，ひもを点 B から側面に沿って線分 FC を 2 回横切って点 E まで巻きつけようと考えました。**図９**は，花子さんと考えたことを応用して，ひもの長さが最も短くなるように巻きつける様子を表したものです。巻きつけるひもの長さを求めなさい。

図９



数-21-公-滋賀-問-03

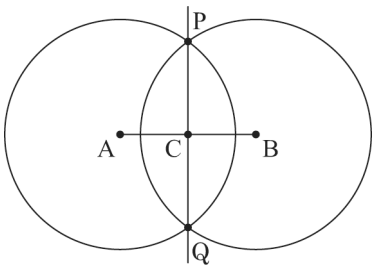
3　太郎さんと花子さんは，数学の授業で円について学習した後，2 点で交わる 2 つの円について調べることにしました。

太郎さんは，次の**手順**でノートに右の**図**をかきました。後の**問１**から**問３**に答えなさい。

手順

① 線分をひき，線分の両端を A，B とする。
② 線分 AB において，点 A と点 B をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，この 2 つの円の交点を P，Q とする。
③ 線分 AB と直線 PQ との交点を C とする。

図

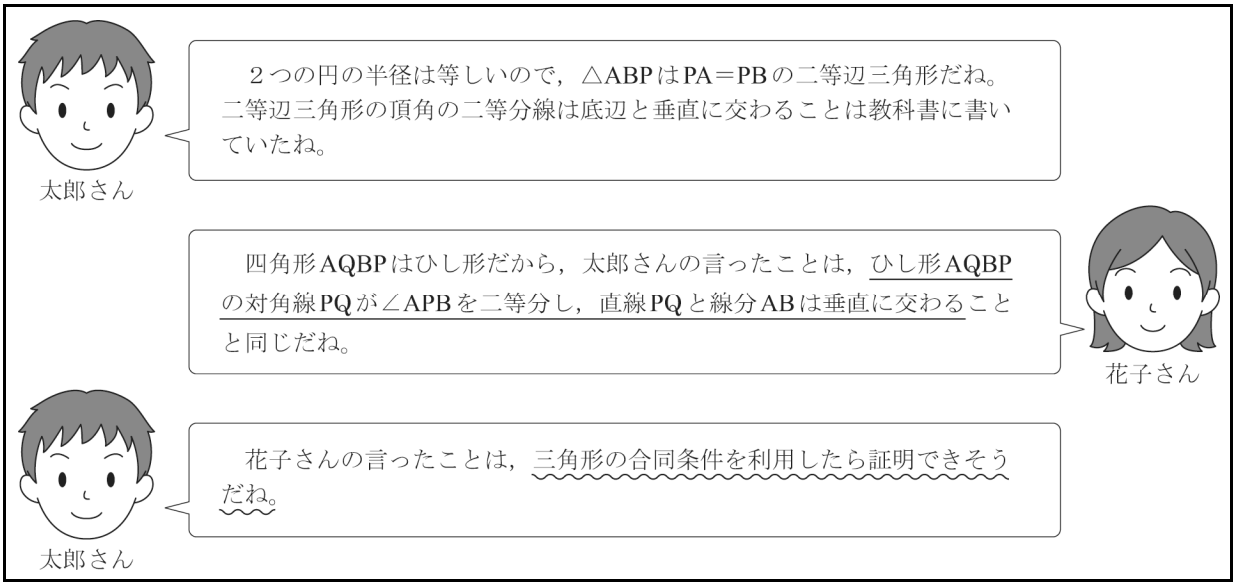


①から③の**手順**で，線分 AB の長さや円の半径をいろいろ変えて調べます。

問１　太郎さんは，まず線分 AB の長さを 8 cm にして，円の半径をいろいろ変えて調べました。すると，4 点 A，B，P，Q が，点 C を中心とする円周上にある場合がありました。このとき，線分 AP の長さと∠APB の大きさを求めなさい。

太郎さんと花子さんは，**図**を見て気づいたことを話しています。

２人の会話



問２　**２人の会話**の中にある太郎さんの言った波線部の考え方を使って，下線部を証明しなさい。

問３　AP＝PQ＝5 cm のとき，線分 AP の延長線が点 B を中心とする円と，点 P 以外にもう 1 点で交わりました。その交点を D としたとき，線分 PD の長さを求めなさい。

4 太郎さんは，寒かったので衣類に貼るカイロを貼ろうとしました。裏紙（剥離紙）をはがすとき，カイロの粘着部分の形や面積が変化していくことに気がつき，下のような**考え方**をもとに，その変化について考えました。後の**問１**から**問４**に答えなさい。

考え方

○　縦 6 cm，横 10 cm の長方形のカイロを，左下側から一定方向に向かって裏紙をはがします。

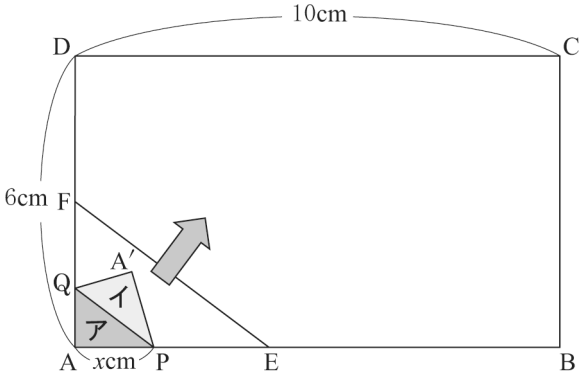
○　**図１**のように，カイロの各頂点を A，B，C，D とし，AE＝4 cm，AF＝3 cm となる点 E，F をそれぞれ辺 AB，AD 上にとります。

○　**図１**のように，カイロの粘着部分**ア**，裏紙のはがした部分**イ**の境界線の両端を P，Q とします。

○　線分 EF と線分 PQ が，平行を保つようにしながら裏紙をはがします。

○　点 P が頂点 A から移動した距離を x cm とします。

図１



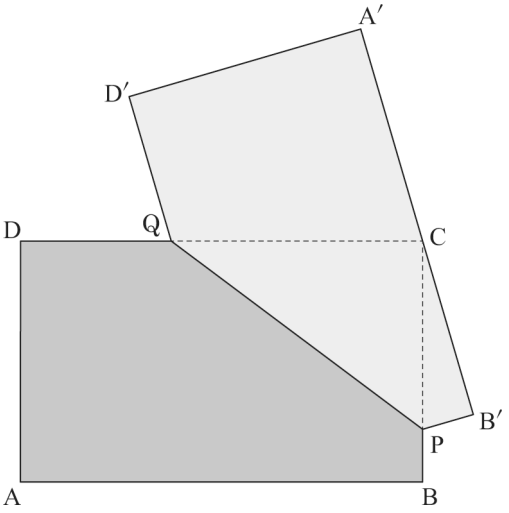
問１　裏紙をはがし始めてから，はがし終えるまでの x の変域を表しなさい。

問２　$0 \leqq x \leqq 10$ のとき，カイロの粘着部分**ア**の面積を y cm^2 とする。x と y の関係をグラフに表しなさい。

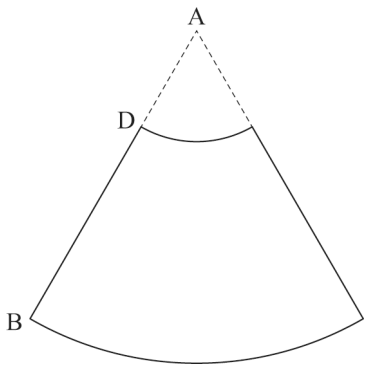
問３　裏紙をはがしていくと，カイロの粘着部分**ア**の面積が，長方形 ABCD の面積の$\frac{5}{8}$になりました。このときの x の値を求めなさい。

問４　**図２**のように，辺 A′B′上に頂点 C が重なるまで裏紙をはがしました。このときの x の値を求めなさい。

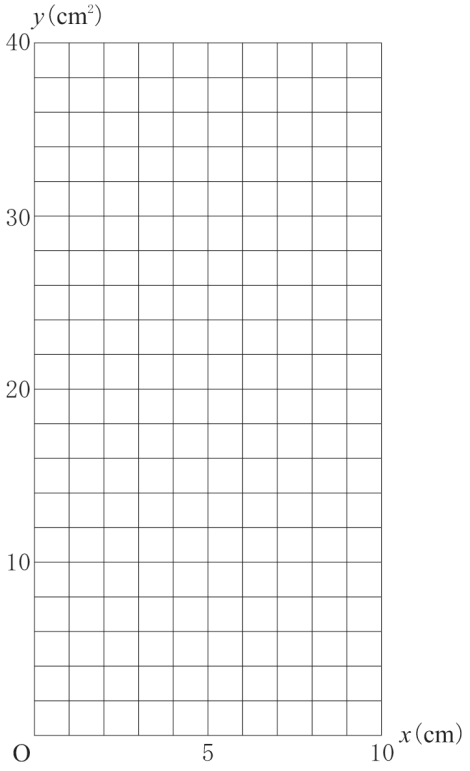
図２



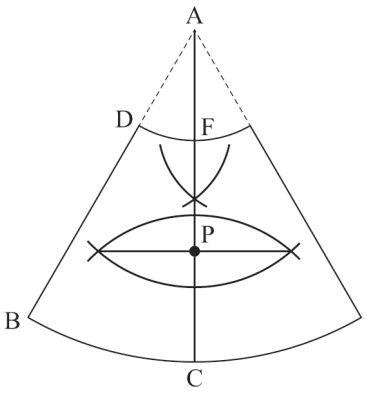
Ｒ３　滋賀県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-滋賀-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３	$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$		
		問４			
		問５	$x=$		
		問６			
		問７	$a=$ $b=$		
		問８			
		問９	（ア）　　（イ） 最頻値		
数-21-公-滋賀-KY-02	2	問１	cm		
		問２			
		問３	cm		
		問４	cm		

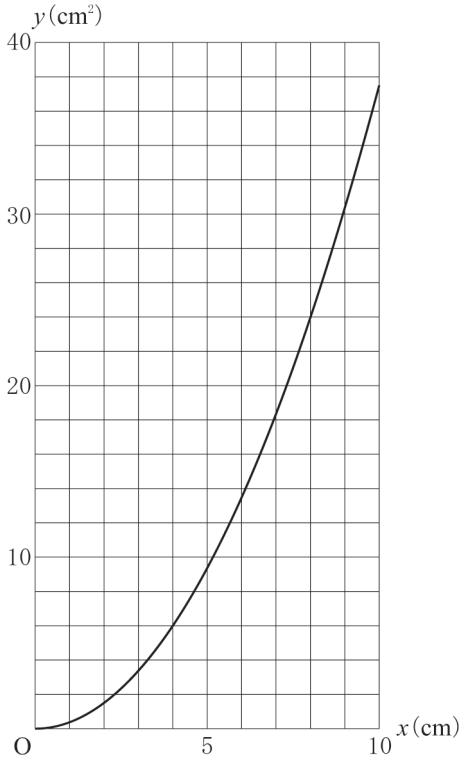
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−21−公−滋賀−KY−03	3	問１	AP＝　　cm ∠APB＝　　°		
		問２	〔証明〕		
		問３	cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−21−公−滋賀−KY−04	4	問１	$\leqq x \leqq$		
		問２			
		問３	$x=$		
		問４	$x=$		

Ｒ３　滋賀県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-滋賀-K-01	1	問１	-5	4	
		問２	$\frac{11}{12}a$	4	
		問３	$\begin{cases} x=\ \ 3 \\ y=-1 \end{cases}$	4	
		問４	$5\sqrt{2}$	4	
		問５	$x=-3,\ 2$	4	
		問６	$6a^2$	4	
		問７	$a=\frac{3}{8}$ $b=\frac{27}{2}$	4	
		問８	$\frac{2}{9}$	5	
		問９	（ア）　13　（イ）　32	3	
			最頻値　25（分）	2	
数-21-公-滋賀-K-02	2	問１	20 cm	4	
		問２		5	
		問３	$20\sqrt{3}$ cm	6	
		問４	$20\sqrt{19}$ cm	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-滋賀-K-03	3	問１	AP＝$4\sqrt{2}$　cm ∠APB＝90　°	6	
		問２	〔証明〕 △APQ と△BPQ について， 仮定より，AP＝BP…①　AQ＝BQ…②　PQ は共通…③ ①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいから， △APQ≡△BPQ である。 合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので， ∠APQ＝∠BPQ…④ よって，PQ は∠APB の二等分線である。 次に，△APC と△BPC について，PC は共通…⑤ ④より∠APC＝∠BPC…⑥ ①，⑤，⑥より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△APC≡△BPC よって，合同な三角形の対応する角の大きさはそれぞれ等しいので，∠ACP＝∠BCP よって，∠ACP＋∠BCP＝2∠ACP＝180° ∠ACP＝90°より，AB⊥PQ	8	
		問３	5　cm	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-滋賀-K-04	4	問１	$0 \leqq x \leqq 16$	4	
		問２		5	
		問３	$x=16-\frac{3}{2}\sqrt{15}$	6	
		問４	$x=\frac{181}{16}$	6	

数-21-公-滋賀-KS-01

1　【小問集合】

問７　**表**より，$x=4$ のとき，$y=6$ だから，$6=a\times4^2$，$a=\frac{3}{8}$　よって，関数の式は，$y=\frac{3}{8}x^2$

$x=-6$ を代入すると，$y=\frac{3}{8}\times(-6)^2=\frac{27}{2}$　よって，$b=\frac{27}{2}$

問８　大小 2 個のさいころを同時に投げたときの目の出方を 6×6 の表で表すと，**図１**のようになる。大きいさいころの出た目を十の位の数，小さいさいころの出た目を一の位の数としてつくられた 2 けたの整数が，素数となるのは，表中の○印のときだから，その場合の数は 8 通りである。よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

図１

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	○		○			
2			○			
3	○					
4	○		○			
5			○			
6	○					

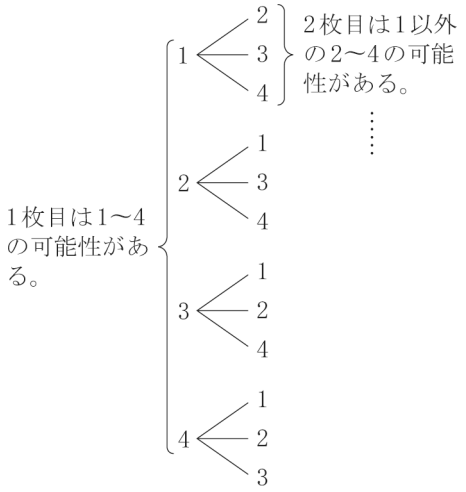
ポイント》確率のポイント

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問９　度数分布表の(**ア**)にあてはまる数を x とすると，(**イ**)にあてはまる数は，$5+10+x+4=x+19$ と表せる。よって，(平均値)$=\frac{\{(\text{各階級の階級値})\times(\text{各階級の度数})\text{の総和}\}}{(\text{度数の合計})}$

すなわち，{(各階級の階級値)×(各階級の度数)の総和}＝(平均値)×(度数の合計)より，

$5\times5+15\times10+25x+35\times4=20(x+19)$，$x=13$ …(**ア**)

$x+19=13+19=32$ …(**イ**)

数-21-公-滋賀-KS-02

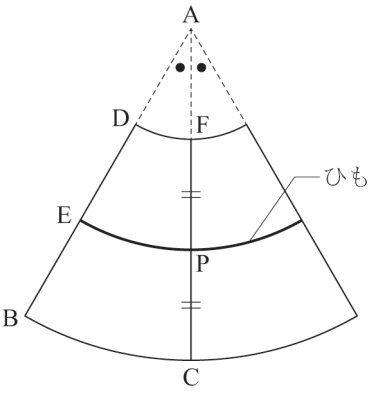
2　【空間図形】

問１　円すいの側面のおうぎ形の弧の長さと，円すいの底面の円周の長さは等しいので，直径 BC の長さを x cm とすると，

$2\pi\times60\times\frac{60}{360}=\pi x$，$x=20$(cm)

問２　完成図を予想すると，**図１**のようになる。おうぎ形の中心角の二等分線を作図したあと，線分 FC の中点をとるために，線分 FC の垂直二等分線を作図すればよい。

図１



問３　展開図にひもの様子を示すと，**図２**のようになる。**図３**のように，△AED′を取り出して考える。

図２

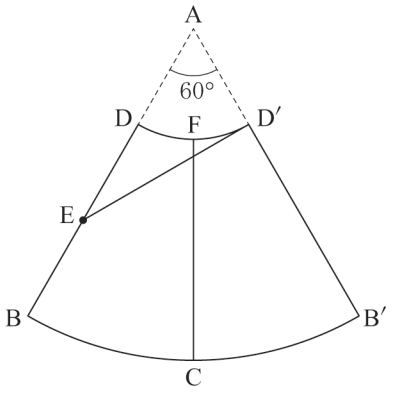
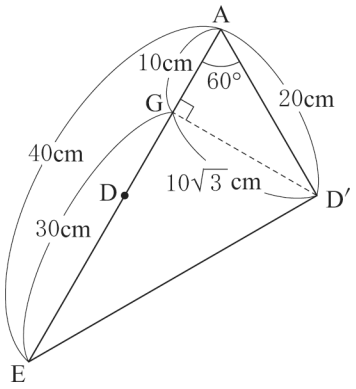


図３



点 D′から線分 AE に垂線 D′G をおろすと，△GAD′において，∠GAD′＝60°，∠AGD′＝90°，AD′＝20(cm)より，AG：AD′＝1：2，AG＝10(cm)

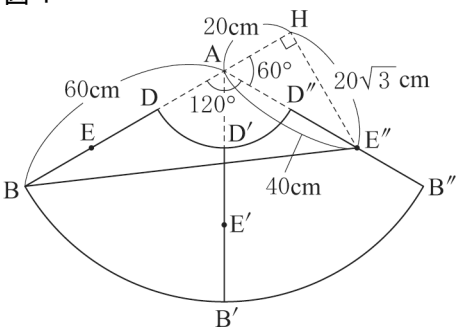
AG：GD′＝1：$\sqrt{3}$，GD′＝$10\sqrt{3}$(cm)

△EGD′において，EG＝AE－AG＝30(cm)，三平方の定理より，

$ED'^2=EG^2+GD'^2=30^2+(10\sqrt{3})^2=1200$，ED′＞0 より，ED′＝$20\sqrt{3}$(cm)

問４　ひもが線分 FC を 2 回横切ることに注意すると，展開図を 2 つ連ねた図にひもの様子を示すことができ，**図４**のようになる。

図４



点 E″から直線 AB に垂線 E″H をおろすと，△AHE″において，∠HAE″＝180°－∠BAE″＝180°－120°＝60°，∠AHE″＝90°，

AE″＝40cm より，AH：AE″＝1：2 より AH＝20(cm)

AH：HE″＝1：$\sqrt{3}$だから，HE″＝$20\sqrt{3}$(cm)

△BHE″において，BH＝AB＋AH＝80(cm)，三平方の定理より，$BE''^2=BH^2+HE''^2=80^2+(20\sqrt{3})^2=7600$

BE″＞0 より，BE″＝$20\sqrt{19}$(cm)

数-21-公-滋賀-KS-03

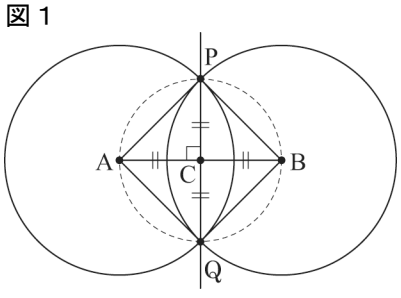
3　【平面図形】

問１　AP＝AQ＝BP＝BQ より，四角形 AQBP はひし形である。また，4 点 A，B，P，Q が，点 C を中心とする円周上にあることから，CA＝CB＝CP＝CQ より，ひし形 AQBP は正方形である。よって，∠APB＝90°

また，△APC は，CA＝CP，∠ACP＝90°の直角二等辺三角形だから，AC：AP＝1：$\sqrt{2}$，AC＝$\frac{1}{2}$AB＝4(cm)より，

4：AP＝1：$\sqrt{2}$，AP＝$4\sqrt{2}$(cm)

図１



問３　AP＝PQ＝QA＝5(cm)より，△APQ は正三角形である。**問２**より，AB⊥PQ だから，

CP＝CQ＝$\frac{5}{2}$(cm)，

∠PAC＝$\frac{1}{2}$∠PAQ＝30°，

∠APC＝60°

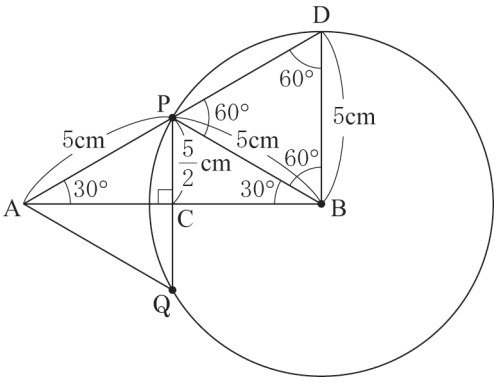
また，PA＝PB より，△PAB は二等辺三角形だから，

∠PAC＝∠PBC＝30°

△PAB において，内角と外角の関係より，

∠DPB＝∠PAC＋∠PBC＝60°

図２



次に，PB＝BD より，△DPB は二等辺三角形だから，∠DPB＝∠PDB＝60°

よって，△PBD は正三角形だから，PD＝PB＝5(cm)

数-21-公-滋賀-KS-04

4　【平面図形，関数の利用】

問１　裏紙をはがし終えるのは，点 P が点 C まで移動したときなので，AB＋BC＝16(cm)

問２　**図１**のように，点 P が辺 AB 上にあり，かつ，点 Q が辺 AD 上にあるとき，EF//PQ より，△AEF と△APQ において，平行線と線分の比から，AE：AP＝AF：AQ

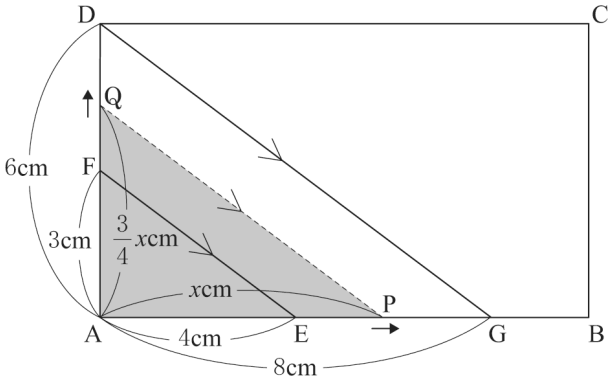
4：x＝3：AQ，AQ＝$\frac{3}{4}x$(cm)

よって，点 Q が点 D につくのは，

$\frac{3}{4}x$＝6，x＝8

すなわち，点 P が，AP＝8(cm)となる辺 AB 上の点にいるときである。なお，そのときの点 P の位置にある点を G とする。

図１



よって，0≦x≦8 のときの x と y の関係を表す式は，

y＝△APQ＝$\frac{1}{2}$×AP×AQ＝$\frac{1}{2}$×x×$\frac{3}{4}x$＝$\frac{3}{8}x^2$

次に，**図２**のように，点 P が辺 AB 上にあり，かつ，点 Q が辺 DC 上にあるとき，EF//PQ//GD，DQ//GP より，四角形 DGPQ は平行四辺形である。

よって，DQ＝GP＝AP－AG＝x－8(cm)

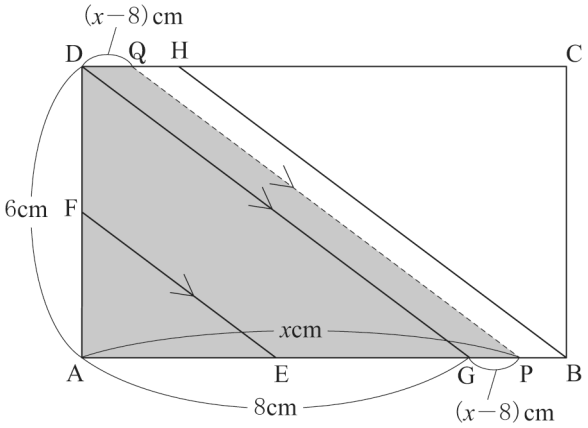
したがって，8≦x≦10 のときの x と y の関係を表す式は，

y＝(台形 DAPQ の面積)

＝$\frac{1}{2}$×(DQ＋AP)×DA

＝$\frac{1}{2}$×(x－8＋x)×6＝6x－24

図２



問３　長方形 ABCD の面積の$\frac{5}{8}$は，$6\times10\times\frac{5}{8}=\frac{75}{2}$(cm^2)だから，**問２**より，$0\leqq x\leqq10$ のときに y がその値になることはない。よって，$10\leqq x\leqq16$ のときを調べていく。

図３のように，$x=10$ のときの点 Q の位置にある点を H とする。

点 P が辺 BC 上にあり，かつ，点 Q が辺 DC 上にあるとき，△FAE と△PCQ において，

∠FAE＝∠PCQ＝90° … ①

PQ//BH より，同位角は等しいので，

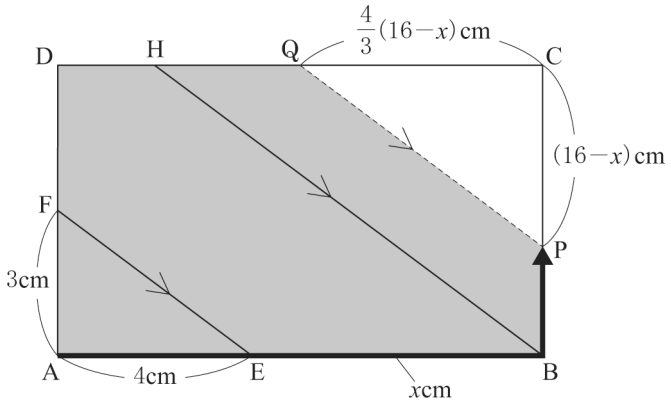
∠CPQ＝∠CBH

∠HBA＝90°－∠CBH＝90°－∠CPQ

EF//BH より，同位角は等しいので，

∠FEA＝∠HBA＝90°－∠CPQ

図３



△FAE において，∠AFE＝180°－∠FAE－∠FEA＝180°－90°－(90°－∠CPQ)＝∠CPQ … ②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△FAE∽△PCQ

よって，AE : CQ＝AF : CP，4 : CQ＝3 : CP，$CQ=\frac{4}{3}CP$

CP＝AB＋BC－x＝16－x(cm)より，$CQ=\frac{4}{3}(16-x)$ (cm)

よって，y＝(長方形 ABCD の面積)－△PCQ$=6\times10-\frac{1}{2}\times CP\times CQ=60-\frac{1}{2}\times(16-x)\times\frac{4}{3}(16-x)$

$=60-\frac{2}{3}(16-x)^2$(cm^2)

したがって，$60-\frac{2}{3}(16-x)^2=\frac{75}{2}$，$-\frac{2}{3}(16-x)^2=-\frac{45}{2}$，$(16-x)^2=\frac{135}{4}$，$16-x=\pm\frac{3\sqrt{15}}{2}$

$16-x=\frac{3\sqrt{15}}{2}$のとき，$x=16-\frac{3\sqrt{15}}{2}$，$16-x=-\frac{3\sqrt{15}}{2}$のとき，$x=16+\frac{3\sqrt{15}}{2}$

$\frac{3\sqrt{15}}{2}=\sqrt{\frac{135}{4}}=\sqrt{33.75}$　より，$5<\frac{3\sqrt{15}}{2}<6$ だから，

$10<16-\frac{3\sqrt{15}}{2}<11$ より，$x=16-\frac{3\sqrt{15}}{2}$は問題に適する。

$21<16+\frac{3\sqrt{15}}{2}<22$ より，$x=16+\frac{3\sqrt{15}}{2}$は不適。

問４　直線 AB，CB′の交点を I とする。**図４**のように，

△FAE と△PBI において，∠FAE＝∠PBI＝90°，

EF//IQ より，同位角は等しいので，∠FEA＝∠PIB

2 組の角がそれぞれ等しいので，△FAE∽△PBI

BP : BI＝AF : AE＝3 : 4，BP＝B′P より，

B′P : BI＝3 : 4

図４

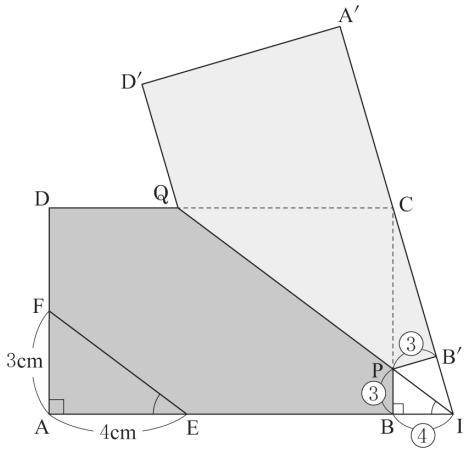


図５より，△CPB′と△CIB において，
共通な角だから，∠PCB′＝∠ICB,
∠CB′P＝∠CBI＝90° より，2 組の角がそれぞれ等しいので,
△CPB′∽△CIB
CB′：CB＝B′P：BI＝3：4

図５

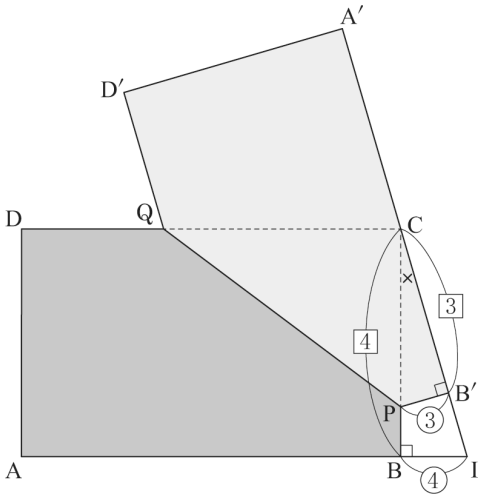


図６より，B′P＝BP＝x－AB＝x－10(cm)，
CP＝16－x(cm)
BC＝6，CB′：CB=B′P：BI＝3：4 より
CB′：6＝3：4，CB′＝ $\frac{9}{2}$(cm)
△CPB′において，三平方の定理より，
$\left(\frac{9}{2}\right)^2+(x-10)^2=(16-x)^2$,
$\frac{81}{4}+x^2-20x+100=256-32x+x^2$,
$12x=\frac{543}{4}$，$x=\frac{181}{16}$

図６

