Ｒ７　滋賀県　公立　数学　問題

数-25-公-滋賀-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　$-3\times(-2)-5$　を計算しなさい。

問２　$\frac{3}{5}a-\frac{2}{3}a$　を計算しなさい。

問３　次の等式を〔　〕内の文字について解きなさい。

$a=\frac{1}{2}(x+y)$　〔y〕

問４　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} y=2x+4 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$$

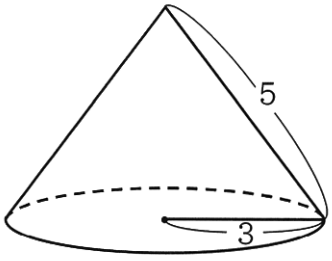
問５　次の２次方程式を解きなさい。

$x^2+2x-24=0$

問６　$(3\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)$　を計算しなさい。

問７　下の**図**は，底面の半径が３，母線の長さが５の円すいです。この円すいの側面積を求めなさい。

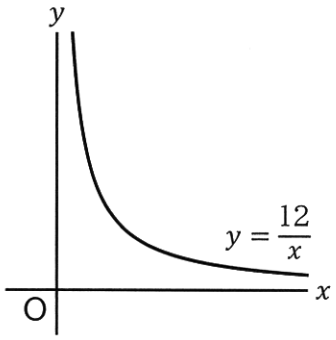
図



問８　右の**図**のように，関数 $y=\frac{12}{x}$ の $x>0$ の部分のグラフがあります。大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とし，x 座標が a，y 座標が b の点 A を考えるとき，点 A がこのグラフ上にある確率を求めなさい。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

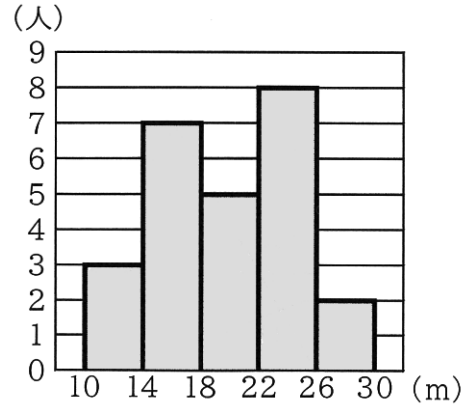
図



問９　下の**図**は，あるクラスの 25 人のハンドボール投げの記録をヒストグラムに表したものです。例えば，記録が 10m 以上 14m 未満の人は 3 人いたことがわかります。

この 25 人の記録の最頻値を求めなさい。また，中央値をふくむ階級を答えなさい。

図

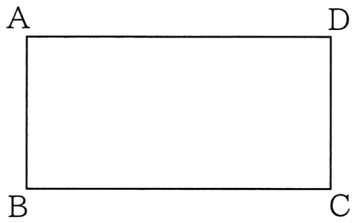


数-25-公-滋賀-問-02

2　いろいろな平面図形について考えます。次の**問１**から**問３**に答えなさい。

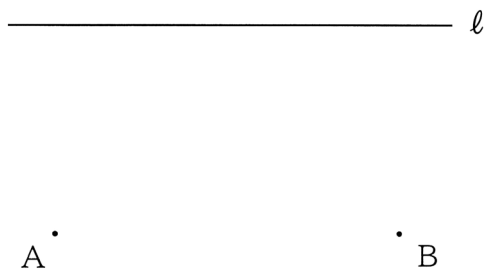
問１　**図１**は，周の長さが 54 cm，辺 AD の長さが辺 AB の長さの 2 倍の長方形です。辺 AB の長さを求めなさい。

図１



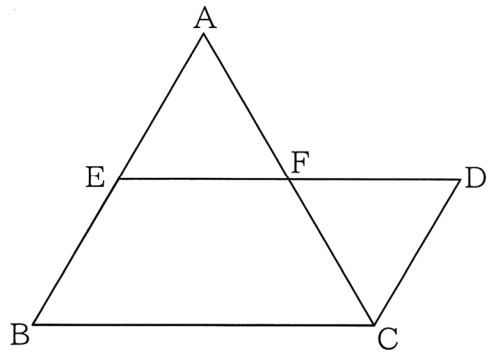
問2　**図2**のように，直線ℓと 2 点 A，B があります。直線ℓは，2 点 A，B を通る直線と平行です。このとき，2 点 A，B を通り，直線ℓと接する円をコンパスと定規を用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

図2



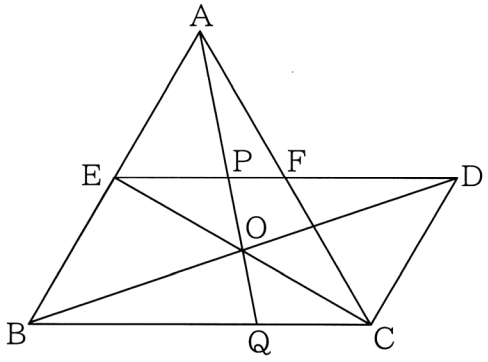
問3　**図3**のように，正三角形 ABC と平行四辺形 EBCD があり，点 E は辺 AB の中点です。辺 AC と ED の交点を F とするとき，後の**(1)**，**(2)**の各問いに答えなさい。

図3



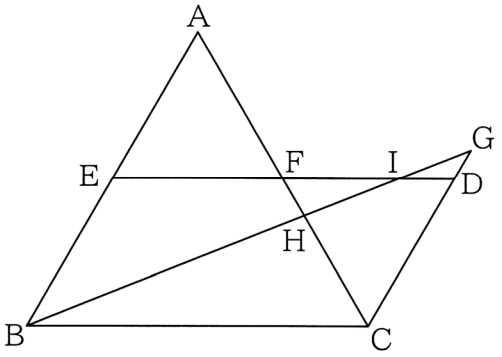
(1) **図4**は，**図3**において，平行四辺形 EBCD の対角線の交点を O とし，直線 AO と辺 ED，BC との交点をそれぞれ P，Q としたものです。このとき，OP＝OQ であることを証明しなさい。

図4



(2) **図5**は，**図3**において，半直線 CD 上に△GBC の頂点 G を，△ABC と△GBC の周の長さが等しくなるようにとったものです。このとき，GB：GC＝7：3 となります。線分 BG と辺 AC，ED との交点をそれぞれ H，I とするとき，HI：IG を求めなさい。

図5

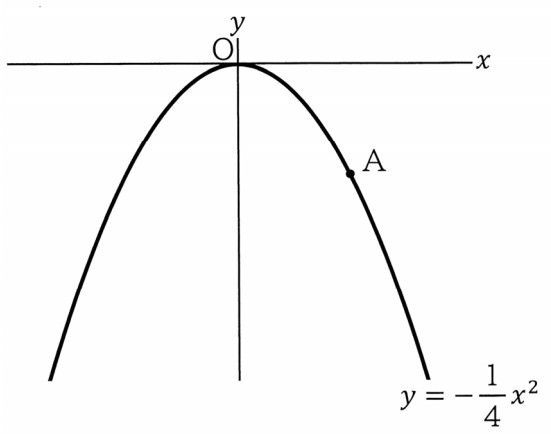


数-25-公-滋賀-問-03

3 y が x の 2 乗に比例する関数について考えます。

図1のように，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が 4 である点 A をとります。このとき，次の**問1**から**問3**に答えなさい。

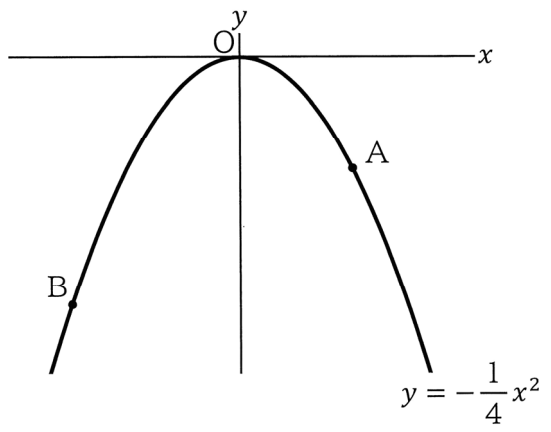
図1



問1　グラフが，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフと，x 軸について対称である関数の式を求めなさい。

問2　**図2**は，**図1**において，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が−6 である点 B をとったものです。このとき，2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

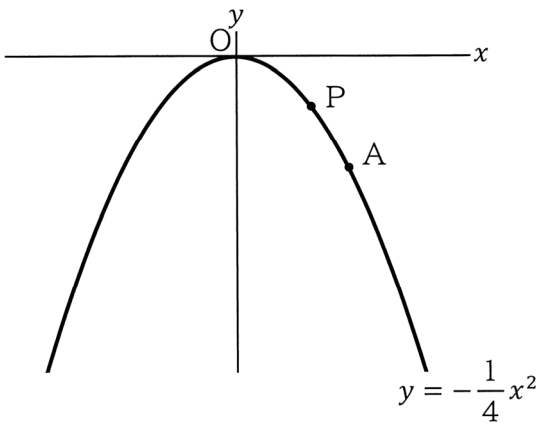
図2



問３　**図３**は，**図１**において，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が t である点 P をとったものです。このとき，後の**(1)**，**(2)**の各問いに答えなさい。

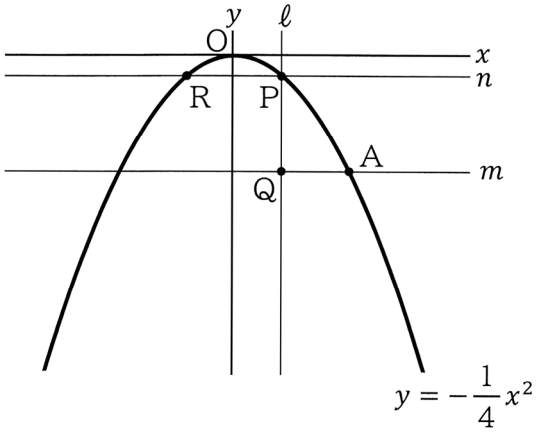
ただし，$0<t<4$ とします。

図３



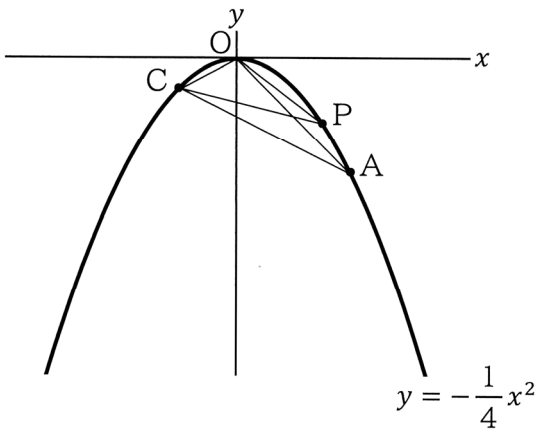
(1) **図４**は，**図３**において，点 P を通り y 軸に平行な直線 ℓ と，点 A を通り x 軸に平行な直線 m との交点を Q とし，点 P を通り x 軸に平行な直線 n と関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点のうち，点 P と異なる点を R としたものです。PQ＝PR となるとき，t の値を求めなさい。

図４



(2) **図5**は，**図3**において，関数$y=-\frac{1}{4}x^2$のグラフ上に，x座標が-2である点Cをとり，点Oと A，点Oと P，点Oと C，点Cと A，点Cと P をそれぞれ結んだものです。
このとき，△OCP の面積は，△OCA の面積の何倍か，tを使った式で表しなさい。

図5



数-25-公-滋賀-問-04

4 **図1**のように，奇数が 1 つずつ書かれたカードを，**規則**にしたがつて並べます。後の**問1**から**問3**に答えなさい。

図1

1段目	1						
2段目	3	5	7				
3段目	5	7	9	11	13		
4段目	7	9	11	13	15	17	19
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

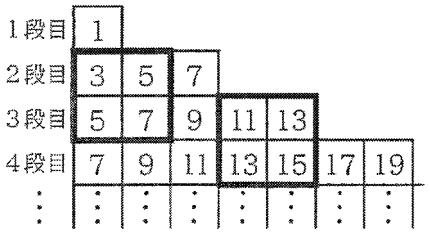
規則

・各段の左端には，1 段目は 1，2 段目は 3，3 段目は 5，…と，段の数を 2 倍して 1 をひいた奇数が書かれたカードを並べる。
・各段には，その段の左端のカードに書かれた奇数と同じ枚数のカードを並べる。
・2 段目以降は，各段の左端のカードに書かれた奇数から右へ順に，数が 2 ずつ大きくなるように，カードを並べる。

問1 10 段目の左から 3 番目のカードに書かれた奇数を答えなさい。

規則にしたがって並べたカードについて，**図２**のように，太線の四角形で囲んだ縦 2 枚，横 2 枚の 4 枚のカードに着目します。このとき，カードに書かれた 4 つの奇数のうち，右上の奇数と左下の奇数は等しくなります。また，4 つの奇数には，例えば，5×7−3×5＝20，13×15−11×13＝52 のように，「右上の奇数と右下の奇数の積から，左上の奇数と左下の奇数の積をひいた差は，いつも 4 の倍数になる」という性質があります。

図２



問２　次の**説明**は，**図２**のように太線の四角形で囲んだ縦 2 枚，横 2 枚の 4 枚のカードに着目するとき，カードに書かれた 4 つの奇数には，下線部の性質が成り立つことを，文字を使って説明したものです。［ **ア** ］，［ **イ** ］には n を使った式を，［ **ウ** ］には説明の続きを書いて，**説明**を完成させなさい。

説明

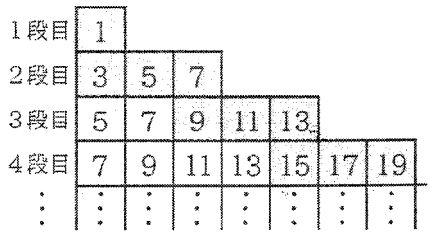
自然数 n を使って，左上の奇数を $2n+1$ と表すとき，右上の奇数と左下の奇数は［ **ア** ］，右下の奇数は［ **イ** ］と表される。

［ **ウ** ］

したがって，右上の奇数と右下の奇数の積から，左上の奇数と左下の奇数の積をひいた差は，いつも 4 の倍数になる。

問３　**規則**にしたがって 1 段目から順にカードを並べます。このとき，例えば，5 が書かれたカードは，2 段目の左から 2 番目にはじめて並び，次に 3 段目の左端に並びます。**図３**は，それぞれの奇数のカードがはじめて並ぶときに，色をつけて表したものです。1 段目から順にカードを並べていくとき，2025 が書かれたカードは，何段目の左から何番目にはじめて並ぶか，答えなさい。

図３



R７　滋賀県　公立　数学　解答用紙

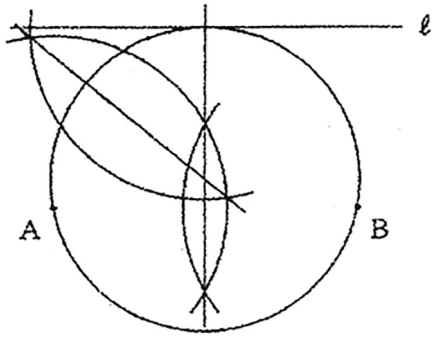
	問題番号		解　　答	配点	備　考
数-25-公-滋賀-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３	$y=$		
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５	$x=$		
		問６			
		問７			
		問８			
		問９	最頻値　　m		
			階級　　m 以上　　m 未満		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-滋賀-KY-02	2	問1	cm			
		問2				
		問3	(1)	〔証明〕		
			(2)	HI：IG＝　　：		
数-25-公-滋賀-KY-03	3	問1				
		問2				
		問3	(1)	t＝		
			(2)	倍		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-滋賀-N-04	4	問１				
		問２	ア			
			イ			
			ウ			
		問３	段目の 左から　　番目			

Ｒ７　滋賀県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-滋賀-K-01	1	問１	1	4	
		問２	$-\frac{1}{15}a$	4	
		問３	$y=2a-x$	4	
		問４	$x=-1,\ y=2$	4	
		問５	$x=-6,\ 4$	4	
		問６	$2-4\sqrt{2}$	4	
		問７	15π	5	
		問８	$\frac{1}{9}$	5	
		問９	最頻値　　24　m	2	
			階級　　18　m 以上　22　m 未満	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-滋賀-K 02	2	問１	9　cm		4	
		問２			5	
		問３	(1)	〔証明〕 △OPE と△OQC で, ED // BC より, 平行線の錯角は等しいから ∠OEP＝∠OCQ・・・① 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから OE＝OC・・・② 対頂角は等しいから ∠POE＝∠QOC・・・③ ①，②，③から, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, △OPE≡△OQC 合同な図形の対応する辺は等しいから OP＝OQ	7	
			(2)	HI：IG＝5：4	6	
数-25-公-滋賀-K 03	3	問１	$y=\frac{1}{4}x^2$		4	
		問２	$5\sqrt{5}$		5	
		問３	(1)	$t=-4+4\sqrt{2}$	6	
			(2)	$\frac{t^2+2t}{24}$　倍	7	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-滋賀-K-04	4	問１	23		5	
		問２	ア	$2n+3$	1	
			イ	$2n+5$	1	
			ウ	$(2n+3)(2n+5)-(2n+1)(2n+3)$ $=4n^2+10n+6n+15-4n^2-6n-2n-3$ $=8n+12$ $=4(2n+3)$ $2n+3$ は整数だから， $4(2n+3)$ は 4 の倍数である。	5	
		問３	339　段目の 左から　675　番目		6	

R７　滋賀県　公立　数学　解説

数-25-公-滋賀-KS-01

1　【小問集合】

問３　$a=\frac{1}{2}(x+y)$　　両辺を入れかえて，$\frac{1}{2}(x+y)=a$　　両辺を２倍して，$x+y=2a$

x を右辺に移項して，$y=2a-x$

問４

これだけは！ 連立方程式の解き方

[1] 「$x=$〜」や「$y=$〜」の形をした式があるとき

→代入法を使う。

$\begin{cases} y=-2x+1 & \cdots① \\ 3x-y=4 & \cdots② \end{cases}$

①を②に代入すると，$3x-(-2x+1)=4$　　$5x-1=4$　　$5x=5$　　$x=1$

①に$x=1$を代入すると，$y=-2\times1+1=-1$

[2] [1]以外のとき

→加減法を使う。

$\begin{cases} 2x-3y=1 & \cdots① \\ 3x-4y=2 & \cdots② \end{cases}$

①×３−②×２より，

$\begin{array}{rl} & 6x-9y=\ \ 3 \\ -) & 6x-8y=\ \ 4 \\ \hline & -y=-1 \\ & y=1 \end{array}$

①に$y=1$を代入すると，$2x-3\times1=1$　　$2x-3=1$　　$2x=4$　　$x=2$

問５

これだけは！ ２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解き方

[1] 項bxがないとき($b=0$のとき)

→平方根の考え方を使う。

$2x^2-6=0$

$2x^2=6$

$x^2=3$

$x=\pm\sqrt{3}$

※$(\quad)^2=$○ の形にできるときも，平方根の考え方を使うことができる。

$2(x+1)^2-6=0$

$2(x+1)^2=6$

$(x+1)^2=3$

$x+1=\pm\sqrt{3}$

$x=-1\pm\sqrt{3}$

[2] 項bxがあり($b\neq0$)，因数分解ができるとき

→因数分解の考え方を使う。

$x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$x+1=0$ または $x-6=0$

$x=-1$，$x=6$

[3] 項bxがあり($b\neq0$)，因数分解ができないとき

→解の公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ を使う。

$2x^2-5x+1=0$

$a=2$，$b=-5$，$c=1$として，解の公式にあてはめると，

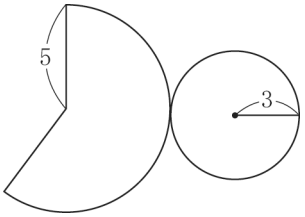
$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

問6　$(3\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}+3\sqrt{2}\times(-2)+2\times\sqrt{2}+2\times(-2)=6-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4=2-4\sqrt{2}$

問7　円すいの展開図は**図1**のようになる。円すいの側面を展開してできるおうぎ形は，半径が 5 cm，弧の長さが底面の円周と等しく 6πcm である。半径が 5cm の円の面積は 25πcm^2，周の長さは 10πcm だから，円とおうぎ形の比例関係より，おうぎ形の面積は，

$25\pi\times\dfrac{6\pi}{10\pi}=15\pi(\text{cm}^2)$

図1



［別解］

円すいの側面積は，(母線)×(底面の半径)×πで求められる。

よって，$5\times3\times\pi=15\pi(\text{cm}^2)$

非常に便利な公式なので，覚えておこう。

問8　A(a，b) が関数 $y=\dfrac{12}{x}$のグラフ上にあるとき，$b=\dfrac{12}{a}$　すなわち，$ab=12$ が成り立つ。

2 つのさいころの目の出方，すなわち，a，b の値の組を数え上げると，**表1**のようになる。すべての目の出方 36 通りのうち，$ab=12$ を満たすのは○印の 4 通りだから，求める確率は，$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

表1

a \ b	1	2	3	4	5	6
1						
2						○
3				○		
4			○			
5						
6		○				

問9　5 つの階級のうち，最も度数の大きい階級は，22m 以上 26m 未満の階級だから，最頻値は，$\dfrac{22+26}{2}=24$(m) である。また，25 人の記録における中央値は，記録の小さい方から 13 番目の値である。14 m 以上 18 m 未満の階級の累積度数は，3＋7＝10(人)，18 m 以上 22 m 未満の階級の累積度数は，10＋5＝15(人) だから，中央値は 18 m 以上 22 m 未満の階級にふくまれる。

数-25-公-滋賀-KS-02

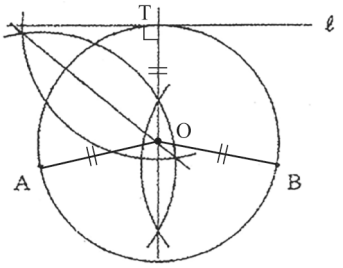
2　【平面図形】

問1　AB＝$x$cm とおくと，AD＝$2x$cm だから，周の長さより，$(x+2x)\times2=54$　　よって，$x=9$cm

問2　**図1**のように，円の中心を O，円 O と直線 ℓ の接点を T とする。

OA＝OB より，中心 O は 2 点 A，B から等しい距離にあるから，線分 AB の垂直二等分線上にある。同様にして，OA＝OT より，中心 O は線分 AT の垂直二等分線上にある。

図1



問3　**(1)** キーワードから次のことを発想しよう。

「平行四辺形」→「平行四辺形の対辺はそれぞれ平行」→「同位角，錯角は等しい」

「平行四辺形」＋「対角線の交点」→「平行四辺形の対角線の交点はそれぞれの中点で交わる」

(2) 平行線の同位角は等しいから，∠GID＝∠GBC，∠GDI＝∠GCB

よって，2 組の角がそれぞれ等しいので，△GID∽△GBC

GI：GB＝GD：GC より，GI：GD＝GB：GC＝7：3

よって，正の数 a を用いて，GI＝$7a$，GD＝$3a$ と表せる。

平行線の錯角は等しいから，∠EBI＝∠CGB，∠EIB＝∠CBG

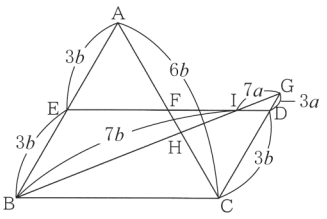
よって，2 組の角がそれぞれ等しいので，△EBI∽△CGB

BI：GB＝BE：GC より，BI：BE＝GB：GC＝7：3

よって，正の数 b を用いて，BI＝$7b$，BE＝$3b$ と表せる。

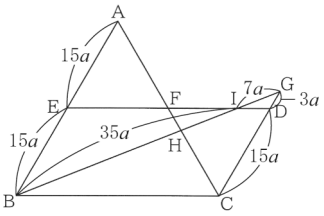
AE＝EB＝$3b$ より，AB＝AC＝$6b$

図2



ここで，△ABC と△GBC の周の長さが等しいから，AB＋AC＋BC＝GB＋GC＋BC より，
AB＋AC＝GB＋GC　　$6b+6b=(7a+7b)+(3a+3b)$　　b について解くと，$b=5a$
よって，BI＝$7b=7\times5a=35a$，AB＝$6b=6\times5a=30a$，
GC＝$3a+3b=3a+3\times5a=18a$ で**図３**のようになる。

図３



BI：IG＝$35a:7a=5:1$ より，IG＝$\frac{1}{5+1}$BG＝$\frac{1}{6}$BG
また，AB // GC より，BH：HG＝AB：GC＝$30a:18a=5:3$ だから，HG＝$\frac{3}{5+3}$BG＝$\frac{3}{8}$BG

よって，HG：IG＝$\frac{3}{8}$BG：$\frac{1}{6}$BG＝9：4 だから，
HI：IG＝(9－4)：4＝5：4

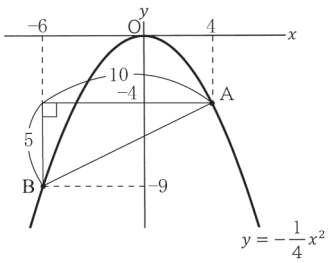
数-25-公-滋賀-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

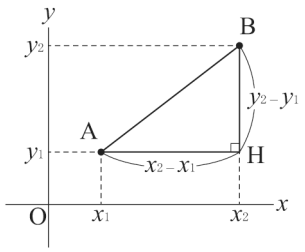
問１　関数 $y=ax^2$ のグラフと，関数 $y=-ax^2$ のグラフは x 軸について対称だから，$y=\frac{1}{4}x^2$

問２　A(4，－4)，B(－6，－9) より，**図１**のような線分 AB を斜辺とする直角三角形を考えると，三平方の定理より，
$AB^2=5^2+10^2=125$
AB＞0 より，$AB=5\sqrt{5}$

図１



これだけは！ ２点間の距離



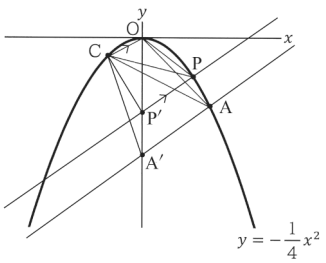
△ABH で三平方の定理より，
$AB^2=AH^2+BH^2$
$=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$
AB＞0 より，
$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$=\sqrt{(x\text{座標の差})^2+(y\text{座標の差})^2}$

問３　**(1)** ２点 P，R は y 軸について対称だから，$P\left(t,\ -\frac{1}{4}t^2\right)$，$R\left(-t,\ -\frac{1}{4}t^2\right)$

点 Q の y 座標は－4 だから，PQ＝PR より，$-\frac{1}{4}t^2-(-4)=t-(-t)$
これを整理すると，$t^2+8t-16=0$　　これを解くと，$t=-4\pm4\sqrt{2}$　　$0<t<4$ より，$t=-4+4\sqrt{2}$

(2) 点 P を通り，直線 CO と平行な直線が y 軸と交わる点を P′，点 A を通り，直線 CO と平行な直線が y 軸と交わる点を A′とする。

図2



CO // P′P より，△OCP′＝△OCP

CO // A′A より，△OCA′＝△OCA

よって，△OCP：△OCA＝△OCP′：△OCA′＝OP′：OA′ …①

C(−2，−1)より，直線 CO の傾きは，$\frac{0-(-1)}{0-(-2)}=\frac{1}{2}$

直線 P′P の式は，$y=\frac{1}{2}x+b$ と表され，$\mathrm{P}\left(t,\ -\frac{1}{4}t^2\right)$を通ることから，$-\frac{1}{4}t^2=\frac{1}{2}t+b$ より，

$b=-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t$

よって，$\mathrm{OP}'=0-\left(-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t\right)=\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t$

直線 A′A の式は，$y=\frac{1}{2}x+c$ と表され，A(4，−4)を通ることから，$-4=\frac{1}{2}\times4+c$ より，

$c=-6$　　よって，$\mathrm{OA}'=0-(-6)=6$

①より，$\triangle\mathrm{OCP}:\triangle\mathrm{OCA}=\mathrm{OP}':\mathrm{OA}'=\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t\right):6=(t^2+2t):24$

よって，△OCP の面積は，△OCA の面積の$\frac{t^2+2t}{24}$倍である。

数-25-公-滋賀-KS-04

4 【規則性】

問1　10 段目の左端のカードに書かれた奇数は，10×2−1＝19

よって，10 段目に並ぶ奇数は，19，21，23，……だから，10 段目の左から 3 番目のカードに書かれた奇数は 23 である。

問3　各段の右端のカードに書かれた奇数を取り出して考えると，1，7，13，19，……と，6 ずつ増えていく数列となっていることがわかる。これは，6×1−5，6×2−5，6×3−5，6×4−5，……と表すことができるので，n 段目の右端のカードに書かれた奇数は $6n-5$ となる。

ここで，$6n-5=2025$ を解くと，$n=338.333\cdots$だから，2025 が書かれたカードは 339 段目にはじめて並ぶ。

339 段目の左端のカードに書かれた奇数は，339×2−1 と表される。よって 339 段目は，左から 339×2−1，340×2−1，341×2−1，……と並ぶ。2025 は，1013×2−1 と表されるから，339×2−1 から 1013×2−1 までの奇数は全部で，1013−339＋1＝675(個) ある。

よって，2025 が書かれたカードは，339 段目の左から 675 番目にはじめて並ぶ。