H29　島根県　公立　数学　問題

数-17-公-島根-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えなさい。

問１　$9\div(-6)\times(-2)$　を計算しなさい。

問２　$\sqrt{18}+\sqrt{50}-3\sqrt{8}$　を計算しなさい。

問３　等式　$2a+3b=6c$　を b について解きなさい。

問４　方程式　$x^2+5x-4=0$　を解きなさい。

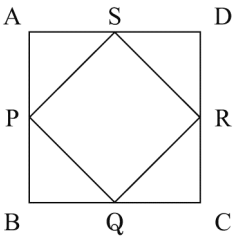
問５　y は x に比例し，$x=12$ のとき $y=-8$ である。$x=-3$ のときの y の値を求めなさい。

問６　四角形 ABCD の 4 辺 AB，BC，CD，DA の中点を，それぞれ P，Q，R，S とする。このとき，**図１**のように，四角形 ABCD が正方形の場合，4 辺の中点を結んでできる四角形 PQRS も正方形となる。

このように，四角形 ABCD と内側にできる四角形 PQRS が同じ呼び方となるのは，四角形 ABCD がどのような場合か。次の**ア**～**エ**から**正しいもの**を**すべて**選び，記号で答えなさい。

ただし，ここでは正方形を長方形や平行四辺形などと呼ばないように，四角形は最もふさわしい呼び方で考えるものとする。

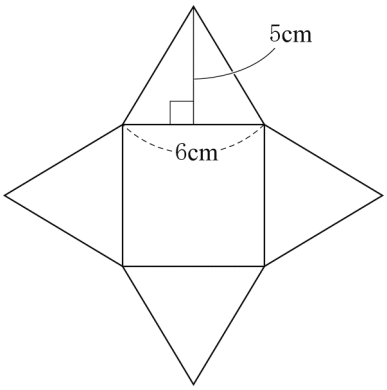
図１



ア　台形　　**イ**　平行四辺形　　**ウ**　長方形　　**エ**　ひし形

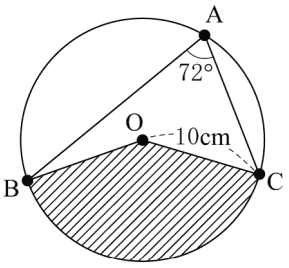
問７　**図２**は１辺が 6 cm の正方形のまわりに，それぞれの辺を底辺とし，高さが 5 cm の二等辺三角形を 4 枚並べたものである。この図形を組み立ててできる正四角錐（せいしかくすい）の体積を求めなさい。

図２



問８　**図３**のように，半径 10 cm の円 O の周上に 3 点 A，B，C がある。∠BAC＝72° のとき，斜線部分の面積を求めなさい。

図３



問９　A 中学校の図書委員会では,「3 年生 40 人が 1 学期間に図書館から借りた本の冊数」について調べ，資料を整理しようと考えた。この資料の傾向を読み取るとき，次の**ア**～**エ**の説明の中で**誤っているもの**を**すべて**選び，記号で答えなさい。

ア　同じ資料でも，階級の幅が異なるとヒストグラムから読み取ることができる傾向が異なる場合がある。

イ　資料の中央値は，その資料の平均値よりも必ず大きな値となる。

ウ　資料の中央値，最頻値を調べると，本の冊数は整数の値なので，両方の値とも必ず整数の値となる。

エ　「B 中学校の 3 年生 210 人が 1 学期間に図書館から借りた本の冊数」についての資料と分布のようすを比較しようとする場合は，相対度数を用いる。

2 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ 1 , 2 , 3 , 4 の 4 枚のカードがある。このカードをよく切ってから続けて 2 枚引き，1 枚目を十の位，2 枚目を一の位として 2 桁の整数をつくる。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 2 桁の整数は全部で何通りできるか求めなさい。

(2) 2 桁の整数が 3 の倍数となる確率を求めなさい。

(3) 最初の 4 枚のカードのうち，3 のカードを 5 のカードに入れかえて，同様に 2 桁の整数をつくる。このときできる整数は，カードを入れかえる前と比べて 3 の倍数になりやすいか，なりにくいか，変わらないか，次の**ア**～**ウ**から**１つ**選び記号で答えなさい。また，選んだ理由を確率の考え方を使って，具体的に**数値を示しながら**説明しなさい。

ア なりやすい　　**イ** なりにくい　　**ウ** 変わらない

問２　連続する 3 つの偶数の和が，どんな数になるか調べてみた。

2，　4，　6 のとき，　2 ＋ 4＋ 6＝12

10，12，14 のとき，　10＋12＋14＝36

12，14，16 のとき，　12＋14＋16＝42

・
・
・

これらの結果から，その和は 6 の倍数になっていることに気がついた。

そこで，次のような予想を立てた。

【予想】連続する 3 つの偶数の和は，いつも 6 の倍数となる。

この**【予想】**が正しいことを次のように説明した。

【説明】

整数 n を使って，連続する 3 つの偶数の最小の数を $2n$ とすると，

連続する 3 つの偶数は，$2n$，［ア］，［イ］と表される。

このとき，連続する 3 つの偶数の和は

$2n$＋［ア］＋［イ］

＝［ウ］

$=6(n+1)$

となる。

n は整数だから，$n+1$ も整数となる。

よって，［エ］×(整数) の形で表されるので，予想は正しいといえる。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 上の**【説明】**の［ア］～［エ］にあてはまる数または式を答えなさい。

(2) 整数の性質について，次の形式に合う事柄を**１つ**見つけて答えなさい。ただし，上の**【予想】**以外で，**【説明】**のようにいつも正しいといえるものを答えること。

なお，「連続する 3 つの整数の和は整数となる。」，「連続する 3 つの整数の積は整数となる。」という解答は除くこと。

連続する 3 つの		となる。

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

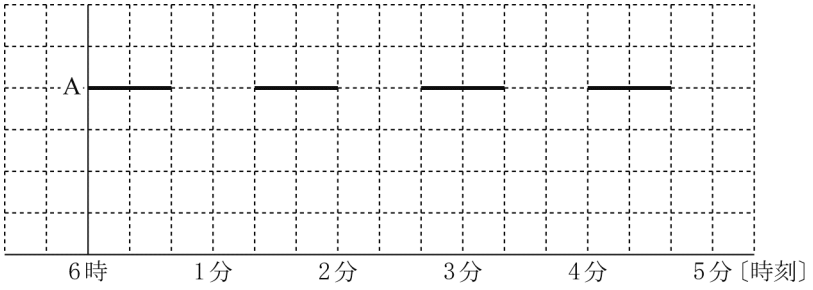
問１　2 つの歩行者用信号機 A，B がある。この 2 つの信号機は次のような動作をくり返す。ただし，点滅した状態は考えないものとする。

信号機 A は 40 秒間赤色になると，その後 40 秒間青色になる。 信号機 B は 20 秒間赤色になると，その後 40 秒間青色になる。

午前 6 時ちょうどに 2 つの信号機は同時に青色から赤色へかわることがわかっている。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) **図１**のように信号機が赤色のときを太線で表すと，午前 6 時 3 分 30 秒に信号機 A は青色を示していることがわかった。同じ時刻に信号機 B は何色を示しているか答えなさい。

図１

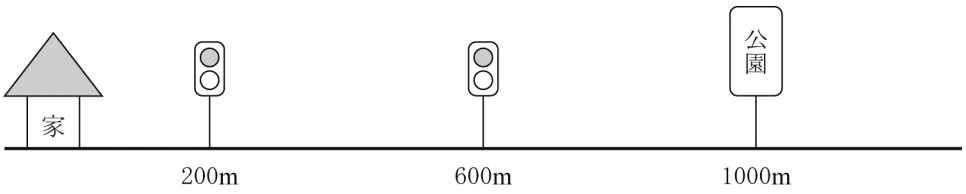


(2) 午前 6 時ちょうどの次に，2 つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは午前何時何分何秒か，答えなさい。

(3) 2 つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは，午前 6 時ちょうどから午前 6 時 30 分 0 秒までの間に何回あるか求めなさい。ただし，午前 6 時ちょうどは回数に加えないものとする。

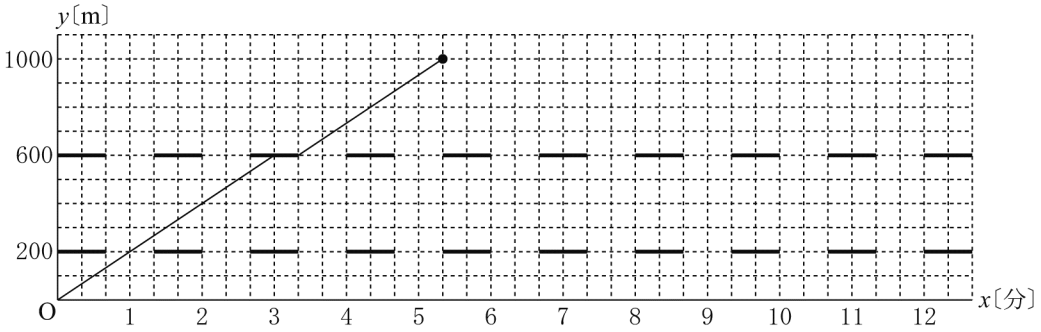
問２　K さんは午前 6 時ちょうどに家を出発し，1000 m 離れた公園までの往復の道のりをジョギングしようと考えている。公園までの途中には，**図２**のように家から 200 m，600 m 離れた地点に，**問１**で考えた信号機 A と同じ動作をくり返す信号機がある。

図２



K さんは，家を出発してから x 分後における K さんと家の距離を y m として，x と y の関係をグラフに表そうとしている。行きと帰りそれぞれ常に一定の速さで走り，信号機が赤色の場合はその場で停止し，信号機が青色へかわるとすぐに走り出すことにする。**図３**は家を出発してから公園に到着するまでのようすをグラフに表したものである。ただし，信号機の赤色を示す太線を**図１**と同様に記入している。下の(1)～(3)に答えなさい。

図３



(1) 家から公園に向かう K さんの走っているときの速さは分速何 m か，求めなさい。

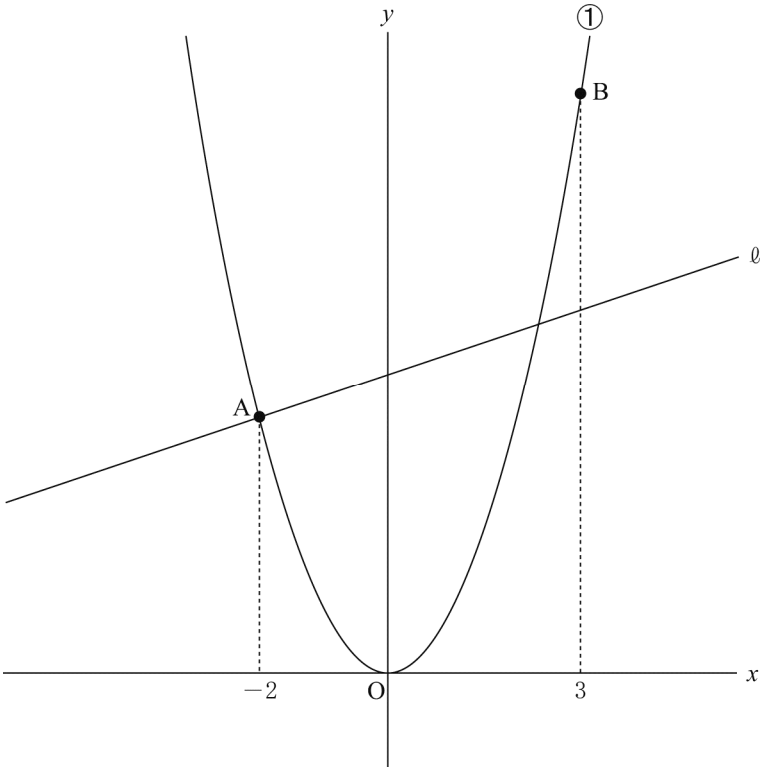
(2) 家から公園に向かうまでの中間地点（家から 500 m の地点）に到達するのは午前何時何分何秒か，求めなさい。

(3) 公園に到着したあと，**休まずに折り返して**家に向かうことにする。K さんが一度も信号で止まらずに家に帰るためには，どのようなグラフになればよいか。K さんの帰りのようすを表すグラフを解答欄に**１つ**かきなさい。ただし，K さんは一定の速さで走り，途中で引き返さないものとする。

数-17-公-島根-問-04

4 図１のように，関数 $y=x^2$……①のグラフ上に２点 A，B があり，その x 座標はそれぞれ-2，3 である。また，点 A を通る直線を ℓ とする。下の**問１～問４**に答えなさい。

図１



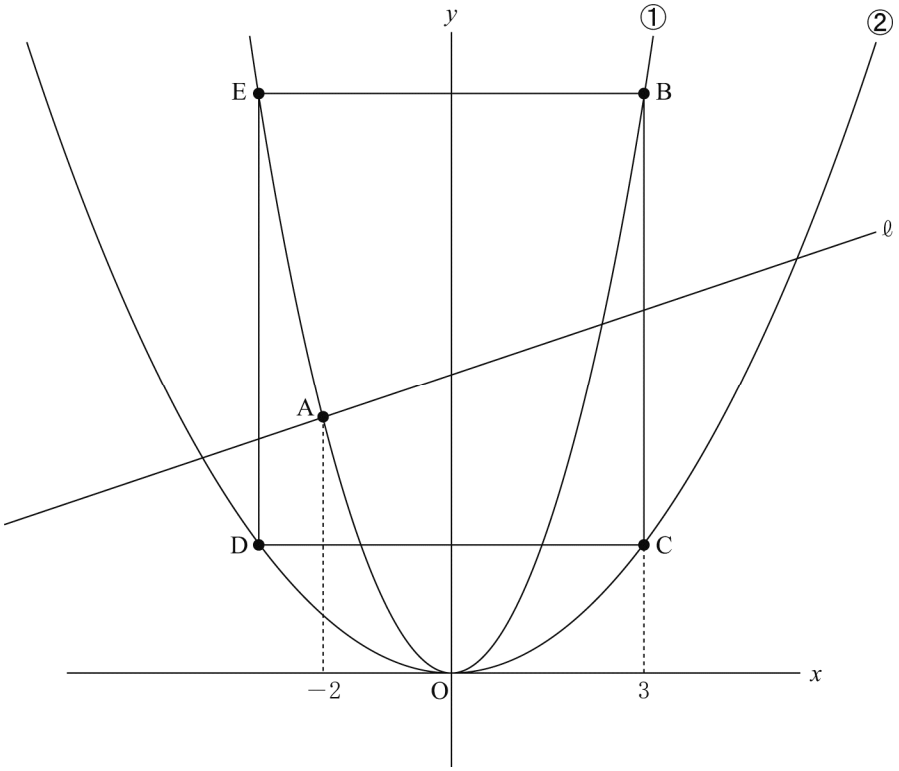
問１　関数①について，x の変域が$-2 \leqq x \leqq 3$ であるときの y の変域を求めなさい。

問２　関数①について，x の値が-2 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問３　直線 ℓ が点 B を通るとき，直線 ℓ の式を求めなさい。

問４　**図２**のように，関数 $y=ax^2$……②のグラフを**図１**にかき加え，②のグラフ上に点 B と x 座標が等しい点 C をとる。さらに，四角形 BCDE が長方形となるように，点 D，E をグラフ②とグラフ①上にそれぞれとる。ただし，a は 1 より小さい正の数である。下の(1)～(3)に答えなさい。

図２



(1) a の値が大きくなるとき，辺 BC の長さはどうなるか，次の**ア**～**ウ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。

ア　長くなる	**イ**　短くなる	**ウ**　変わらない

(2) 長方形 BCDE が正方形となるとき，a の値を求めなさい。

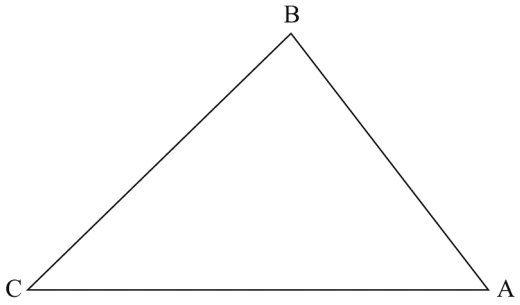
(3) 直線 ℓ が長方形 BCDE の面積を 2 等分するとき，直線 ℓ は点 A のほかに**どのような点**を通る直線であるか，次の形式に合うように答えなさい。

直線 ℓ は点 A と		を通る直線である。

5 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

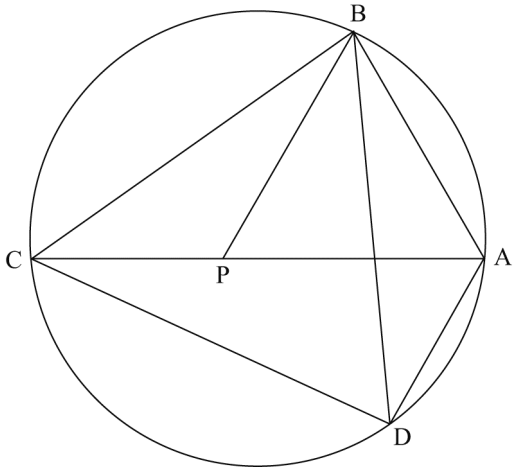
問１　**図１**の△ABC の辺 AC 上に AP＝BP となる点 P を定規とコンパスを用いて作図しなさい。また，点 P を示す文字も書きなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図１



問２　**図２**のように，4 点 A，B，C，D が同一円周上にあり，△BCD は正三角形である。線分 AC 上に AP＝BP となる点 P をとるとき，下の(1)～(3)に答えなさい。

図２

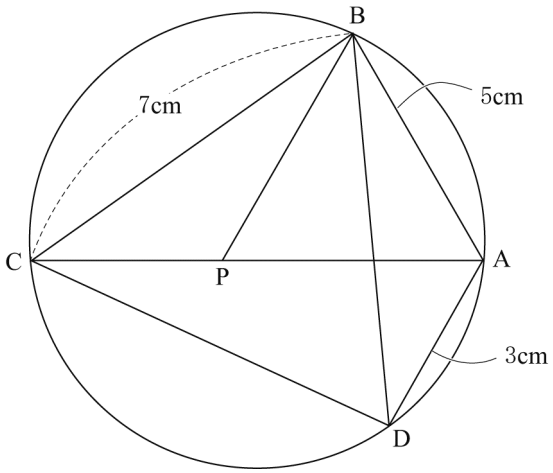


(1) ∠BAD の大きさを求めなさい。

(2) △PAB は正三角形であることを証明しなさい。

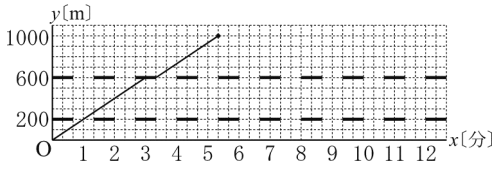
(3) **図３**のように，AB＝5 cm，AD＝3 cm，BC＝7 cm の関係にある。このとき，四角形 ABCD の面積を求めなさい。

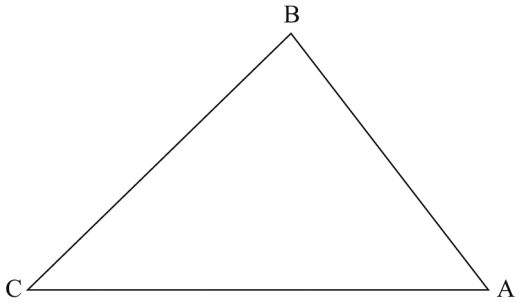
図３



H29　島根県　公立　数学　解答用紙

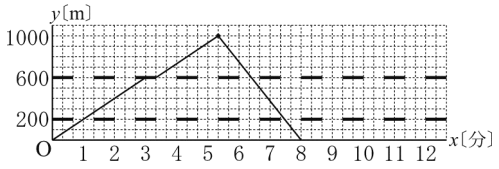
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-島根-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３	$b=$		
		問４	$x=$		
		問５	$y=$		
		問６			
		問７	cm^3		
		問８	cm^2		
		問９			
数-17-公-島根-KY-02	2	問１	(1)　　通り		
			(2)		
			(3)　【記号】		
			(3)　【説明】		
		問２	(1)　ア，イ　　，		
			(1)　ウ		
			(1)　エ		
			(2)　連続する３つの となる。		

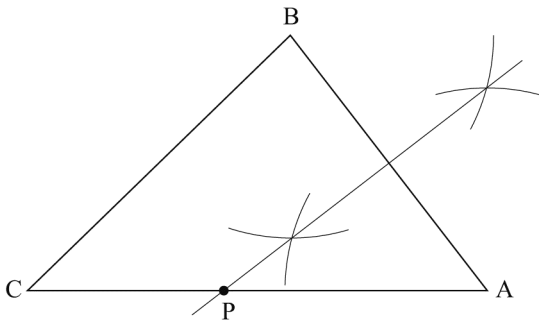
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−17−公−島根−KY−03	3	問１	(1)	色		
			(2)	午前　　時　　分　　秒		
			(3)	回		
		問２	(1)	分速　　m		
			(2)	午前　　時　　分　　秒		
			(3)			
数−17−公−島根−KY−04	4	問１		$\leqq y \leqq$		
		問２				
		問３				
		問４	(1)			
			(2)	$a=$		
			(3)	直線ℓは点Aと を通る直線である。		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−17−公−島根−XY−05	5	問１	〔作図〕  			
		問２	(1)	°		
			(2)	〔証明〕		
			(3)	cm^2		

H29　島根県　公立　数学　解答

	問題番号		解答			配点	備考
数-17-公-島根-K-01	1	問1	3			1	
		問2	$2\sqrt{2}$			1	
		問3	$b=\dfrac{6c-2a}{3}$			1	
		問4	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{2}$			1	
		問5	$y=2$			1	
		問6	イ			2	
		問7	48　cm^3			2	
		問8	40π　cm^2			2	
		問9	イ，ウ			2	
数-17-公-島根-K-02	2	問1	(1)	12　通り		1	
			(2)	$\dfrac{1}{3}$		2	
			(3)	【記号】	ア	1	
				【説明】	入れかえたあとの確率は$\dfrac{2}{3}$となり，入れかえる前と比べて確率が大きくなるから。	2	
		問2	(1)	ア，イ	$2n+2$，$2n+4$	1	
				ウ	$6n+6$	1	
				エ	6	1	
			(2)	連続する3つの整数の和は，いつも3の倍数となる。		2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-島根-K-03	3	問１	(1)	青　色	1	
			(2)	午前　6 時 4 分 0 秒	1	
			(3)	7　回	2	
		問２	(1)	分速　200　m	1	
			(2)	午前　6 時 2 分 30 秒	1	
			(3)		2	
数-17-公-島根-K-04	4	問１		$0 \leqq y \leqq 9$	1	
		問２		-2	1	
		問３		$y=x+6$	2	
		問４	(1)	イ	1	
			(2)	$a=\frac{1}{3}$	2	
			(3)	直線 ℓ は点 A と 長方形 BCDE の対角線 BD，CE の交点 を通る直線である。	2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-17-公-島根-K-05	5	問１		〔作図〕  	2	
		問２	(1)	120　°	2	
			(2)	〔証明〕 △BCD は正三角形だから　∠CDB＝60° 弧 BC の円周角より　∠PAB＝∠CDB よって　∠PAB＝60°　……① AP＝BP より二等辺三角形の底角は等しいから ∠PBA＝∠PAB　……② 三角形の内角の和は 180° であるから，①，②より ∠APB＝60°　……③ ①，②，③より，3 つの角がすべて 60° の三角形となるので，△PAB は正三角形である。	3	
			(3)	$16\sqrt{3}$　cm^2	2	

※記述で答える問いについては，表現が異なっていても正解答と同意であればよい。

数-17-公-島根-KS-01

1　**問１**　$9\div(-6)\times(-2)=\dfrac{9\times2}{6}=\dfrac{18}{6}=3$

問２　$\sqrt{18}+\sqrt{50}-3\sqrt{8}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-6\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

問３　$2a+3b=6c$　$2a$ を右辺に移項すると，$3b=6c-2a$　両辺を 3 で割ると，$b=\dfrac{6c-2a}{3}$

問４　解の公式より，$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{2}$

問５　$y=ax$ として，$x=12$，$y=-8$ を代入すると，$-8=a\times12$　$a=-\dfrac{2}{3}$

$y=-\dfrac{2}{3}x$ に $x=-3$ を代入して，$y=-\dfrac{2}{3}\times(-3)=2$

問６　四角形 ABCD が台形のとき，四角形 PQRS は平行四辺形になる。
四角形 ABCD が平行四辺形のとき，四角形 PQRS も平行四辺形になる。
四角形 ABCD が長方形のとき，四角形 PQRS はひし形になる。
四角形 ABCD がひし形のとき，四角形 PQRS は長方形になる。

問７　この正四角錐の高さを h cm とする。
1 辺が 6 cm の正方形において，対角線の交点から辺までの距離は $6\div2=3$ (cm)
よって，三平方の定理より，$3^2+h^2=5^2$　$h^2=16$　$h>0$ より，$h=4$
求める体積は，$\dfrac{1}{3}\times(6\times6)\times4=48$ (cm^3)

問８　円周角の定理より，$\angle BOC=2\angle BAC=2\times72^\circ=144^\circ$
よって，斜線部分の面積は，$\pi\times10^2\times\dfrac{144}{360}=100\pi\times\dfrac{2}{5}=40\pi$ (cm^2)

問９　**ア**と**エ**は正しい。
イ　たとえば 4 冊が 30 人，6 冊が 10 人のとき，中央値は 4 冊，平均値は 4.5 冊となる。
ウ　たとえば 4 冊が 15 人，5 冊が 5 人，6 冊が 20 人のとき，中央値は 5.5 冊，最頻値は 6 冊となる。

数-17-公-島根-KS-02

2　**問１**　(1)　12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43 の 12 通り。

(2) 3 の倍数となる場合は，12，21，24，42 の 4 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

(3) 3 のカードを 5 のカードに入れかえたとき，できる 2 桁の整数は，12，14，15，21，24，25，41，42，45，51，52，54 の 12 通り。このうち，3 の倍数となる場合は，12，15，21，24，42，45，51，54 の 8 通り。よって，確率は，$\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$ となるから，カードを入れかえる前と比べて確率が大きくなり，3 の倍数になりやすいといえる。

問２　(1) **ア**，**イ**　連続する偶数は 2 ずつ増えるので，最小の数を $2n$ とすると，$2n+2$，$2n+4$ となる。
ウ　$2n+2n+2+2n+4=6n+6$
エ　$6(n+1)$ という式において，n は整数だから，$n+1$ も整数である。$6\times$(整数) の形で表されることから，6 の倍数であるといえる。

(2)　「連続する 3 つの奇数の和は，いつも 3 の倍数となる。」，「連続する 3 つの整数の積は，いつも 6 の倍数となる。」，「連続する 3 つの 3 の倍数の和は，いつも 9 の倍数となる。」などがある。

数-17-公-島根-KS-03

3 **問1** (1) 信号機Bについては,

午前6時0分0秒～午前6時0分20秒→赤　午前6時0分20秒～午前6時1分0秒→青
午前6時1分0秒～午前6時1分20秒→赤　午前6時1分20秒～午前6時2分0秒→青
午前6時2分0秒～午前6時2分20秒→赤　午前6時2分20秒～午前6時3分0秒→青
午前6時3分0秒～午前6時3分20秒→赤　午前6時3分20秒～午前6時4分0秒→青　……

よって，午前6時3分30秒に信号機Bは青色を示している。

(2) 信号機Aは，青色から赤色へかわってから，次に青色から赤色へかわるまでに，40＋40＝80(秒)かかる。同様に，信号機Bは，20＋40＝60(秒)かかる。よって，80と60の最小公倍数は240だから，午前6時ちょうどの次に，2つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは，午前6時の240秒後（午前6時4分0秒）である。

(3) 午前6時ちょうどから午前6時30分0秒までは，60×30＝1800(秒)である。
1800÷240＝7余り120より，7回あることがわかる。

問2 (1) 3分間に600 m走っているから，600÷3＝200より，分速200 m

(2) 500÷200＝2.5(分)　2.5分＝2分30秒だから，午前6時2分30秒である。

(3) たとえば，2点$\left(\frac{16}{3},\ 1000\right)$，$\left(\frac{23}{3},\ 200\right)$を通る直線のグラフ$(0\leqq y\leqq 1000)$をかけばよい。

数-17-公-島根-KS-04

4 **問1** xの変域に0を含むから，yの値が最小となるのは，$x=0$のときで，$y=0$
yの値が最大となるのは，-2と3で絶対値の大きい$x=3$のときで，$y=3^2=9$　よって，yの変域は，
$0\leqq y\leqq 9$

問2 関数$y=x^2$について，$x=-2$のとき$y=(-2)^2=4$，$x=0$のとき$y=0$
よって，求める変化の割合は，$\frac{0-4}{0-(-2)}=-2$

問3 2点A，Bを通る直線の式を求めればよい。**問1**，**問2**の結果から，A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$
2点A，Bを通る直線の傾きは，$\frac{9-4}{3-(-2)}=1$　求める直線の式を$y=x+b$として，
$x=3$，$y=9$を代入すると，$9=3+b$　$b=6$　よって，求める式は，$y=x+6$

問4 (1) 関数$y=ax^2(0<a<1)$のグラフは，aの値が大きくなると，開き方が小さくなる。
点Cのy座標が大きくなるので，点Bのy座標から点Cのy座標をひいた差は小さくなる。
つまり，辺BCの長さは短くなる。

(2) $y=ax^2$に$x=3$を代入して，$y=a\times 3^2=9a$　よって，C$(3,\ 9a)$
ここで，点Bのy座標と点Eのy座標は等しくなり，この2点はy軸について対称だから，
B$(3,\ 9)$より，E$(-3,\ 9)$，同様にして，C$(3,\ 9a)$より，D$(-3,\ 9a)$
よって，長方形BCDEが正方形となるとき，BC＝BEが成り立つから，BC＝$9-9a$，
BE＝$3-(-3)=6$より，$9-9a=6$　$-9a=-3$　$a=\frac{1}{3}$

(3) 長方形の対角線の交点を通る直線は，その長方形の面積を2等分する。
また，長方形の面積を2等分する直線は，その長方形の対角線の交点を通る。
これらのことは，平行四辺形，ひし形，正方形においても成り立つ。

数-17-公-島根-KS-05

5 **問1** 2点A，Bから等しい距離にある点は，線分ABの垂直二等分線上にある。
つまり，△ABCにおいて，AP＝BPとなる点Pは，辺ABの垂直二等分線上にある。
よって，辺ABの垂直二等分線をかき，辺ACとの交点をPとすればよい。

問2 (1) 正三角形の1つの内角の大きさは60°である。
円周角の定理より，∠BAC＝∠BDC＝60°，∠CAD＝∠CBD＝60°
∠BAD＝∠BAC＋∠CAD＝60°＋60°＝120°

(2) 正三角形は3つの辺がすべて等しいか，3つの角の大きさがすべて等しいことを証明すればよい。

(3) 四角形 ABCD の面積は，△ABC の面積と△ADC の面積の面積の和になるから，それぞれの三角形の面積を求める。点 B，D から線分 AC にそれぞれ垂線をひき，その交点をそれぞれ Q，R とする。このとき，円周角の定理より，∠CAD＝∠CBD＝60°，∠BAC＝∠BDA＝60° となるから，△ABQ，△ADR は，3 つの角が 90°，30°，60° である直角三角形になることがわかる。

ここで，BD＝BC，AB＝PB，∠ABD＝∠PBC より，△ABD≡△PBC がいえるので，PC＝AD＝3 cm

よって，$BQ=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times5=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (cm)　$DR=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (cm)となるから，

△ABC の面積は，$\frac{1}{2}\times(5+3)\times\frac{5\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$ (cm^2)

△ADC の面積は，$\frac{1}{2}\times(5+3)\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ (cm^2)

したがって，四角形 ABCD の面積は，$10\sqrt{3}+6\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ (cm^2)