H31　島根県　公立　数学　問題

数-19-公-島根-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えなさい。

問１　$-9-6\div3$　を計算しなさい。

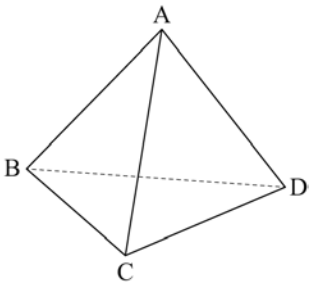
問２　$3a+2-\left(\frac{1}{3}a+1\right)$　を計算しなさい。

問３　90　を素因数分解しなさい。

問４　$(\sqrt{8}+1)(\sqrt{2}-3)$　を計算しなさい。

問５　**図１**の四面体 ABCD において，辺を直線とみたとき，直線 AB とねじれの位置にある直線を答えなさい。

図１



問６　n 角形の外角の和は，次のようにして求めることができる。

(n 角形の内角の和)＋(n 角形の外角の和)＝180 °×n　だから， ［　**ア**　］＋(n 角形の外角の和)＝180 °×n これを解いて，(n 角形の外角の和)＝［　**イ**　］ °

［　**ア**　］にあてはまる式，［　**イ**　］にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

問７　**図２**のように，1，2，3，4 の数字が書かれた 4 個の玉が入った袋がある。この袋の中から，2 個の玉を 1 個ずつ順に取り出す。

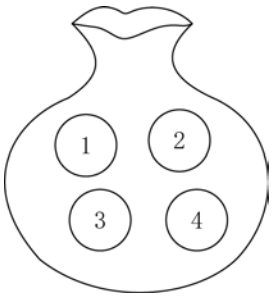
1 個目の玉に書かれた数を a，2 個目の玉に書かれた数を b とするとき，

$$a^2\times b\div 2ab^2=1$$

が成り立つ確率を求めなさい。

ただし，どの玉の取り出し方も同様に確からしいとする。

図２



問８　**表**は，ある部活動の 1 年生 7 人，2 年生 8 人のハンドボール投げの記録である。1 年生の記録の**中央値**と 2 年生の記録の**中央値**が等しいとき，x の値を求めなさい。

表　ハンドボール投げの記録（m）

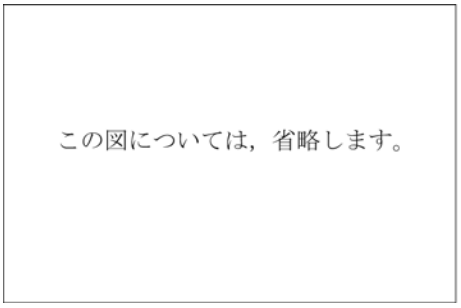
1年生	16	20	15	9	11	18	10	
2年生	17	13	20	22	x	12	14	10

問９　x，y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx-2ay=8 \end{cases}$ の解が，$x=2$，$y=3$ であるとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

2 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**は，2020 年の東京オリンピックと東京パラリンピックのエンブレムである。このデザインはどちらも 3 種類の四角形を組み合わせてできており，「多様性と調和」のメッセージが込められている。この（エンブレムの）3 種類の四角形は島根県の見解による。

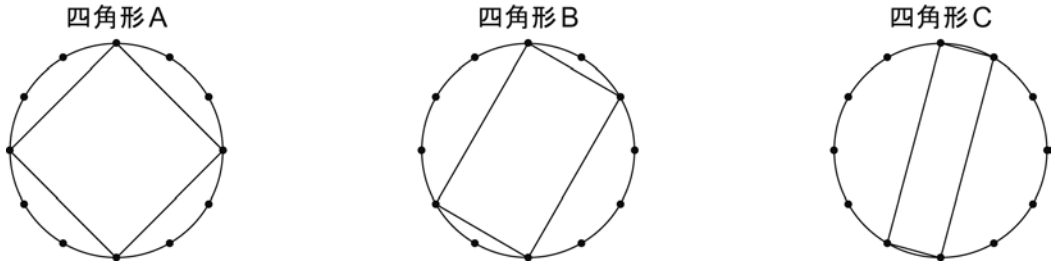
図１



公益財団法人
東京オリンピック・パラリンピック
競技大会組織委員会ホームページより

このエンブレムで使われている 3 種類の四角形は，**図２**のように円周を 12 等分した点を結んでつくることができる。ここでは，それぞれの四角形を**四角形Ａ**，**四角形Ｂ**，**四角形Ｃ**とする。下の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

図２

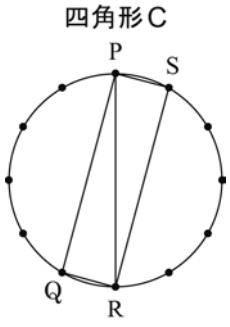


(1) 次の**ア**～**エ**は**四角形Ａ**，**四角形Ｂ**，**四角形Ｃ**の角や対角線について述べたことがらである。このうち，**四角形Ａだけにあてはまるもの**を**１つ**選び，記号で答えなさい。

ア　4 つの角がすべて等しい	**イ**　対角線がそれぞれの中点で交わる
ウ　対角線の長さが等しい	**エ**　対角線が垂直に交わる

(2) **図３**のように，**四角形Ｃ**の頂点をそれぞれ P，Q，R，S とする。対角線 PR をひいたとき，∠QPR の大きさを求めなさい。

図３



(3) **図２**の円の半径を 1 cm とするとき，**四角形Ｂ**の面積を求めなさい。

問２　**表**は，ある給食センターでエネルギーの計算をするときに使われる，食品の廃棄率と可食部 100 g に含まれるエネルギーをまとめたものである。ここでは，可食部は食品の食べられる部分であり，廃棄率は食品全体の重さに対する廃棄部 (可食部以外の部分) の割合であるとする。

表

食品	廃棄率 (%)	可食部 100 g に含まれるエネルギー（kcal（キロカロリー））
みかん	20	45
りんご	15	60
バナナ	40	80

また，食品全体の重さから可食部の重さを求めるためには，次の**計算式**を使う。

計算式

$$\boxed{\text{可食部の重さ}} = \left(1 - \frac{\boxed{\text{廃棄率}}}{100}\right) \times \boxed{\text{食品全体の重さ}}$$

例えば，130 g のみかん 1 個の可食部の重さは，**表**と**計算式**を使うと$\left(1-\frac{20}{100}\right)\times 130 = 104$ (g) となる。**表**と**計算式**を使って，次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

(1) 200 g のりんご 1 個の可食部の重さを求めなさい。

(2) 1 本 150 g のバナナ x 本の可食部に含まれるエネルギーを y **kcal** とするとき，y を x の式で表したものとして最も適当なものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。

ア　$y=36x$　　**イ**　$y=48x$　　**ウ**　$y=72x$　　**エ**　$y=90x$

(3) 1 個 200 g のりんご 12 個の可食部に含まれるエネルギーは 1224 **kcal** である。これは，1 本 150 g の**バナナ何本**の可食部に含まれるエネルギーと同じであるか，求めなさい。

数-19-公-島根-問-03

3 部活動でチーム名をプリントしたTシャツをつくることになり，**アキさん**と**ハルさん**が相談をしている。次の**会話**を読んで，あとの**問1**，**問2**に答えなさい。

会話

アキさん「できあがりのTシャツの品質が同じ**A**社と**B**社の料金を調べてみたよ。どちらに注文したほうが安くなるのかな。」

A社

基本料金	7500円
Tシャツ代	1枚につき　550円
プリント代	1枚につき　150円

B社

基本料金	12500円
Tシャツ代	1枚につき　450円
プリント代	1枚につき　100円

ハルさん「**A**社も**B**社もまず基本料金が必要だね。基本料金の他には，Tシャツ代とプリント代が注文する枚数分だけかかるんだね。」

代　金	＝	基本料金	＋	Tシャツ代(枚数分) プリント代(枚数分)

アキさん「10枚注文するときの代金を計算してみると，**A**社は14500円，**B**社は［**ア**］円だから10枚注文するときには**A**社のほうが安くなるね。」

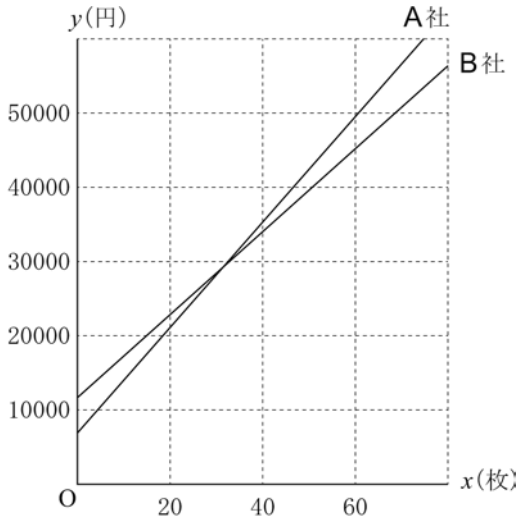
ハルさん「でも，たくさん注文する場合は**B**社のほうが安くなりそうだよ。」

アキさん「そうだね。数学の授業で習った一次関数を利用して調べることができないかな。」

ハルさん「じゃあ，注文するTシャツの枚数をx枚，代金をy円としてみよう。**A**社についてyをxの式で表すと，$y=$［**イ**］となるね。」

アキさん「**B**社も同じように考えて，**A**社と**B**社のxとyの関係をそれぞれグラフに表すと**図1**のようになるね。」

図1



ハルさん「2つの**グラフ**の交点のx座標を求めると，$x=$［**ウ**］だね。」

アキさん「［**ウ**］を小数で表して考えると，34枚以上注文するときから，代金は**A**社より**B**社のほうが安くなることがわかるね。みんなに購入希望枚数をきいてから，**A**社と**B**社のどちらにするかを決めることにしよう。」

問1　**会話**の［**ア**］～［**ウ**］にあてはまる数または式を答えなさい。

問２　ある期間中，**A**社は 20 枚より多く注文すると **20 枚を超えた枚数分**のプリント代が無料となるキャンペーンを行うことがわかった。次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) キャンペーン期間中に**A**社で 40 枚注文するときの代金を求めなさい。

(2) **A**社はキャンペーン期間中で**B**社は通常の料金であるとき，何枚注文しても**B**社より**A**社のほうが安くなる。その理由を，**ハルさん**が**図２**を利用して，次のように説明した。20 枚より多いときの **2 つのグラフの関係**を考えて空欄をうめ，**説明**を完成させなさい。

説明

図２を見ると，20 枚までは**A**社のグラフが**B**社のグラフより常に下側にあるから，**A**社のほうが安くなります。

また，キャンペーン期間中の**A**社のグラフのつづきをかいてみると，

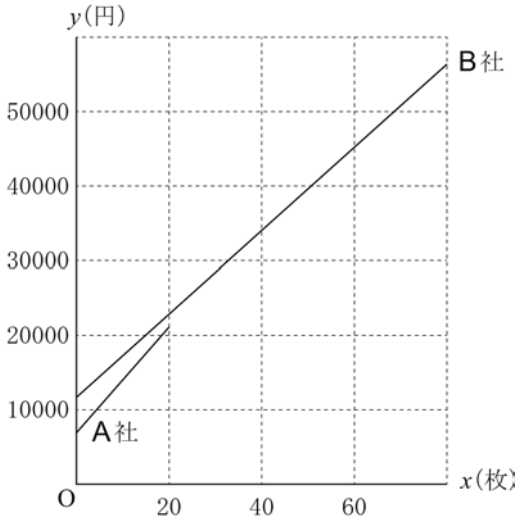
20 枚より多いときは［　　］だから，

A社のグラフが**B**社のグラフより常に下側にあることがわかるので，**A**社のほうが安くなります。

これで，キャンペーン期間中は何枚注文しても**A**社のほうが安くなることがいえます。



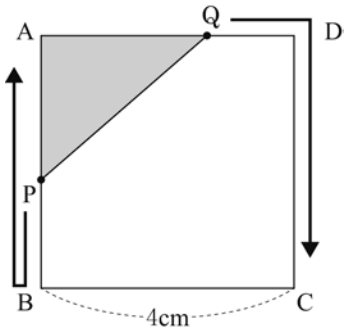
図２



数-19-公-島根-問-04

4 **図1**のように，1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD があり，2 点 P，Q は次の**動き方**にしたがって正方形 ABCD の周上を動く。

図1



動き方

・2 点 P，Q は同時に A を出発する。
・点 P は毎秒 1 cm の速さで動き，辺 AB 上を A から B まで行って折り返し，A にもどって止まる。
・点 Q は**一定の速さ**で動き，周上を A から D を通って C まで行って止まる。

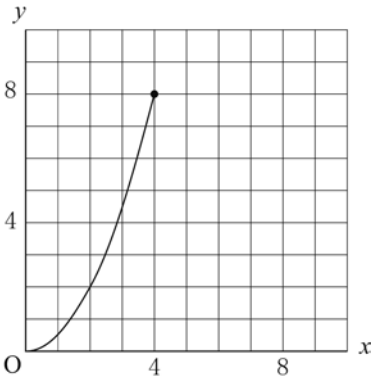
2 点 P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とする。ただし，△APQ ができないときは $y=0$ とする。次の**問1**～**問3**に答えなさい。

問1　点 Q は**毎秒 1 cm** の速さで動くとする。次の**(1)**～**(4)**に答えなさい。

(1) 2 点 P，Q が A を出発してから 3 秒後の△APQ の面積を求めなさい。

(2) **図2**は，点 P が A を出発してから B に行くまでの x と y の関係をグラフに表したものである。このときの y を x の式で表しなさい。ただし，x の変域は答えなくてよい。

図2

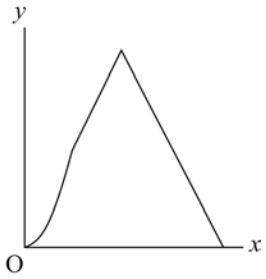


(3) 点 P が A を出発してから再び A にもどって止まるまでの x と y の関係を表すグラフを，**図2**につづきをかいて完成させなさい。

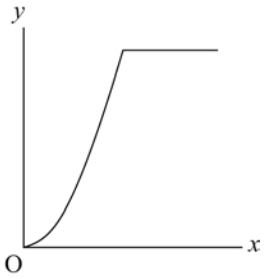
(4) △APQ の面積が 6 cm^2 になるときの x の値を**すべて**求めなさい。

問２　点Ｑは**毎秒２㎝**の速さで動くとする。xとyの関係をグラフに表したものとして最も適当なものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。

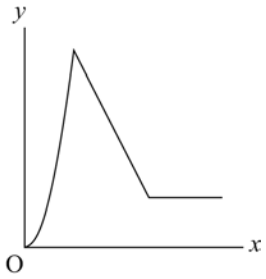
ア



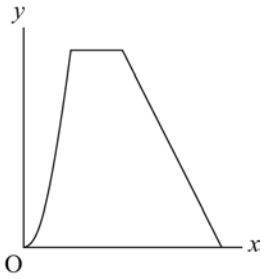
イ



ウ



エ



問３　点Ｑの速さを，毎秒 0.1 cm，毎秒 0.2 cm，毎秒 0.3 cm，…のように変えて，△APQ の面積が 8 cm^2 となる場合を調べた。その結果，わかったことを次のように説明した。次の**説明**を完成させなさい。

説明

△APQ の面積が 8 cm^2 となるのは，次の 2 つの条件がそろったときである。

・ 点Qの速さは毎秒1 cm以上である。
・ 2点P，QがAを出発してから［　　］秒後である。

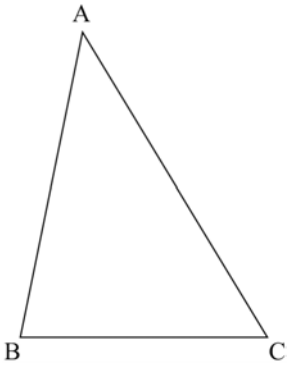
このとき，点 P の位置は［　　］上にあり，点 Q の位置は［　　］上にある。

数-19-公-島根-問-05

５　次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**図１**の△ABC で∠ABC の二等分線を定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

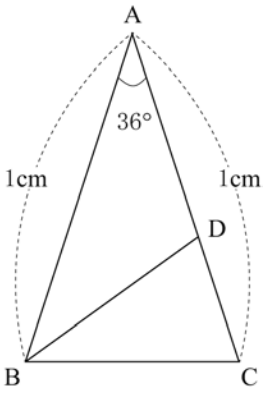
図１



問２　**図２**の△ABC は AB＝AC＝1 cm，∠BAC＝36 °の二等辺三角形であり，点 D は∠ABC の二等分線と辺 AC の交点である。次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

(1) ∠BDC の大きさを求めなさい。

図２



(2) 辺 BC と同じ長さの線分を**すべて**答えなさい。

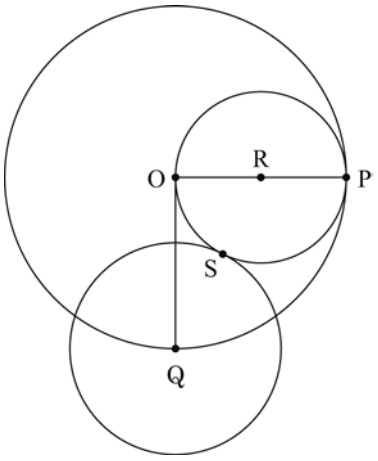
(3) BC＝x cm として，x を求めるための方程式をつくりなさい。また，このときの x の値を求めなさい。

問３　**図３**は次のような**手順 1**～**5** でかかれたものである。ただし，**手順 4** の［　　］については**図３にかかれていない**。下の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

図３のかき方

手順 1…点 O を中心とし，半径 2 cm の円 O_1 をかく。
手順 2…円 O_1 の周上に 2 点 P，Q を∠POQ＝90 °となるようにとる。
手順 3…線分 OP の中点 R を中心とし，半径 1 cm の円 O_2 をかく。
手順 4…［　　］を点 S とする。
手順 5…点 Q を中心として点 S で円 O_2 と接する円 O_3 をかく。

図３



(1) ［　　］に，点 S をどのようにとればよいか説明することがらをかきいれ，**手順 4** を完成させなさい。

(2) 円 O_3 の半径を求めなさい。

(3) **図４**のように，円 O_1 と円 O_3 の交点のうち，点 P に近い方の交点を点 T とする。**図４**の△OQT と**問２**で考えた**図２**の△ABC が相似であることを，次のように証明した。この証明を完成させなさい。

【証明】 △OQT と△ABC において

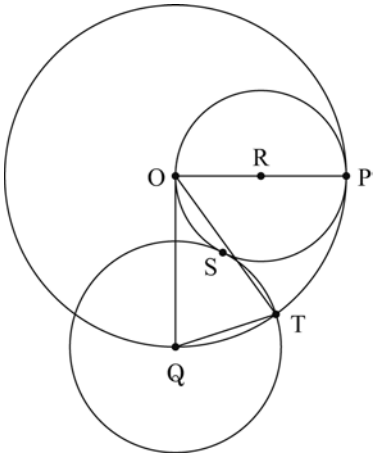
2点Q, Tは円O_1の周上の点だから, OQ＝OT＝2 cm

問２より，AB＝AC＝1 cm

よって，OQ：AB＝OT：AC＝2：1　…①

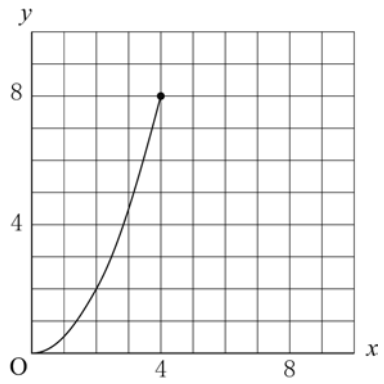
△OQT∽△ABC

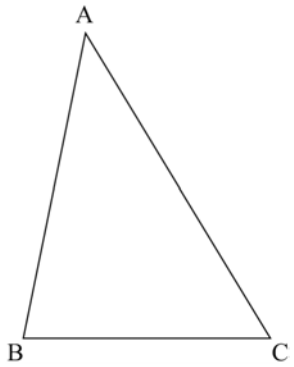
図４



H31　島根県　公立　数学　解答用紙

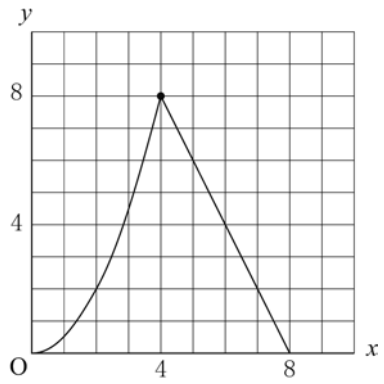
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-島根-KY-01	1	問1				
		問2				
		問3				
		問4				
		問5				
		問6	ア			
			イ			
		問7				
		問8	$x=$			
		問9	$a=$　　, $b=$			
数-19-公-島根-KY-02	2	問1	(1)			
			(2)	°		
			(3)	cm^2		
		問2	(1)	g		
			(2)			
			(3)	本		

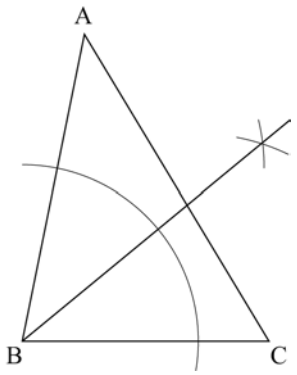
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-島根-KY-03	3	問1	ア			
			イ			
			ウ			
		問2	(1)	円		
			(2)	…20 枚より多いときは だから，A社のグラフが…		
数-19-公-島根-KY-04	4	問1	(1)	cm^2		
			(2)	$y=$		
			(3)			
			(4)	$x=$		
		問2				
		問3	…出発してから　　秒後である。			
			点 P の位置は　　上にあり， 点 Q の位置は　　上にある。			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-島根-KY-05	5	問1		〔作図〕  		
		問2	(1)	。		
			(2)			
			(3)	〔方程式〕		
				〔x の値〕　x＝		
		問3	(1)	**手順 4**…　　を点 S とする。		
			(2)	cm		
			(3)	〔証明〕 △OQT と△ABC において 2 点 Q，T は円 O_1 の周上の点だから， OQ＝OT＝2 cm **問 2** より，AB＝AC＝1 cm よって，OQ：AB＝OT：AC＝2：1　…① △OQT∽△ABC		

H31　島根県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-島根-K-01	1	問1		-11	1	
		問2		$\frac{8}{3}a+1$	1	
		問3		$2\times3^2\times5$	1	
		問4		$1-5\sqrt{2}$	1	
		問5		直線 CD	1	
		問6	ア	$180\ ^\circ\times(n-2)$	1	
			イ	360	1	
		問7		$\frac{1}{6}$	2	
		問8		$x=16$	2	
		問9		$a=-1,\ b=1$	2	
数-19-公-島根-K-02	2	問1	(1)	**エ**	1	
			(2)	15　°	2	
			(3)	$\sqrt{3}$　cm^2	2	
		問2	(1)	170　g	1	
			(2)	**ウ**	1	
			(3)	17　本	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-島根-K-03	3	問1	ア	18000	1	
			イ	$700x+7500$	1	
			ウ	$\frac{100}{3}$	2	
		問2	(1)	32500　円	1	
			(2)	…20 枚より多いときは グラフの傾きはともに 550 で，2 つの直線は平行 だから，A社のグラフが…	2	
数-19-公-島根-K-04	4	問1	(1)	$\frac{9}{2}$　cm^2	1	
			(2)	$y=\frac{1}{2}x^2$	1	
			(3)		2	
			(4)	$x=2\sqrt{3}$，5	2	
		問2	ア		1	
		問3	…出発してから　4　秒後である。		1	
			点 P の位置は　点 B　上にあり， 点 Q の位置は　辺 CD　上にある。		2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-島根-K-05	5	問1		〔作図〕  	1	
		問2	(1)	72　°	1	
			(2)	線分 BD，線分 AD	1	
			(3)	〔方程式〕　$x^2+x-1=0$	2	
				〔x の値〕　$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$	1	
		問3	(1)	**手順 4**…　線分 QR と円 O_2 の交点　を点 S とする。	2	
			(2)	$(\sqrt{5}-1)$　cm	1	
			(3)	〔証明〕 △OQT と△ABC において 2 点 Q，T は円 O_1 の周上の点だから， OQ＝OT＝2 cm **問2** より，AB＝AC＝1 cm よって，OQ：AB＝OT：AC＝2：1　…① また，点 T は円 O_3 の周上の点だから， QT＝$(\sqrt{5}-1)$cm **問2** の **(3)** より，BC＝$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$cm よって，QT：BC＝2：1　…② ①，②より 3 組の辺の比がすべて等しいので， △OQT∽△ABC	2	

記述で答える問いについては，表現が異なっていても正解答と同意であればよい。

数-19-公-島根-KS-01

1　**問1**　$-9-6\div3=-9-2=-11$

問2　$3a+2-\left(\frac{1}{3}a+1\right)=3a+2-\frac{1}{3}a-1=\frac{9}{3}a-\frac{1}{3}a+2-1=\frac{8}{3}a+1$

問3　$90=9\times10=3\times3\times2\times5=2\times3^2\times5$

問4　$(\sqrt{8}+1)(\sqrt{2}-3)=(2\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-3)=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times3+1\times\sqrt{2}-1\times3$
$=4-6\sqrt{2}+\sqrt{2}-3=1-5\sqrt{2}$

問5　2つの直線が「交わらない」「平行でない」の2つを満たすとき，ねじれの位置にあるという。
直線ABに対し，直線AC，AD，BC，BDは交わる。直線CDは直線ABと交わらず，平行でもないので，ねじれの位置にあるといえる。

問6　n角形は1つの頂点から引いた$(n-3)$本の対角線によって，$(n-2)$個の三角形に分けることができるから，n角形の内角の和は，ア$180^\circ\times(n-2)$で求めることができる。
よって，$180^\circ\times(n-2)+$(n角形の外角の和)$=180^\circ\times n$
(n角形の外角の和)$=180^\circ\times n-180^\circ\times(n-2)=180^\circ\times n-180^\circ\times n+360^\circ=$イ$360^\circ$

問7　$a^2\times b\div2ab^2=\frac{a^2\times b}{2ab^2}=\frac{a}{2b}$　よって，$a^2\times b\div2ab^2=1$を簡単にすると，$\frac{a}{2b}=1$　$a=2b$
2個の玉の取り出し方は(1個目，2個目)=(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，1)，(2，3)，(2，4)，(3，1)，(3，2)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3)の12通りあり，そのうち$a=2b$となるのは下線を引いた2通りだから，求める確率は$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

問8　1年生7人の記録を距離が短い順に並べると，9，10，11，15，16，18，20(m)となり，下から4番目の記録が中央値となるから，1年生の中央値は15m
2年生のうち，xmを除いた7人の記録を距離が短い順に並べると，10，12，13，14，17，20，22(m)となる。これにxmを入れた8人の記録について，下から4番目と5番目の記録の平均が2年生の中央値となる。
$x\leqq13$のとき，4番目と5番目の記録は13m，14mなので，中央値は13.5mとなり，1年生の中央値と一致しない。
$17\leqq x$のとき，4番目と5番目の記録は14m，17mなので，中央値は15.5mとなり，1年生の中央値と一致しない。
$13<x<17$のとき，4番目と5番目の記録はxm，14mまたは，14m，xmなので，いずれの場合でも中央値は$\frac{x+14}{2}$mとなる。これが1年生の中央値と一致するとき，$\frac{x+14}{2}=15$だから，$x=16$(m)
これは$13<x<17$に合う。

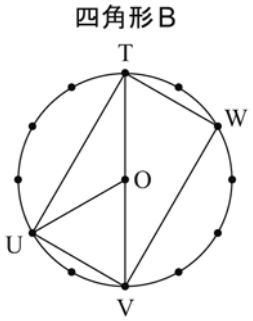
問9　$ax+by=1\cdots①$，$bx-2ay=8\cdots②$とする。①，②にそれぞれ$x=2$，$y=3$を代入すると，
①より，$2a+3b=1\cdots③$，②より，$-6a+2b=8\cdots④$　③×3+④より，$11b=11$　$b=1$
$b=1$を③に代入して，$2a+3=1$　$a=-1$

数-19-公-島根-KS-02

2　**問1**　**(1)**　**四角形A**，**B**，**C**のいずれの場合も，元となる円は1本の対角線によって半円に分けられる。半円の弧に対する円周角は90°だから，**四角形A**，**B**，**C**は4つの角が90°の四角形である。
よって，**四角形A**，**B**，**C**はいずれも長方形の性質である**ア**，**イ**，**ウ**を満たす。
四角形Aの頂点は，元となる円の円周を4等分しているので，等しい弧に対する弦は等しいことから，4辺がすべて等しいといえる。よって，**四角形A**はひし形の性質である**エ**を満たす。**四角形B**，**C**はひし形ではないので**エ**を満たさない。よって，**エ**。

(2) **図3**において，線分 PR は円の直径だから，線分 PR の中点は円の中心である。これを点 O とする。
点 Q と点 O を結ぶと，$\angle QOR=360^\circ\times\frac{1}{12}=30^\circ$
よって，円周角の定理より，$\angle QPR=\frac{1}{2}\angle QOR=\frac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

(3) 右の図のように**四角形B**の頂点をそれぞれ T，U，V，W とする。
線分 TV は円の直径だから，線分 TV の中点は円の中心である。これを点 O とする。



点 U と点 O を結ぶと，$\angle UOV=360^\circ\times\frac{2}{12}=60^\circ$
よって，円周角の定理より，$\angle UTV=\frac{1}{2}\angle UOV=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
半円の弧に対する円周角は 90° だから，$\angle TUV=90^\circ$なので，△TUV は 3 つの角が 30°，60°，90° の直角三角形である。円の半径が 1cm より，TV＝2cm であり，UV：TV：TU＝1：2：$\sqrt{3}$だから，UV＝1cm，TU＝$\sqrt{3}$cm
(1)より，**四角形B**は長方形だから，その面積は，$1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

問2 **(1)** **表**より，りんごの廃棄率は 15%で，りんごの重さは 200g だから，**計算式**に代入して，
$\boxed{\text{可食部の重さ}}=\left(1-\frac{15}{100}\right)\times 200=\frac{85}{100}\times 200=170(\text{g})$

(2) **表**より，バナナの廃棄率は 40%で，バナナ x 本の重さは 150xg だから，**計算式**に代入して，
$\boxed{\text{可食部の重さ}}=\left(1-\frac{40}{100}\right)\times 150x=90x(\text{g})$　**表**より，バナナの可食部 100g に含まれるエネルギーは 80kcal だから，比例式 100：90x＝80：y が成り立つ。よって，100y＝7200x　y＝72x だから，**ウ**。

(3) **(2)**より，バナナの本数(x 本)と可食部に含まれるエネルギー($y$kcal)には y＝72x の関係が成り立つので，y＝72x に y＝1224 を代入して，1224＝72x　x＝17(本)

数-19-公-島根-KS-03

3 **問1** **ア**　**B**社で 10 枚注文する場合の代金は，12500＋(450＋100)×10＝12500＋5500＝18000(円)
イ　**A**社で x 枚注文する場合の代金を y 円とすると，y＝7500＋(550＋150)×x＝700x＋7500
ウ　**B**社で x 枚注文する場合の代金を y 円とすると，y＝12500＋(450＋100)×x＝550x＋12500
y＝700x＋7500 のグラフと y＝550x＋12500 のグラフとの交点を境に，**A**社と**B**社の値段の上下関係が入れ替わる。交点の x 座標は，700x＋7500＝550x＋12500 を解いて，$x=\frac{100}{3}$

問2 **(1)** キャンペーン期間中に**A**社で 40 枚注文すると，はじめの 20 枚については 1 枚当たり 700 円，残りの 20 枚については 1 枚当たり 550 円となる。基本料金 7500 円を加えて，
7500＋700×20＋550×20＝7500＋25000＝32500(円)

(2) **問1**の**ウ**より，**B**社で x 枚注文する場合の代金を y 円とすると，y＝550x＋12500 となることがわかっている。また，**A**社のキャンペーン期間中は 20 枚を超えた枚数分のプリント代が無料となるので，20 枚を超えた枚数分の T シャツは 1 枚当たり 550 円となるから，20＜x のときの**A**社のグラフの傾きは 550 となり，**B**社のグラフと平行になるので，グラフが交わることはない。また，T シャツ 20 枚を注文する場合は**A**社の方が安いこともわかっているので，**A**社のグラフが**B**社のグラフより常に下側にあることがわかる。

数-19-公-島根-KS-04

4 **問1** **(1)** 2 点 P，Q が出発してから 3 秒後の△APQ は AP＝AQ＝3cm の直角三角形である。
よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

(2) 2 点 P，Q が出発してから x 秒後の△APQ は AP＝AQ＝$x$cm の直角三角形である。
よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2(\text{cm}^2)$だから，$y=\frac{1}{2}x^2$

(3) $x=4$ の前後で 2 点 P，Q は共に動き方が変わり，$x=8$ のときに 2 点 P，Q は共に停止する。

図 2 と **(2)** より，$0 \leqq x \leqq 4$ のときは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで表されているから，$4 \leqq x \leqq 8$ の場合をかき込めばよい。$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，点 P は B から A に向かって移動しており，点 Q は辺 DC 上を移動しているから，△APQ は底辺が AP＝$(8-x)$cm，高さが AD＝4cm の三角形である。

よって，$y=\frac{1}{2}\times(8-x)\times4=16-2x$　このグラフは，2 点$(4,\ 8)$，$(8,\ 0)$を両端とする線分である。

(4) **(3)** の解答のグラフと $y=6$ との交点を考えればよく，交点は $0 \leqq x \leqq 4$ のときと $4 \leqq x \leqq 8$ のときにそれぞれ 1 個ずつある。

$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=6$ を代入すると，$6=\frac{1}{2}x^2$　$x^2=12$　$x=\pm2\sqrt{3}$　$0 \leqq x \leqq 4$ より，$x=2\sqrt{3}$

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，$y=16-2x$ に $y=6$ を代入すると，$6=16-2x$　$x=5$

問 2　点 P の移動のしかたは $0 \leqq x \leqq 4$，$4 \leqq x \leqq 8$ で異なり，点 Q の移動のしかたは $0 \leqq x \leqq 2$，$2 \leqq x \leqq 4$，$4 \leqq x \leqq 8$ で異なるから，$0 \leqq x \leqq 2$，$2 \leqq x \leqq 4$，$4 \leqq x \leqq 8$ の 3 つの場合に分けて考える。

$0 \leqq x \leqq 2$ のとき，△APQ は AP＝$x$cm，AQ＝$2x$cm，∠PAQ＝90 ° の直角三角形である。

よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times x\times2x=x^2$(cm²)だから，$y=x^2$

$2 \leqq x \leqq 4$ のとき，△APQ は底辺が AP＝$x$cm，高さが AD＝4cm の三角形である。

よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times x\times4=2x$(cm²)だから，$y=2x$

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，△APQ は底辺が AP＝$(8-x)$cm，高さが AD＝4cm の三角形である。

よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times(8-x)\times4=16-2x$ だから，$y=16-2x$

したがって，グラフは**ア**である。

問 3　△APQ の底辺を AP とすると，辺 AP の長さは 4cm 以下であり，またこのときの高さは，(i)点 Q が辺 AD 上にあるとき AQ，(ii)点 Q が辺 DC 上にあるとき AD のどちらかであるが，いずれにしても高さは 4cm 以下である。ここで，底辺が 4cm，高さが 4cm の三角形の面積は $\frac{1}{2}\times4\times4=8$(cm²)だから，△APQ の面積が 8cm² となるには底辺である辺 AP の長さが 4cm であり，そのときの高さが 4cm でなくてはならない。AP＝4cm となるのは点 P の位置が点 B 上にあるときしかなく，それは 2 点 P，Q が A を出発してから 4 秒後である。このとき，点 Q が辺 CD 上にあれば高さが 4cm となる。

数-19-公-島根-KS-05

5

問 1　まず，点 B を中心とする円弧をかき，辺 AB，BC との交点をそれぞれ P，Q とする。

次に点 P，Q をそれぞれ中心とする半径の等しい円弧を交わるようにかき，その交点の 1 つを R とする。

最後に半直線 BR を引くと，半直線 BR が∠ABC の二等分線となる。

問 2　**(1)** △ABC は AB＝AC，∠BAC＝36 ° の二等辺三角形だから，

∠ABC＝∠ACB＝(180 °－36 °)÷2＝72 °　直線 BD は∠ABC の二等分線だから，

∠CBD＝72 °÷2＝36 °　△BCD の内角の和は 180 ° だから，∠BDC＝180 °－36 °－72 °＝72 °

(2) **(1)** より，∠BCD＝∠BDC＝72 °だから，△BCD は BC＝BD の二等辺三角形。

また，∠ABD＝∠CBD＝36 °より，∠ABD＝∠BAD＝36 ° だから，△ABD は AD＝BD の二等辺三角形。したがって，辺 BC と同じ長さの線分は線分 BD と線分 AD

(3) △ABC と△BDC において，∠BAC＝∠DBC，∠C は共通だから，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△BDC　よって，AC：BC＝BC：CD が成り立つ。ここで BC＝$x$cm とすると，

(2) より，BC＝BD＝AD＝$x$cm だから，$1:x=x:(1-x)$　$x^2=1-x$　$x^2+x-1=0$

2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$　$x>0$ より，$x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

問３　(1) 線分 QR と円 O_2 との交点が S となる。

《補足》線分 QR と円 O_2 との交点を X とし，円 O_2 の下側の$\overset{\frown}{OP}$ 上に X とは異なる位置にある点 S をとると，直線 QR に対して点 S と対称な位置にある点 S ′がとれて QS＝QS ′となる。中心が点 Q，半径が QS の円は，2 点 S，S ′を通るため，円 O_2 と 2 点で交わってしまうので，2 つの円は接しているとはいえない。点 S を点 X の位置にとると，点 S ′は点 S と一致するので，円 O_2 と点 S で接する円がかける。

(2) △OQR は OR＝1cm，OQ＝2cm，∠QOR＝90 ° の直角三角形だから，三平方の定理より，
$QR=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$(cm)　**(1)**より，点 S は線分 QR と円 O_2 との交点だから，円 O_3 の半径 QS は，
$QS=QR-RS=\sqrt{5}-1$(cm)

(3) △ABC は 3 辺の長さ，3 つの内角の大きさがすべてわかっているのに対して，△OQT は 3 辺の長さがわかっているが，角度に関する情報が全く与えられていないことから，相似条件の「3 組の辺の比がすべて等しい」が使えるように証明を進めていくとよい。