H27　栃木県　公立　数学　問題

数-15-公-栃木-問-01

1　次の**問１**～**問 14** に答えなさい。

問１　$(-2)\times 4$　を計算しなさい。

問２　$5a-1+2(a+3)$　を計算しなさい。

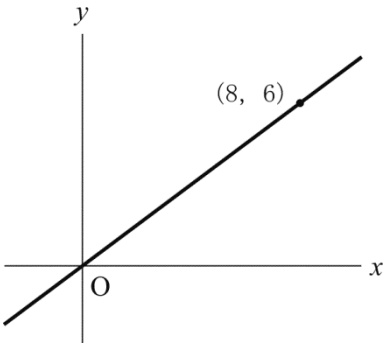
問３　$\sqrt{24}+5\sqrt{6}$　を計算しなさい。

問４　$8x^4y^3\div 4xy^2$　を計算しなさい。

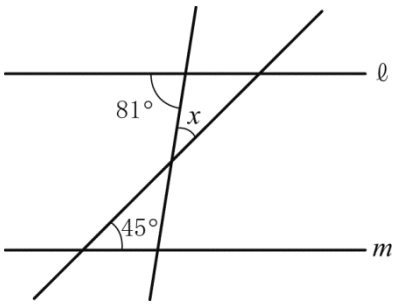
問５　x^2-4　を因数分解しなさい。

問６　$2x-5y=7$　を x について解きなさい。

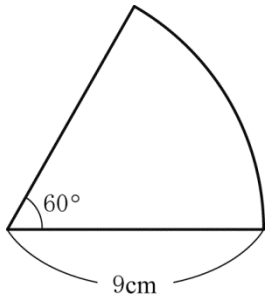
問７　右の図は，y が x に比例する関数のグラフである。y を x の式で表しなさい。



問８　右の図で，$\ell // m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

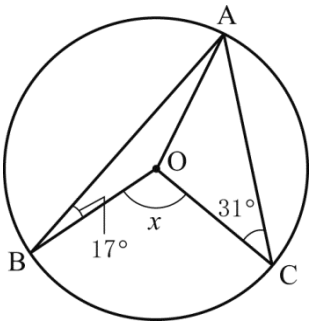


問９　右の図のような，半径が 9 cm，中心角が 60° のおうぎ形がある。このおうぎ形の弧の長さを求めなさい。ただし，円周率は π とする。



問 10　a 本の鉛筆を 1 人 4 本ずつ b 人に配ったら 10 本以上余った。この数量の関係を不等式で表しなさい。

問 11　右の図において，点 A，B，C は円 O の周上の点である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問 12　2 次方程式　$(x-1)^2=3$　を解きなさい。

問 13　右の表は，あるクラスの生徒 33 人に対して 50 m 走を実施し，その記録を度数分布表にまとめたものである。度数が最も多い階級の階級値を求めなさい。

階級（秒）		度級（人）
以上	未満	
6.0 ～	7.0	3
7.0 ～	8.0	11
8.0 ～	9.0	14
9.0 ～	10.0	4
10.0 ～	11.0	1
計		33

問 14　関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

数-15-公-栃木-問-02

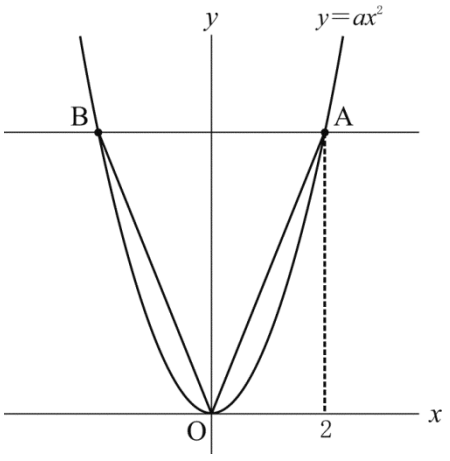
2　次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　右の図のように，2 点 O，A がある。点 O を中心として点 A を時計回りに 90° 回転させた点 B を作図によって求めなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使い，また，作図に用いた線は消さないこと。



問２　大小 2 つのさいころを同時に投げ，異なる目が出た場合は，出た目の数の大きい方を得点とし，2 つとも同じ目が出た場合は，出た目の数の和を得点とする。これらのさいころを 1 回投げたとき，得点が 4 点となる確率を求めなさい。

問３　右の図のように関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上で，x 座標が 2 である点を A とする。また，点 A を通り x 軸に平行な直線が，関数 $y=ax^2$ のグラフと交わる点のうち，A と異なる点を B とする。このとき，△OAB の面積を a を用いて表しなさい。



数-15-公-栃木-問-03

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問１　太郎さんは靴を買うことにした。太郎さんが選んだ靴は定価の 3 割引きで売られていた。さらに店員が 150 円値引きしてくれたので，太郎さんは定価の $\frac{2}{3}$ で買うことができた。太郎さんが選んだ靴の定価を x 円として方程式をつくり，この靴の定価を求めなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

問２　下の表は，花子さんのクラスの生徒 35 人に対して，冬休みに学校の図書室から借りた本の冊数を調べ，その結果をまとめたものである。

借りた本の冊数（冊）	1	2	3	4	5	6	計
人　　数（人）	6	x	8	6	y	3	35

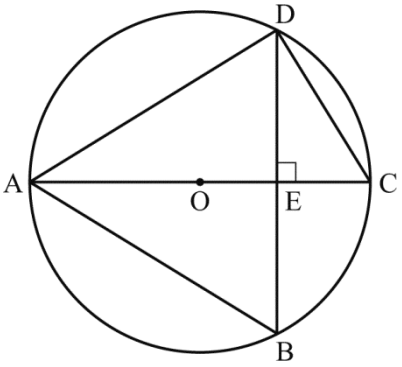
借りた本の冊数の平均値は 3 冊であった。このとき，x，y の連立方程式をつくり，x，y の値を求めなさい。

数-15-公-栃木-問-04

4 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

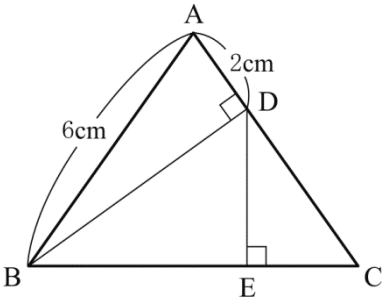
問１　右の図のように円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，線分 AC は円 O の直径となっている。また，AC と BD は垂直に交わり，その交点を E とする。

このとき，△ACD∽△ABE であることを証明しなさい。



問２　右の図のような，∠BAC が鋭角で，AB＝AC＝6 cm である二等辺三角形 ABC がある。頂点 B から辺 AC に垂線 BD をひくと，AD＝2 cm となった。さらに，点 D から辺 BC に垂線 DE をひく。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



(1) BC の長さを求めなさい。

(2) ∠BAC＝a° とするとき，∠BDE の大きさを a を用いて表しなさい。

5 **図１**のような，AB＝9 cm，AD＝8 cm，AE＝12 cm の直方体 ABCD－EFGH がある。点 P は A を出発し，長方形 ABFE の辺上を毎秒 3 cm の速さで A→B→F→E の順に進み，E で停止する。点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し，長方形 ADHE の辺上を毎秒 2 cm の速さで A→D→H の順に進み，H で停止する。

点 P が A を出発してから x 秒後の三角錐(すい)AEPQ の体積を y cm^3 とする。ただし，点 P が A または E にあるときは $y=0$ とする。

図２は点 P が A を出発してから 4 秒後までの x と y の関係を表したグラフである。

図１

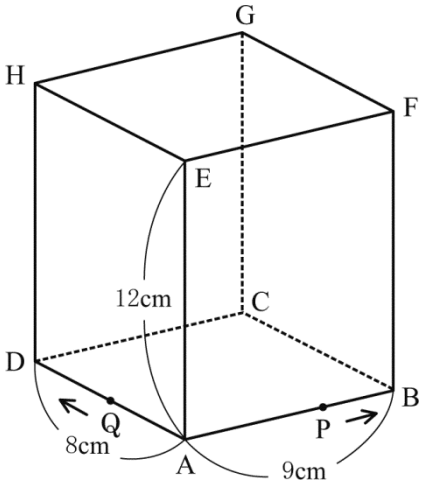
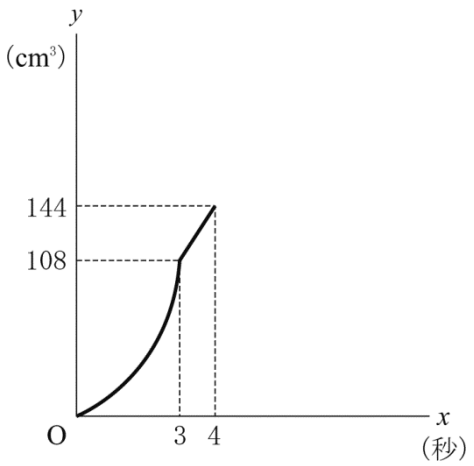


図２



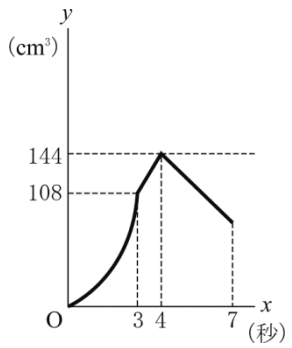
このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**，**問４**に答えなさい。

問１　点 P が A を出発してから 2 秒後の三角錐 AEPQ の体積を求めなさい。

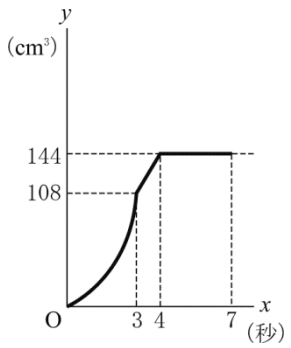
問２　点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　点 P が A を出発してから 7 秒後までの x と y の関係を表すグラフとして適するものを，**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**のうちから 1 つ選んで記号で答えなさい。

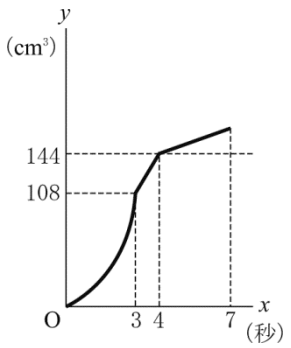
ア



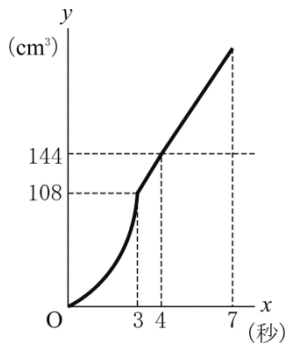
イ



ウ



エ

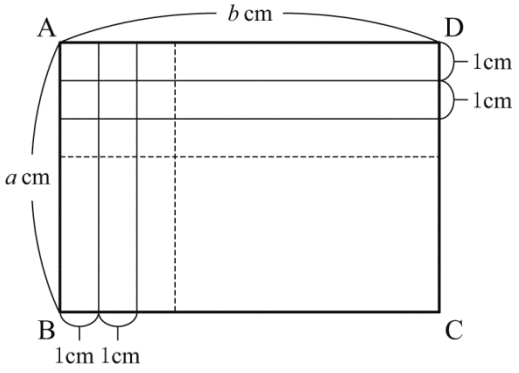


問４　三角錐 AEPQ の体積が直方体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ になるのは，点 P が A を出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

数-15-公-栃木-問-06

6　AB＝a cm，AD＝b cm（a，b は正の整数）の長方形 ABCD がある。**図１**のように，辺 AB と辺 DC の間にそれらと平行な長さ a cm の線分を 1 cm 間隔にひく。同様に，辺 AD と辺 BC の間に長さ b cm の線分を 1 cm 間隔にひく。

図１



さらに，対角線 AC をひき，これらの線分と交わる点の個数を n とする。ただし，2 点 A，C は個数に含めないものとし，対角線 AC が縦と横の線分と同時に交わる点は，1 個として数える。

また，長方形 ABCD の中にできた 1 辺の長さが 1 cm の正方形のうち，AC が通る正方形の個数を考える。ただし，1 辺の長さが 1 cm の正方形の頂点のみを AC が通る場合は，その正方形は個数に含めない。

例えば，**図２**のように a＝2，b＝4 のときは，n＝3 となり，AC が通る正方形は 4 個である。**図３**のように a＝2，b＝5 のときは，n＝5 となり，AC が通る正方形は 6 個である。

図２

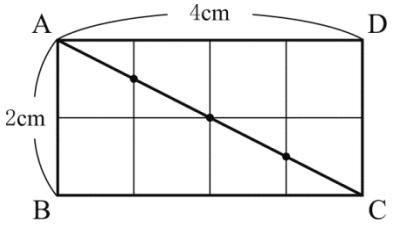
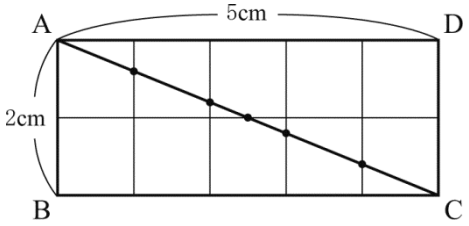


図３



このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　a＝3，b＝4 のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

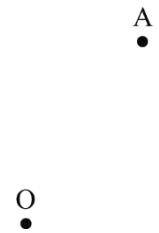
(1) n の値を求めなさい。

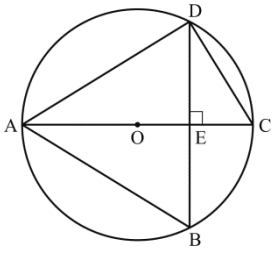
(2) AC が通る正方形の個数を求めなさい。

問２　b の値が a の値の 3 倍であるとき，長方形 ABCD の中にできた 1 辺の長さが 1 cm のすべての正方形の個数から，AC が通る正方形の個数をひくと 168 個であった。このとき，a の方程式をつくり，a の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　$a=9$ のとき，$n=44$ であった。このとき，考えられる b の値をすべて求めなさい。

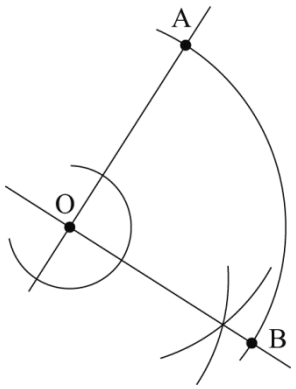
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-栃木-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$x=$		
		問７	$y=$		
		問８	度		
		問９	cm		
		問 10			
		問 11	度		
		問 12	$x=$		
		問 13	秒		
		問 14			
数-15-公-栃木-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−栃木−KY−03	3	問１	答え（　　円）		
		問２	答え（x＝　　，y＝　　）		
数−15−公−栃木−KY−04	4	問１	〔証明〕 		
		問２	(1)　　cm		
			(2)　　度		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−栃木−KY−05	5	問１	cm^3			
		問２	答え（　　）			
		問３				
		問４				
数−15−公−栃木−KY−06	6	問１	(1)	n＝		
			(2)	個		
		問２	答え（a＝　　）			
		問３				

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−栃木−K−01	1	問１	-8	2	
		問２	$7a+5$	2	
		問３	$7\sqrt{6}$	2	
		問４	$2x^3y$	2	
		問５	$(x+2)(x-2)$	2	
		問６	$(x=)\quad \dfrac{5y+7}{2}$	2	
		問７	$(y=)\quad \dfrac{3}{4}x$	2	
		問８	36　(度)	2	
		問９	3π　(cm)	2	
		問 10	$a-4b \geqq 10$	2	
		問 11	96　(度)	2	
		問 12	$(x=)\quad 1\pm\sqrt{3}$	2	
		問 13	8.5　(秒)	2	
		問 14	$-9 \leqq y \leqq -1$	2	
数−15−公−栃木−K−02	2	問１	(例)  	4	
		問２	$\dfrac{7}{36}$	4	
		問３	$8a$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−栃木−K−03	3	問１	(例) $x-\frac{3}{10}x-150=\frac{2}{3}x$ $30x-9x-4500=20x$ $x=4500$ この解は問題に適している。 答え（　4500　円)	6	
		問２	(例) $\begin{cases} 6+x+8+6+y+3=35 & \cdots\cdots① \\ \dfrac{1\times6+2\times x+3\times8+4\times6+5\times y+6\times3}{35}=3 & \cdots\cdots② \end{cases}$ ①より　$x+y=12$ ……③ ②より　$2x+5y=33$ ……④ ③×2−④より　$-3y=-9$ よって $y=3$ ③に代入して $x+3=12$ したがって，$x=9$ この解は問題に適している。 答え（$x=9$，$y=3$)	6	
数−15−公−栃木−K−04	4	問１	〔証明〕 (例) △ACD と△ABE において 弧 AD に対する円周角の大きさは等しいから ∠ACD＝∠ABE ……① 半円の弧ACに対する円周角は直角だから ∠ADC＝90° ……② 仮定より ∠AEB＝90° ……③ ②，③より ∠ADC＝∠AEB ……④ ①，④より 2 組の角がそれぞれ等しいから △ACD∽△ABE	7	
		問２ (1)	$4\sqrt{3}$　(cm)	3	
		問２ (2)	$90-\frac{a}{2}$　(度)	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−栃木−A−05	5	問１	48 (cm^3)	2	
		問２	(例) 点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までのグラフの傾きは $\frac{144-108}{4-3}=36$ であるから，x と y の関係の式は $y=36x+b$ と表すことができる。 グラフは点 (3，108)を通るから $108=36\times3+b$ よって $b=0$ したがって，求める式は $y=36x$ 答え（$y=36x$）	7	
		問３	イ	3	
		問４	$\frac{3}{2}$ 秒後，$\frac{151}{16}$ 秒後	5	
数−15−公−栃木−A−06	6	問１	(1)　($n=$)　5	2	
			(2)　6 (個)	2	
		問２	(例) 1 辺の長さが 1 cm のすべての正方形の個数は $3a^2$ 個 AC が通る正方形の個数は $3a$ 個 したがって $3a^2-3a=168$ $a^2-a-56=0$ $(a+7)(a-8)=0$ $a=-7$，$a=8$ a は正の整数だから $a=8$ 答え（$a=8$）	7	
		問３	37，39，45	6	

数-15-公-栃木-KS-01

1　問１　$(-2)\times4=-2\times4=-8$

問２　$5a-1+2(a+3)=5a-1+2a+6=7a+5$

問３　$\sqrt{24}+5\sqrt{6}=2\sqrt{6}+5\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

問４　$8x^4y^3\div4xy^2=\dfrac{8x^4y^3}{4xy^2}=2x^3y$

問５　$x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

問６　$2x-5y=7$　$-5y$ を移項して，$2x=5y+7$　両辺を 2 で割って，$x=\dfrac{5y+7}{2}$

問７　y が x に比例するので，式を $y=ax$ とおく。(8，6)を通るので，$6=8a$　$a=\dfrac{3}{4}$　よって，$y=\dfrac{3}{4}x$

問８　平行線の錯角が等しいことと，三角形の内角と外角の性質より，$\angle x+45^\circ=81^\circ$　$\angle x=36^\circ$

問９　おうぎ形の弧の長さは，$2\pi\times9\times\dfrac{60}{360}=3\pi$(cm)

問 10　(a 本の鉛筆を配ったときの余りの鉛筆の数)$\geqq10$ より，$a-4b\geqq10$

問 11　△OAB と△OAC は二等辺三角形だから，$\angle OAB=17^\circ$，$\angle OAC=31^\circ$　三角形の内角と外角の性質より，$\angle x=17^\circ\times2+31^\circ\times2=96^\circ$

問 12　$(x-1)^2=3$　$x-1=\pm\sqrt{3}$　$x=1\pm\sqrt{3}$

問 13　度数が最も大きい階級は 8.0 秒以上 9.0 秒未満の階級。よって，階級値は 8.5 秒。

問 14　$y=-x^2$ について，$1\leqq x\leqq3$ のとき，y の値は $x=3$ で最小になり，$y=-3^2=-9$　また，$x=1$ のとき最大になり，$y=-1^2=-1$　よって，$-9\leqq y\leqq-1$

数-15-公-栃木-KS-02

2　問１　直線 OA をひく。まず，点 O を通る直線 AO の垂線をかく。つぎに，点 O を中心とする半径 OA の円を点 A から時計回りにかき，先にかいた垂線との交点を B とする。

問２　大小 2 つのさいころの目の組み合わせは，全部で 36 通り。そのうち，得点が 4 点になるのは，(大，小)=(1，4)，(2，2)，(2，4)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3) の 7 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{7}{36}$

問３　点 A は $y=ax^2$ 上の点より，A(2，$4a$)　点 B は点 A と y 軸について対称な点だから，B(-2，$4a$)

よって，$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times4\times4a=8a$

数-15-公-栃木-KS-03

3　問１　靴の定価を x 円とすると，購入した金額の関係より，$\left(1-\dfrac{3}{10}\right)x-150=\dfrac{2}{3}x$　これを解いて，$x=4500$　よって，求める定価は 4500 円。

問２　人数の合計が 35 人より，$6+x+8+6+y+3=35$　整理して，$x+y=12$…①　平均値が 3 冊より，$(6+2x+24+24+5y+18)\div35=3$　整理して，$2x+5y=33$…②　①，②を連立方程式として解くと，$x=9$，$y=3$

数-15-公-栃木-KS-04

4　問１　円周角の定理と AC が直径であることを利用して，大きさの等しい角を見つける。

問２　(1) △ABD において，$\angle ADB=90^\circ$ だから，三平方の定理より，$BD=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm)

△ACD において，$\angle BDC=90^\circ$ だから，$BC=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

(2) AB＝AC より，∠ACB＝$(180^\circ-a^\circ)\div2=90^\circ-\frac{a^\circ}{2}$　△CDE において，

∠CDE＝$180^\circ-90^\circ-\left(90^\circ-\frac{a^\circ}{2}\right)=\frac{a^\circ}{2}$　∠BDE＝$180^\circ-\angle ADB-\angle CDE=180^\circ-90^\circ-\frac{a^\circ}{2}$

＝$90^\circ-\frac{a^\circ}{2}$

数-15-公-栃木-KS-05

5　**問１**　$x=2$ のとき，AP＝3×2＝6(cm)　AQ＝2×2＝4(cm)　三角錐 AEPQ の体積は，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times4\times12=48(cm^3)$

問２　$3\leqq x\leqq4$ のとき，グラフは(3，108)，(4，144)を通る直線だから，傾きは，$\frac{144-108}{4-3}=36$

求める式を，$y=36x+b$ とし，$x=3$，$y=108$ を代入して，$108=36\times3+b$　$b=0$　よって，$y=36x$

問３　$4\leqq x\leqq7$ のとき，P は BF 上，Q は DH 上を移動する。このとき，三角錐 AEPQ において，P から AE にひいた垂線の長さは 9cm，Q から AE にひいた垂線の長さは 8 cm と一定である。よって，その体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times9\times8=144(cm^3)$より，グラフは $y=144$ となる。よって，**イ**。

問４　直方体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ は，$8\times9\times12\times\frac{1}{32}=27(cm^3)$

$7\leqq x\leqq10$ のとき，P は FE 上，Q は DH 上にある。このとき，$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times8\times(30-3x)$

＝$-48x+480$

$x=10$ のとき，P は点 E と一致し，Q は点 H と一致する。

よって，$y=27$ になるのは，$0\leqq x\leqq3$ のときと，$7\leqq x\leqq10$ のとき。

$0\leqq x\leqq3$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3x\times2x\times12=12x^2$　$27=12x^2$ より，$x^2=\frac{9}{4}$　$x>0$ より，$x=\frac{3}{2}$

また，$7\leqq x\leqq10$ のとき，$27=-48x+480$　$48x=453$　$x=\frac{151}{16}$　よって，$\frac{3}{2}$ 秒後と $\frac{151}{16}$ 秒後

数-15-公-栃木-KS-06

6　**問１**　(1)　$a=3$, $b=4$ のとき, AB に平行な線と交わる点は 3 個, AD に平行な線と交わる点は 2 個。

よって，計 5 個。

(2) AC が通る正方形の数は 6 個。

問２　$b=3a$ のとき，AC が通る正方形の個数は $3a$ 個と表せる。

よって，$a\times3a-3a=168$　$3a^2-3a-168=0$　$a^2-a-56=0$　$(a+7)(a-8)=0$　$a>0$ より，$a=8$

問３　$a=9$ のとき，格子上で交わらないとすると，$n=44$ より，$9-1+b-1=44$　$b=37$

9 と 37 の公約数は 1 のみだから，格子上では交わらないので，$b=37$ は問題に合う。

9 と b の値に 1 以外の公約数があれば，格子で交わる点が存在する。格子上で交わり，$n=44$ になるのは $b>37$ で 3 の倍数になるとき，また，格子の点は最大で 8 個である。

$b=39$ ならば，AC は右に 13 下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+39-1-2=44$　よって，問題に合う。

$b=42$ ならば，AC は A から C に右に 14，下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+42-1-2=47$ より，問題に合わない。

$b=45$ のとき，AC は A から右に 5，下に 1 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 8 個。

よって，$n=9-1+45-1-8=44$ より，問題に合う。

$b>45$ においては，格子点は最大でも 8 個だから，$n=9-1+b-1-8=b-1>44$ より，問題にあう b は存在しない。よって，$b=37$，39，45