H28　栃木県　公立　数学　問題

数-16-公-栃木-問-01

1　次の**問１**～**問 14** に答えなさい。

問１　$5-(-4)$　を計算しなさい。

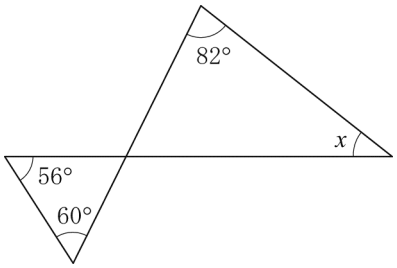
問２　$\frac{1}{3}ab^3\times 9a^2b$　を計算しなさい。

問３　$4\sqrt{6}\div\sqrt{2}$　を計算しなさい。

問４　$x=-1$，$y=\frac{1}{4}$　のとき，$2x+y$　の値を求めなさい。

問５　$(x-5)(x-7)$　を展開しなさい。

問６　右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問７　下の表は，y が x に反比例する関係を表している。y を x の式で表しなさい。

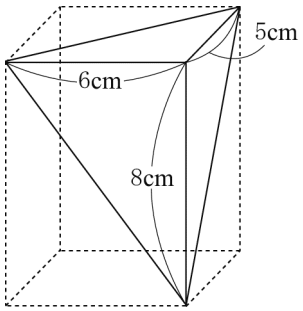
x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	-12	×	12	6	4	…

問８　ある水族館の入館料は，大人１人につき a 円，子ども１人につき b 円である。大人３人と子ども８人でこの水族館に行ったところ，入館料の合計は 4000 円より高かった。この数量の関係を不等式で表しなさい。

問９　方程式　$4x+2y=5$　のグラフは直線である。この直線の傾きを求めなさい。

問 10　2 次方程式　$3x^2+5x+1=0$　を解きなさい。

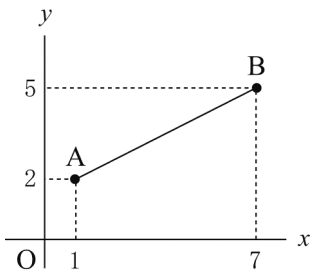
問 11　右の図のように，直方体の一部を切り取ってできた三角錐（すい）の体積を求めなさい。



問 12　下の資料は，輪投げゲームを 6 回行ったときの得点である。この得点の中央値（メジアン）を求めなさい。

2,　9,　8,　1,　8,　6　(点)

問 13　右の図の 2 点 A(1，2)，B(7，5) 間の距離を求めなさい。

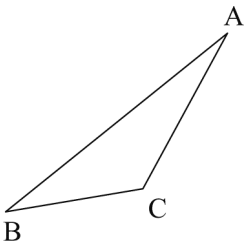


問 14　1 辺の長さが 3 cm である正三角形の面積を S，1 辺の長さが 2 cm である正三角形の面積を T とする。2 つの正三角形の面積の比 S : T を求めなさい。

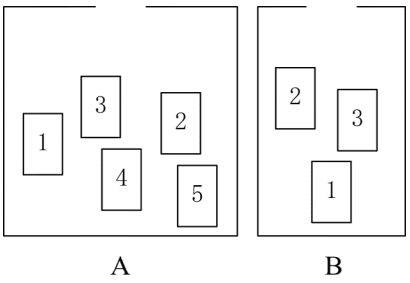
数-16-公-栃木-問-02

2 次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　右の図のような△ABC がある。辺 BC を底辺としたときの高さを表す線分 AP を，作図によって求めなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使い，また，作図に用いた線は消さないこと。



問２　右の図のような 2 つの箱 A，B がある。箱 A には 1，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードが入っており，箱 B には 1，2，3 の数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが入っている。A，B の箱から，カードをそれぞれ 1 枚ずつ合計 2 枚取り出したとき，それら 2 枚のカードに書かれた数の和が 4 の倍数になる確率を求めなさい。



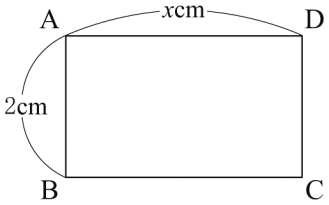
問３　関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は 2 であった。このとき，a の値を求めなさい。

数-16-公-栃木-問-03

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問１　A 中学校と B 中学校では，空き缶の回収を行っている。A 中学校がスチール缶 25 kg とアルミ缶 10 kg を回収業者に渡したところ，交換金額の合計は 800 円になった。また，同じ日に，B 中学校がスチール缶 15 kg とアルミ缶 5 kg を同じ回収業者に渡したところ，交換金額の合計は 420 円になった。1 kg あたりの交換金額を，スチール缶は x 円，アルミ缶は y 円として連立方程式をつくり，スチール缶 1 kg あたりの交換金額とアルミ缶 1kg あたりの交換金額をそれぞれ求めなさい。

問２　下の図のような AB＝2 cm，AD＝x cm の長方形 ABCD がある。この長方形を，直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は 96π cm^2 であった。このとき，x の方程式をつくり，辺 AD の長さを求めなさい。ただし，π は円周率である。



4 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　下の**図１**のような，AB＜AD の平行四辺形 ABCD がある。この平行四辺形を**図２**のように，頂点 C が頂点 A に重なるように折った。折り目の線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とし，頂点 D が移った点を E とする。

このとき，△ABQ≡△AEP であることを証明しなさい。

図１

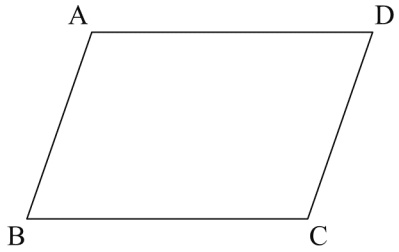
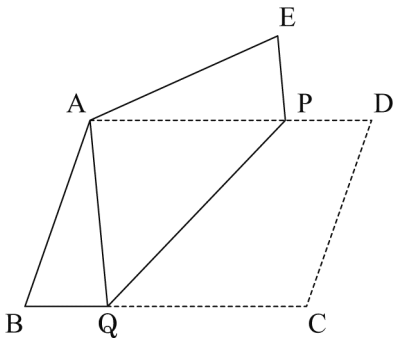
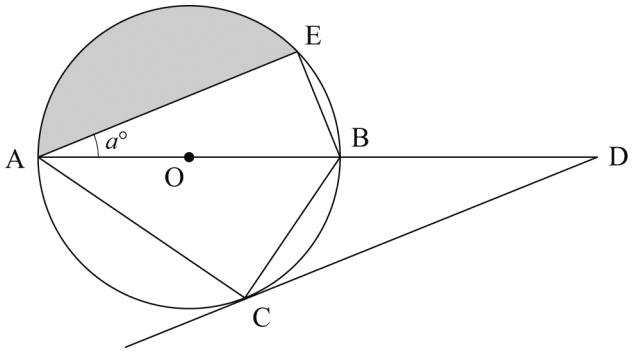


図２



問２　右の図のように，AB を直径とする円 O の周上に，AC＞BC となるように点 C をとる。また，C を通る円 O の接線と直線 AB との交点を D とし，CD // AE となるように円周上に点 E をとる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



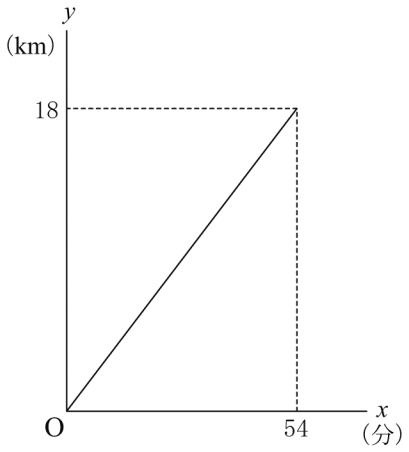
(1) ∠EAB＝a° とするとき，∠BAC の大きさを a を用いて表しなさい。

(2) 円 O の半径が 2 cm，∠EBA＝60° のとき，C を含まない方の弧 AE と線分 AE とで囲まれた部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

数-16-公-栃木-問-05

5 1周が 3 km の周回コースがある。このコースを，花子さんはサイクリング，お父さんと兄の太郎さんはランニングをした。

花子さんは，一定の速さで走り，54 分間でこのコースを 6 周した。3 人それぞれについて，出発してから x 分間で走った距離を y km とする。右の図は，花子さんについての x と y の関係を表したグラフである。



このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１ 花子さんが出発してから 12 分間で走った距離は何 km か。

問２ お父さんは，花子さんと同時に，同じ地点を同じ方向へ出発した。お父さんは出発してから，一定の速さで走り，15 分後に花子さんに初めて追い抜かれた。このときから，お父さんは毎分 $\frac{1}{6}$ km の速さで走り続け，出発してから 39 分間でこのコースを 2 周して走り終えた。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) お父さんが出発してから花子さんに初めて追い抜かれるまでの，お父さんについての x と y の関係を式で表しなさい。

(2) お父さんが出発してから花子さんに 2 度目に追い抜かれたのは，2 人が出発してから t 分後であった。このとき，t の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３ 太郎さんは，花子さんと同時に，同じ地点を逆方向へ出発した。太郎さんは出発してから，一定の速さで走り，48 分間でこのコースを 3 周して走り終えた。太郎さんと花子さんが 5 度目にすれ違ったのは，2 人が出発してから何分何秒後か。

6 下の**図１**のような，縦 5 cm，横 8 cm の長方形の紙 A がたくさんある。A をこの向きのまま，**図２**のように，m 枚を下方向につないで長方形 B をつくる。次に，その B をこの向きのまま，**図３**のように，右方向に n 列つないで長方形 C をつくる。

長方形の【つなぎ方】は，次の（ア），（イ）のいずれかとする。

【つなぎ方】

（ア） 幅 1 cm 重ねてのり付けする。
（イ） すきまなく重ならないように透明なテープで貼る。

図１

長方形の紙 A

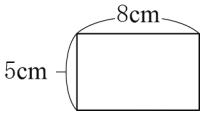


図２

長方形 B

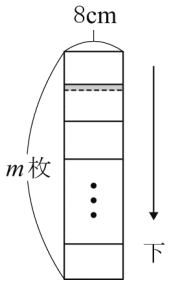
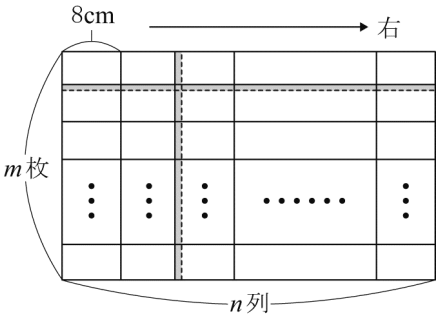


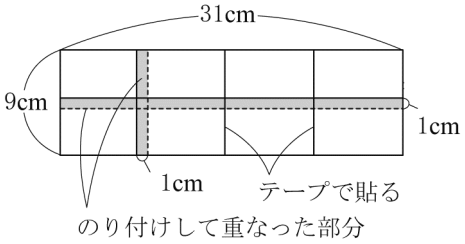
図３

長方形 C



例えば，**図４**のように，A を 2 枚，（ア）で 1 回つないで B をつくり，その B を 4 列，（ア）で 1 回，（イ）で 2 回つないで長方形 C をつくる。この C は，$m=2$，$n=4$ であり，縦の長さが 9 cm，横の長さが 31 cm となり，のり付けして重なった部分の面積は 39 cm^2 となる。

図４



このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**，**問４**に答えなさい。

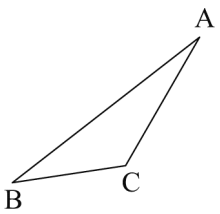
問１ 【つなぎ方】は，すべて（イ）とし，$m=2$，$n=5$ の C をつくった。このとき，C の面積を求めなさい。

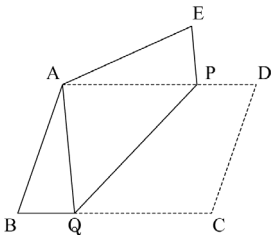
問２ 【つなぎ方】は，すべて（ア）とし，$m=3$，$n=4$ の C をつくった。このとき，のり付けして重なった部分の面積を求めなさい。

問３ A をすべて（ア）でつないで B をつくり，その B をすべて（イ）でつないで C をつくった。C の周の長さを ℓ cm とする。右方向の列の数が下方向につないだ枚数より 4 だけ多いとき，ℓ は 6 の倍数になる。このことを，m を用いて証明しなさい。

問４ C が正方形になるときの 1 辺の長さを，短い方から 3 つ答えなさい。

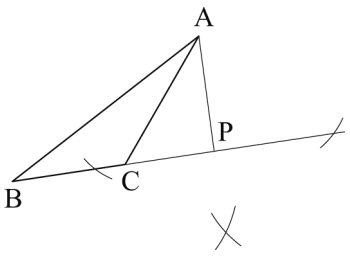
数学　解答用紙

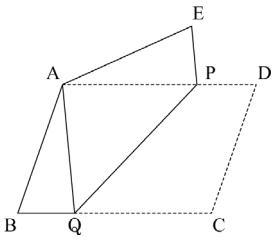
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−栃木−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	度		
		問７	$y=$		
		問８			
		問９			
		問 10	$x=$		
		問 11	cm^3		
		問 12	点		
		問 13			
		問 14	S : T＝　　:		
数−16−公−栃木−KY−02	2	問１			
		問２			
		問３	$a=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−栃木−KY−03	3	問１	答え（スチール缶１kg あたり　　円，アルミ缶１kg あたり　　円）		
		問２	答え（　　cm）		
数−16−公−栃木−KY−04	4	問１	〔証明〕  		
		問２ (1)	度		
		問２ (2)	cm^2		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−16−公−栃木−KY−05	5	問１	km			
		問２	(1)			
			(2)	答え（t＝　　）		
		問３	分　　秒後			
数−16−公−栃木−KY−06	6	問１	cm^2			
		問２	cm^2			
		問３	〔証明〕			
		問４	cm,　　cm,　　cm			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−栃木−K−01	1	問１	9	2	
		問２	$3a^3b^4$	2	
		問３	$4\sqrt{3}$	2	
		問４	$-\frac{7}{4}$	2	
		問５	$x^2-12x+35$	2	
		問６	34　(度)	2	
		問７	$(y=)\ \frac{12}{x}$	2	
		問８	$3a+8b>4000$	2	
		問９	-2	2	
		問 10	$(x=)\ \frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$	2	
		問 11	40　(cm^3)	2	
		問 12	7　(点)	2	
		問 13	$3\sqrt{5}$	2	
		問 14	(S : T=)　9 : 4	2	
数−16−公−栃木−K−02	2	問１	(例)  	4	
		問２	$\frac{4}{15}$	4	
		問３	$(a=)\ \frac{1}{2}$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−栃木−K−03	3	問１	(例) $\begin{cases}25x+10y=800 & \cdots\cdots① \\ 15x+5y=420 & \cdots\cdots②\end{cases}$ ①−②×2 より　$-5x=-40$ よって $x=8$ ①に代入して $200+10y=800$ したがって $y=60$ この解は問題に適している。 答え（スチール缶 1 kg あたり　8 円，アルミ缶 1 kg あたり 60 円）	6	
		問２	(例) $\pi x^2\times 2+2\times 2\pi x=96\pi$ $2\pi x^2+4\pi x=96\pi$ $x^2+2x-48=0$ $(x+8)(x-6)=0$ $x=-8,\ x=6$ $x>0$ より $x=6$ 答え（6 cm）	6	
数−16−公−栃木−K−04	4	問１	 〔証明〕 (例) △ABQ と△AEP において 平行四辺形の対辺は等しく，折り返しているので， AB＝AE　……① 平行四辺形の対角は等しく，折り返しているので， ∠ABQ＝∠AEP　……② ∠BAP＝∠EAQ　……③ ここで， ∠BAQ＝∠BAP−∠QAP　……④ ∠EAP＝∠EAQ−∠QAP　……⑤ ③，④，⑤より ∠BAQ＝∠EAP　……⑥ ①，②，⑥より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △ABQ≡△AEP	7	
		問２	(1)　$45-\frac{a}{2}$　(度)	3	
			(2)　$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$　(cm^2)	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−16−公−栃木−大−05	5	問１	4 (km)		2	
		問２	(1)	$y=\frac{2}{15}x$	3	
			(2)	(例) お父さんが花子さんに初めて追い抜かれた 15 分後以降について 花子さんについての x と y の関係の式は $y=\frac{1}{3}x$ と表せる。 お父さんについての x と y の関係の式は $y=\frac{1}{6}x+b$ と表せる。 $x=39$ のとき $y=6$　であるから　$6=\frac{1}{6}\times 39+b$ よって $b=-\frac{1}{2}$ したがって $y=\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}$ t 分後の 2 人が進んだ距離の差が 6 km なので $\frac{1}{3}t-\left(\frac{1}{6}t-\frac{1}{2}\right)=6$ よって $t=33$ これは問題に適している。　　答え ($t=33$)	7	
		問３	28 (分)　48 (秒後)		5	
数−16−公−栃木−大−06	6	問１	400 (cm^2)		2	
		問２	91 (cm^2)		3	
		問３	〔証明〕 (例) 右方向の列の数は $m+4$ となる。 縦の長さは $\{5+4(m-1)\}$ cm，横の長さは　$8(m+4)$ cm である。 よって $\ell=2\{5+4(m-1)+8(m+4)\}$ $=24m+66$ $=6(4m+11)$ $4m+11$ は整数なので，$6(4m+11)$　は 6 の倍数である。 したがって，ℓ は 6 の倍数になる。		6	
		問４	15 (cm)，22 (cm)，23 (cm)		6	

数-16-公-栃木-KS-01

1　問１　$5-(-4)=5+4=9$

問２　$\frac{1}{3}ab^3\times 9a^2b=\frac{1}{3}\times 9\times a\times a^2\times b^3\times b=3a^3b^4$

問３　$4\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=4\sqrt{\frac{6}{2}}=4\sqrt{3}$

問４　$2\times(-1)+\frac{1}{4}=-\frac{8}{4}+\frac{1}{4}=-\frac{7}{4}$

問５　$(x-5)(x-7)=x^2+\{(-5)+(-7)\}x+(-5)\times(-7)=x^2-12x+35$

問６　三角形の内角と外角の性質より，$\angle x+82^\circ=56^\circ+60^\circ$　$\angle x=34^\circ$

問７　式を $y=\frac{a}{x}$ とおく。$x=1$ のとき $y=12$ だから，$12=\frac{a}{1}$　$a=12$　よって，$y=\frac{12}{x}$

問８　大人 3 人の入館料は，$a\times 3=3a$ (円)　子ども 8 人の入館料は，$b\times 8=8b$ (円)　入館料の合計が 4000 円より高いから，$3a+8b>4000$

問９　方程式 $4x+2y=5$ を y について解くと，$2y=-4x+5$　$y=-2x+\frac{5}{2}$　よって，グラフの傾きは-2

問 10　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 3\times 1}}{2\times 3}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

問 11　$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 5\right)\times 8=40\ (\mathrm{cm}^3)$

問 12　6 回の得点を低い順に並べると，1，2，6，8，8，9(点)　低いほうから 3 番目が 6 点，4 番目が 8 点だから，中央値は，$\frac{6+8}{2}=7$(点)

問 13　C (7，2) をとって△ABC をつくる。$\angle C=90^\circ$ で，AC＝7－1＝6，BC＝5－2＝3 だから，AB＝d とすると，$d=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

問 14　1 辺の長さが 3cm の正三角形と 1 辺の長さが 2 cm の正三角形は相似で，相似比は 3：2
よって，S：T＝$3^2:2^2=9:4$

数-16-公-栃木-KS-02

2　問１　頂点 A から半直線 BC に垂線をひいて，半直線 BC との交点を P とする。

問２　A，B の箱からカードを 1 枚ずつ取り出すときの取り出し方は，(A，B)＝(1，1)，(1，2)，(1，3)，(2，1)，(2，2)，(2，3)，(3，1)，(3，2)，(3，3)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(5，1)，(5，2)，(5，3) の 15 通り。このうち，2 枚のカードに書かれた数の和が 4 の倍数になるのは，(1，3)，(2，2)，(3，1)，(5，3) の 4 通り。よって，求める確率は，$\frac{4}{15}$

問３　(変化の割合)＝$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ だから，$\frac{a\times 3^2-a\times 1^2}{3-1}=2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

数-16-公-栃木-KS-03

3　問１　スチール缶 25 kg とアルミ缶 10 kg の交換金額の合計が 800 円だから，$25x+10y=800$…①
スチール缶 15 kg とアルミ缶 5 kg の交換金額の合計が 420 円だから，$15x+5y=420$…②　①，②を連立方程式として解くと，$x=8$，$y=60$

問２　長方形 ABCD を 1 回転させてできる立体は，底面の半径が x cm，高さが 2 cm の円柱になる。
(円柱の表面積)＝(底面積)×2＋(側面積) より，表面積に着目して方程式をつくると，
$\pi x^2\times 2+2\times 2\pi x=96\pi$　これを解くと，$x=-8$，$x=6$　$x>0$ より $x=6$　よって，AD＝6 cm

数-16-公-栃木-KS-04

4　問１　平行四辺形の性質を利用して，等しい辺や角を見つける。

問２　(1) O と C を結んで△OCD をつくる。円の接線は接点を通る半径に垂直だから，∠OCD＝90°
CD // AE より，∠ODC＝∠EAB＝$a°$　したがって，∠DOC＝180°－(90°＋$a°$)＝90°－$a°$
円周角の定理より，∠BAC＝$\frac{1}{2}$∠BOC＝$\frac{1}{2}$(90°－$a°$)＝45°－$\frac{a°}{2}$

(2) O と E を結ぶ。求める部分の面積は，おうぎ形 OAE の面積から△OAE の面積をひいた値になる。
∠AOE＝2∠ABE＝2×60°＝120°より，おうぎ形 OAE の面積は，$\pi \times 2^2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$ (cm^2)
また，△OAE は 1 辺が 2 cm の二等辺三角形になる。O から AE に垂線 OF をひくと，△OAF は辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形になるので，OF＝1，AF＝$\sqrt{3}$ cm　△OAE＝$\frac{1}{2}$×OF×AE＝
$\frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (cm^2)
よって，求める部分の面積は，$\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ (cm^2)

数-16-公-栃木-KS-05

5　**問１**　花子さんは 54 分間で 18km 走ったから，走る速さは，1 分間に 18÷54＝$\frac{1}{3}$ (km)
よって，12 分間で走った距離は，$\frac{1}{3} \times 12 = 4$ (km)

問２　(1) 花子さんが 15 分間で走った距離は，$\frac{1}{3} \times 15 = 5$ (km)　このとき，花子さんはお父さんより 1 周多く走ったことになるから，お父さんが 15 分間で走った距離は，5－3＝2 (km)
0≦x≦15 のとき，お父さんの式を $y=ax$ として，x＝15，y＝2 を代入すると，2＝a×15　$a=\frac{2}{15}$
よって，$y=\frac{2}{15}x$

(2) 出発してからの t 分間で，花子さんはお父さんより 2 周分多く走ったことになるから，2 人が走った距離の差は，3×2＝6 (km)

問３　太郎さんは 48 分間で 3×3＝9 (km) 走ったから，走る速さは，1 分間に 9÷48＝$\frac{3}{16}$ (km)
太郎さんと花子さんは逆方向に走ったので，2 人の走った距離の合計が 3 km 増えるごとに，2 人はすれ違うことになる。2 人が 5 度目にすれ違う時間を，出発してから s 分後とすると，
$\frac{1}{3}s + \frac{3}{16}s = 3 \times 5$　$s = \frac{144}{5} = 28\frac{4}{5} = 28\frac{48}{60}$
よって，28 分 48 秒後。

数-16-公-栃木-KS-06

6　**問１**　C は縦が 5×2＝10 (cm)，横が 8×5＝40 (cm) だから，面積は，10×40＝400 (cm^2)

問２　【つなぎ方】が(ア)で m＝3, n＝4 のとき，C は縦が 5×3－1×2＝13 (cm)，横が 8×4－1×3＝29 (cm)
したがって，のり付けして重なった部分は，縦 1 cm で横 29 cm の長方形が 2 か所，縦 13 cm で横 1 cm の長方形が 3 か所でき，紙が 4 枚重なる部分が 6 か所できる。よって，その面積は，
1×29×2＋13×1×3－1×1×6＝91 (cm^2)

問３　ℓ が 6×(整数) の形で表されることを示せばよい。

問４　長方形 C の縦は，(ア)でつなぐごとに 4 cm ずつ，(イ)でつなぐごとに 5 cm ずつ大きくなり，横は(ア)でつなぐごとに 7 cm ずつ，(イ)でつなぐごとに 8 cm ずつ大きくなる。したがって，長方形 C の縦は $m=1$ のとき 5 cm，$m=2$ のときは $5+4=9$ (cm)，$5+5=10$ (cm)の 2 通りが考えられ，$m=3$ のときは $9+4=13$ (cm)，$9+5=14$ (cm)，$10+4=14$ (cm)，$10+5=15$ (cm)で，13 cm，14 cm，15 cm の 3 通りが考えられる。以下同じように考えると，長方形 C の縦，横のとりうる値は右の図のようになる。
C が正方形になるのは，縦と横の長さが等しくなる場合だから，その値を右の図から小さい順に 3 つあげると，15 cm，22 cm，23 cm となる。

