H30　栃木県　公立　数学　問題

数-18-公-栃木-問-01

1　次の**問１**～**問 14** に答えなさい。

問１　$(-12)\div 3$ を計算しなさい。

問２　$\frac{1}{4}xy^3\times 8y$ を計算しなさい。

問３　$\sqrt{2}+\sqrt{18}$ を計算しなさい。

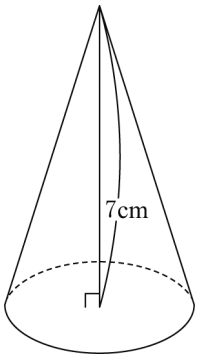
問４　$(x+4)^2$ を展開しなさい。

問５　$5a+2b=7c$ を a について解きなさい。

問６　1 個 x g のトマト 6 個を y g の箱に入れると，重さの合計が 900 g より軽かった。この数量の関係を不等式で表しなさい。

問７　比例式 $5:(9-x)=2:3$ について，x の値を求めなさい。

問８　右の図のような，底面積が 5π cm^2，高さが 7 cm の円錐(すい)の体積を求めなさい。ただし，π は円周率である。

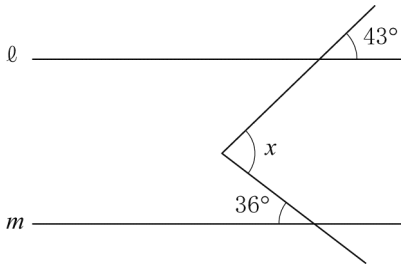


問９　連立方程式 $\begin{cases} x-2y=8 \\ 3x-y=9 \end{cases}$ を解きなさい。

問 10　2 次方程式 $x^2-6x-7=0$ を解きなさい。

問 11　1 つの内角が 150° である正多角形は，正何角形か答えなさい。

問 12　右の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問 13　右の度数分布表は，ある中学校の 1 年生女子 40 人の立ち幅とびの記録をまとめたものである。度数が最も多い階級の相対度数を求めなさい。

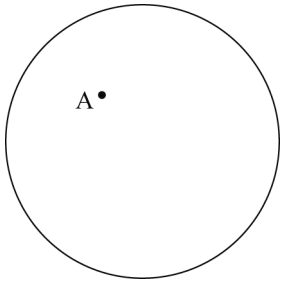
階級（cm）	度数（人）
以上　未満	
110 ～ 130	3
130 ～ 150	12
150 ～ 170	9
170 ～ 190	10
190 ～ 210	6
計	40

問 14　関数 $y=-x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

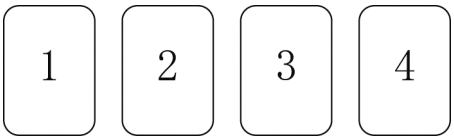
数-18-公-栃木-問-02

2 次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

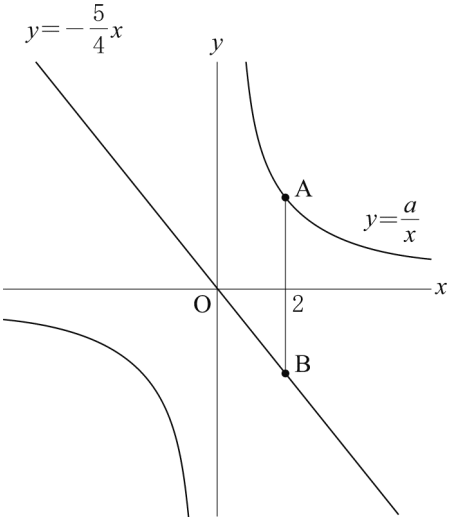
問１　右の図のように，円の内部に点Aがある。円周上にある点のうち，点Aとの距離が最も長い点Pを作図によって求めなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使い，また，作図に用いた線は消さないこと。



問２　右の図のような，1から4までの数字が1つずつ書かれた4枚のカードがある。これらのカードをよくきってから1枚ずつ2回続けてひき，1回目にひいたカードの数字を十の位，2回目にひいたカードの数字を一の位として，2けたの整数をつくる。このとき，できた整数が素数になる確率を求めなさい。



問３　右の図のように，2つの関数 $y=\frac{a}{x}$ $(a>0)$，$y=-\frac{5}{4}x$ のグラフ上で，x 座標が2である点をそれぞれA，Bとする。AB＝6となるときの a の値を求めなさい。

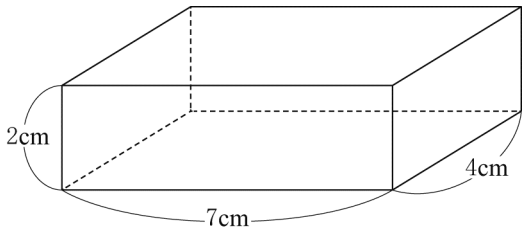


数-18-公-栃木-問-03

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　あるクラスで募金を行ったところ，募金箱の中には，5円硬貨と1円硬貨は合わせて36枚入っていた。募金箱の中に入っていた5円硬貨と1円硬貨の合計金額を a 円とするとき，a は4の倍数になることを，5円硬貨の枚数を b 枚として証明しなさい。

問２　下の図のような，縦 4 cm，横 7 cm，高さ 2 cm の直方体 P がある。直方体 P の縦と横をそれぞれ x cm ($x>0$) 長くした直方体 Q と，直方体 P の高さを x cm 長くした直方体 R をつくる。直方体 Q と直方体 R の体積が等しくなるとき，x の方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。



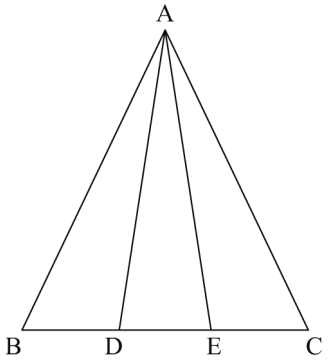
直方体P

数-18-公-栃木-問-04

4　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，BD＝CE となるようにそれぞれ点 D，E をとる。ただし，BD＜DC とする。

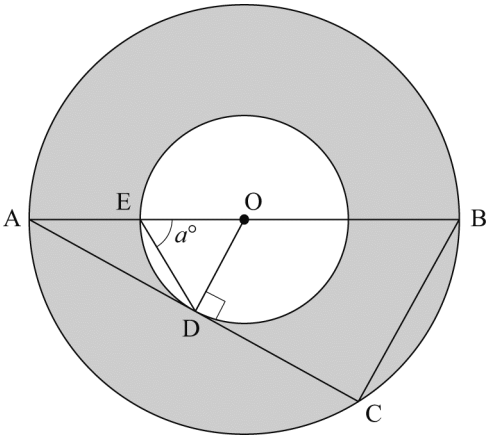
このとき，△ABE≡△ACD であることを証明しなさい。



問２　右の図のように，点 O を中心とし AB を直径とする円周上に 2 点 A，B と異なる点 C をとり，点 O から AC に垂線 OD をひく。また，点 O を中心とし OD を半径とする円と線分 OA の交点を E とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　∠OED＝a° とするとき，∠OBC の大きさを a を用いて表しなさい。



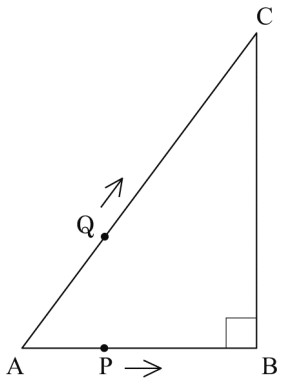
(2)　AC＝12 cm，BC＝4 cm のとき，2 つの円で囲まれた色のついた部分（ ▭ の部分）の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

5 **図１**のような直角三角形 ABC があり，AB＝30 cm，BC＝40 cm，CA＝50 cm，∠ABC＝90° である。点 P は A を出発し，毎秒 3 cm の速さで辺上を A→B→C の順に進み，C で停止する。また，点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し，毎秒 5 cm の速さで辺上を A→C→B の順に進み，B で停止する。

2 点 P，Q が A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とする。ただし，2 点 P，Q が一致したとき，$y=0$ とする。

このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

図１

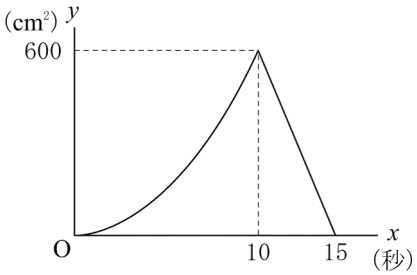


問１　**図２**は，x と y の関係を表したグラフの一部である。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 2 点 P，Q が A を出発してから 10 秒後までの x と y の関係は，$y=ax^2$ と表される。a の値を求めなさい。

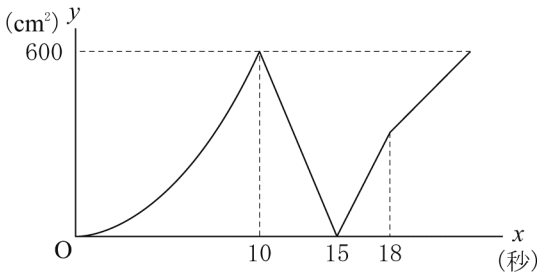
(2) 2 点 P，Q が A を出発して 10 秒後から 15 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

図２

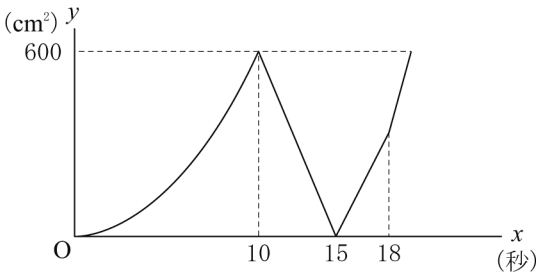


問２　下の［　　］内の文章は，2 点 P，Q が停止するまでの x と y の関係を表すグラフとして，次の（Ⅰ），（Ⅱ）のどちらのグラフが適するかを述べたものである。

（Ⅰ）



（Ⅱ）



2 点 P，Q が A を出発してから 18 秒後，（　①　）にある。18 秒後からの関数の変化の割合は，15 秒後から 18 秒後までの変化の割合と比べて（　②　）なるので，グラフとして適するものは（　③　）である。

このとき，次の(1)，(2)の問いについて，**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**のうちから最も適当なものをそれぞれ 1 つ選んで，記号で答えなさい。

(1) ［　　］内の文章の①に当てはまる語句はどれか。

ア　点 P は B　　**イ**　点 P は C　　**ウ**　点 Q は B　　**エ**　点 Q は C

(2) ［　　］内の文章の②と③に当てはまる語句とグラフの組み合わせはどれか。

ア　②－小さく　　③－(Ⅰ)　　**イ**　②－小さく　　③－(Ⅱ)

ウ　②－大きく　　③－(Ⅰ)　　**エ**　②－大きく　　③－(Ⅱ)

問３　△APQ の面積が 3 度目に 500 cm^2 となるのは，2 点 P，Q が A を出発してから何秒後か。

数-18-公-栃木-問-06

6　**図１**のような，縦 a cm，横 b cm の長方形の紙がある。この長方形の紙に対して次のような【操作】を行う。ただし，a，b は正の整数であり，$a<b$ とする。

> 【操作】
> 長方形の紙から短い方の辺を１辺とする正方形を切り取る。残った四角形が正方形でない場合には，その四角形から，さらに同様の方法で正方形を切り取り，残った四角形が正方形になるまで繰り返す。

例えば，**図２**のように，$a=3$，$b=4$ の長方形の紙に対して【操作】を行うと，1 辺 3 cm の正方形の紙が 1 枚，1 辺 1 cm の正方形の紙が 3 枚，全部で 4 枚の正方形ができる。このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**，**問４**に答えなさい。

図１

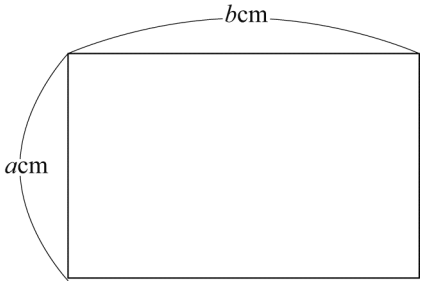
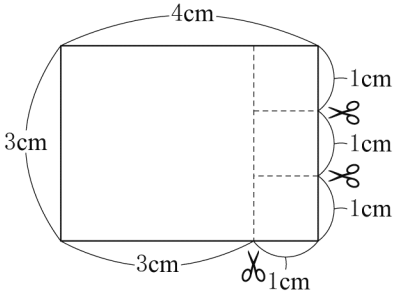


図２



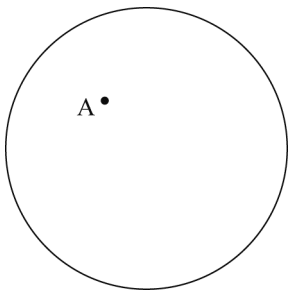
問１　$a=4$，$b=6$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき，できた正方形のうち最も小さい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

問２　n を正の整数とする。$a=n$，$b=3n+1$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき，正方形は全部で何枚できるか。n を用いて表しなさい。

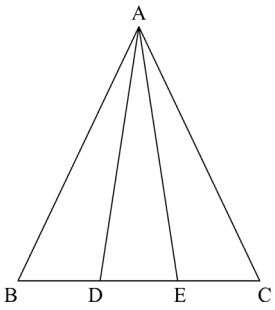
問３　ある長方形の紙に対して【操作】を行ったところ，3 種類の大きさの異なる正方形が全部で 4 枚できた。これらの正方形は，1 辺の長さが長い順に，12 cm の正方形が 1 枚，x cm の正方形が 1 枚，y cm の正方形が 2 枚であった。このとき，x，y の連立方程式をつくり，x，y の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問４　$b=56$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったところ，3 種類の大きさの異なる正方形が全部で 5 枚できた。このとき，考えられる a の値をすべて求めなさい。

数学　解答用紙

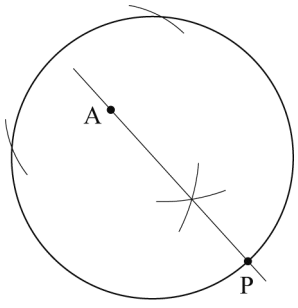
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−栃木−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$a=$		
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	cm^3		
		問９	$x=$　　，$y=$		
		問 10	$x=$		
		問 11			
		問 12	度		
		問 13			
		問 14			
数−18−公−栃木−KY−02	2	問１			
		問２			
		問３	$a=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−I8−公−栃木−KY−03	3	問１	〔証明〕		
		問２	答え（$x=$　　）		

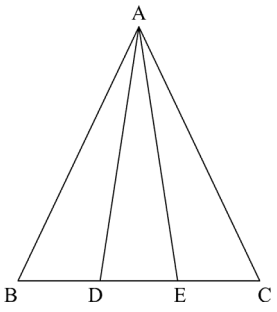
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−栃木−KY−04	4	問１	〔証明〕  			
		問２	(1)	度		
			(2)	cm^2		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−栃木−XY−05	5	問１	(1)	$a=$		
			(2)	答え（　　）		
		問２	(1)			
			(2)			
		問３	秒後			
数−18−公−栃木−XY−06	6	問１	cm			
		問２	枚			
		問３	答え（$x=$　　，$y=$　　）			
		問４	$a=$			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−栃木−K−01	1	問１	-4	2	
		問２	$2xy^4$	2	
		問３	$4\sqrt{2}$	2	
		問４	$x^2+8x+16$	2	
		問５	$(a=)\ \dfrac{-2b+7c}{5}$	2	
		問６	$6x+y<900$	2	
		問７	$(x=)\ \dfrac{3}{2}$	2	
		問８	$\dfrac{35}{3}\pi$　(cm^3)	2	
		問９	$(x=)\ 2,\ (y=)\ -3$	2	
		問 10	$(x=)\ -1,\ 7$	2	
		問 11	正十二角形	2	
		問 12	79　(度)	2	
		問 13	0.3	2	
		問 14	-5	2	
数−18−公−栃木−K−02	2	問１	(例)  	4	
		問２	$\dfrac{5}{12}$	4	
		問３	$(a=)\ 7$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−栃木−大−03	3	問１	〔証明〕 (例) 5 円硬貨の枚数が b 枚なので，1 円硬貨の枚数は， $(36-b)$ 枚と表される。 よって $a=5b+(36-b)$ $=4b+36$ $=4(b+9)$ b は整数だから，$b+9$ も整数である。 したがって，a は 4 の倍数である。	6	
		問２	(例) 直方体 Q の体積と直方体 R の体積は等しいので $(4+x)(7+x)\times 2=4\times 7\times(2+x)$ $x^2+11x+28=14x+28$ $x^2-3x=0$ $x(x-3)=0$ $x=0,\ 3$ $x>0$ だから $x=3$ 答え $(x=3)$	6	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−栃木−K−04	4	問１		〔証明〕 (例) △ABE と△ACD において 仮定より AB＝AC　……① △ABC は二等辺三角形だから ∠ABE＝∠ACD　……② 仮定より BD＝CE　……③ ここで BE＝BD＋DE　……④ CD＝CE＋DE　……⑤ ③，④，⑤より BE＝CD　……⑥ ①，②，⑥より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABE≡△ACD	7	
		問２	(1)	$180-2a$　(度)	3	
			(2)	36π　(cm^2)	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−栃木−A−05	5	問１	(1)	(a=)　6	2	
			(2)	(例) 2 点 P，Q が A を出発してから 10 秒後から 15 秒後までのグラフの傾きは $\frac{0-600}{15-10}=-120$ であるから，x と y の関係の式は $y=-120x+b$ と表される。 グラフは点 (15，0) を通るから $0=-120\times15+b$ よって $b=1800$ したがって，求める式は $y=-120x+1800$ 答え（$y=-120x+1800$)	6	
		問２	(1)	ウ	2	
			(2)	ア	2	
		問３	$\frac{190}{9}$ (秒後)		5	
数−18−公−栃木−A−06	6	問１	2 (cm)		2	
		問２	$n+3$ (枚)		3	
		問３	(例) $\begin{cases}x+y=12 & \cdots\cdots① \\ x=2y & \cdots\cdots②\end{cases}$ ②を①に代入すると $2y+y=12$ $y=4$ ②に代入すると $x=8$ これらの解は問題に適している。 答え（$x=8$，$y=4$)		6	
		問４	(a=)　21，32，40		6	

数-18-公-栃木-KS-01

1　問１　$(-12)\div 3=-(12\div 3)=-4$

問２　$\frac{1}{4}xy^3\times 8y=\frac{1}{4}\times 8\times xy^3\times y=2xy^4$

問３　$\sqrt{2}+\sqrt{18}=\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

問４　$(x+4)^2=x^2+2\times 4\times x+4^2=x^2+8x+16$

問５　$5a+2b=7c$　$5a=7c-2b$　$a=\frac{-2b+7c}{5}$

問６　トマト６個の重さは，$6x$g だから，箱との重さの合計は，$6x+y$(g)
これが 900g より軽いのだから，$6x+y<900$

問７　$5:(9-x)=2:3$　$(9-x)\times 2=5\times 3$　$18-2x=15$　$-2x=-3$　$x=\frac{3}{2}$

問８　円錐(すい)の体積は，$\frac{1}{3}\times$(底面積)×(高さ)で求められるから，$\frac{1}{3}\times 5\pi\times 7=\frac{35}{3}\pi$(cm^3)

問９　$x-2y=8$…①，$3x-y=9$…②とする。
②×２－①より，$6x-x=18-8$　$5x=10$　$x=2$…③
②に③を代入して，$3\times 2-y=9$　$y=-3$

問 10　x^2-6x-7 について，和が－６，積が－７となる２数は，１と－７だから，
$x^2-6x-7=0$　$(x+1)(x-7)=0$　$x=-1$，７

問 11　１つの内角が 150° だから，１つの外角は，180° －150° ＝30° である。この正多角形を正 n 角形とすると，外角の和が 360° であることから，$360\div n=30$　$n=12$ より，正十二角形である。

問 12　x の角の頂点を通り，直線ℓに平行な直線をひくと，平行線の同位角・錯角は等しいから，
$\angle x=43^\circ+36^\circ=79^\circ$

問 13　度数が最も多い階級は，130cm 以上 150cm 未満の階級で，その度数は 12 人だから，求める相対度数は，$\frac{12}{40}=0.3$

問 14　$x=1$ のとき，$y=-1\times 1^2=-1$，$x=4$ のとき，$y=-1\times 4^2=-16$ だから，
変化の割合は，$\frac{-16-(-1)}{4-1}=\frac{-15}{3}=-5$

数-18-公-栃木-KS-02

2　問１　図の円の直径のうち，点 A を通る直径を作図し，その両端のうち点 A から遠い方を P とすればよい。図の円の中心を O と考える。点 A を中心とし，円 O と２点で交わるような円をかき，その交点をそれぞれ B，C とすると，OB＝OC，AB＝AC だから，２点 A，O はともに線分 BC の垂直二等分線上にあるので，線分 BC の垂直二等分線を作図すればよい。

問２　できる整数は，小さい方から順に，12，<u>13</u>，14，21，<u>23</u>，24，<u>31</u>，32，34，<u>41</u>，42，<u>43</u> の 12 通りあり，そのうち素数は下線を引いた５通りだから，求める確率は，$\frac{5}{12}$

問３　線分 AB と x 軸との交点を C とする。点 B は関数 $y=-\frac{5}{4}x$ のグラフ上にある x 座標が２の点だから，$y=-\frac{5}{4}\times 2=-\frac{5}{2}$ より，$\mathrm{B}\left(2,\ -\frac{5}{2}\right)$

よって，AB＝6，BC$=\frac{5}{2}$ より，AC$=6-\frac{5}{2}=\frac{7}{2}$ だから，$\mathrm{A}\left(2,\ \frac{7}{2}\right)$

点 A は関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にある点であり，$y=\frac{a}{x}$　$a=xy$ だから，

$a=2\times\frac{7}{2}=7$

数-18-公-栃木-KS-03

3 **問１**　5 円硬貨の枚数が b 枚なので，1 円硬貨の枚数は，$(36-b)$枚と表される。

よって，合計金額は，

$a=5\times b+1\times(36-b)$

$=5b+(36-b)$

$=5b+36-b$

$=4b+36$

$=4(b+9)$

b は整数だから，$(b+9)$も整数である。

したがって，a は 4×(整数)の形で表されるから，4 の倍数である。

問２　直方体 Q の体積を x を用いた式で表すと，$(4+x)\times(7+x)\times2(\text{cm}^3)$

直方体 R の体積を x を用いた式で表すと，$4\times7\times(2+x)(\text{cm}^3)$である。

直方体 Q の体積と直方体 R の体積は等しいので，

$(4+x)\times(7+x)\times2=4\times7\times(2+x)$

$x^2+11x+28=14x+28$　$x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$　$x=0$，3

$x>0$ だから，$x=3$　これは問題に適している。

数-18-公-栃木-KS-04

4 **問１**　△ABE と△ACD において，

仮定より，AB＝AC…①

△ABC は二等辺三角形だから，∠ABE＝∠ACD…②

仮定より，BD＝CE…③

ここで，BE＝BD＋DE…④　CD＝CE＋DE…⑤

③，④，⑤より，BE＝CD…⑥

①，②，⑥より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△ACD

問２　(1) 点 E は点 O を中心とする半径 OD の円の周上の点だから，OD＝OE

よって，△ODE は二等辺三角形であり，$\angle ODE=\angle OED=a^\circ$

したがって，$\angle AOD=180^\circ-2a^\circ$

線分 AB を直径とする円において，半円の弧に対する円周角は 90°だから，∠ACB＝90°

よって，∠ADO＝∠ACB だから，同位角が等しいので，OD∥BC

したがって，同位角は等しいので，$\angle ABC=\angle ACB=\angle OBC=\angle AOD=180^\circ-2a^\circ$

(2) △ABC において，AO：OB＝1：1，OD∥BC だから，

三角形と比の定理より，OD：BC＝AO：AB＝1：2

よって，$\text{OD}=\frac{1}{2}\times\text{BC}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

また，△ABC において，三平方の定理より，$\text{AB}=\sqrt{12^2+4^2}=4\sqrt{10}$ (cm)

したがって，$\text{OA}=\frac{1}{2}\times\text{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ (cm)

よって，求める面積は，$(2\sqrt{10})^2\pi-2^2\pi=40\pi-4\pi=36\pi(\text{cm}^2)$

数-18-公-栃木-KS-05

5 **問１** (1) 2点P，QがAを出発してからx秒後について，$0<x<10$とすると，
△ABCと△APQにおいて，
AB＝30cm，AC＝50cm，AP＝3xcm，AQ＝5xcmだから，
AB：AP＝x：10…①　AC：AQ＝x：10…②
共通な角だから，∠BAC＝∠PAQ…③
①，②，③より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△APQ
よって，∠APQ＝∠ABC＝90°で，PQ：BC＝x：10だから，$PQ=40\times\frac{x}{10}=4x$(cm)
したがって，$y=\frac{1}{2}\times3x\times4x=6x^2$だから，$a=6$

(2) 2点P，QがAを出発してから10秒後から15秒後のグラフは2点(10，600)，(15，0)を通る直線だから，その傾きは，$\frac{0-600}{15-10}=-120$であるから，xとyの関係の式は，$y=-120x+b$と表される。
グラフは点(15，0)を通るから，$0=-120\times15+b$　$b=1800$
よって，求める式は，$y=-120x+1800$

問２ (1) 点PがCで停止するのは，$(30+40)\div3=\frac{70}{3}$(秒後)，
点QがBで停止するのは，$(50+40)\div5=18$(秒後)

(2) 2点P，QがAを出発してから15秒後から18秒後までは，線分PQの長さは毎秒，3＋5＝8(cm)ずつ長くなるのに対し，18秒後からは，線分PQの長さは毎秒3cmずつ長くなるから，18秒後からの変化の割合は，15秒後から18秒後までの変化の割合と比べて小さい。
よって，グラフとして適するのは(Ⅰ)である。

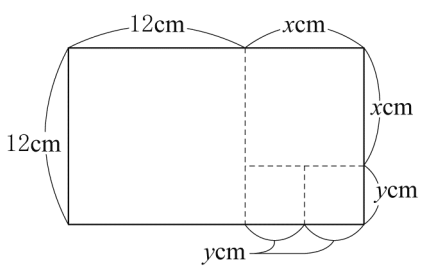
問３ 2点P，QがAを出発してから18秒後，点QはBで停止し，点PはBP＝3×18－30＝24(cm)の位置にある。よって，$x=18$のとき，$y=\frac{1}{2}\times24\times30=360$
グラフ(Ⅰ)より，3度目に$y=500$となるのは，$18<x$のときである。
$18<x$のとき，線分PQは毎秒3cmずつ長くなるから，面積は，$\frac{1}{2}\times3\times30=45$(cm²)ずつ大きくなるので，グラフの傾きは45であり，グラフは点(18，360)を通るから，その式は，$y=45x-450$
したがって，これに，$y=500$を代入して，$500=45x-450$　$x=\frac{190}{9}$(秒後)

数-18-公-栃木-KS-06

6 **問１** まず，1辺の長さが4cmの正方形を1枚切り取ると，残りは，縦4cm，横2cmの長方形となる。縦4cm，横2cmの長方形は，1辺の長さが2cmの正方形2枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，最も小さい正方形の1辺の長さは2cm

問２ まず，1辺の長さが$n$cmの正方形を3枚切り取ると，残りは，縦$n$cm，横1cmの長方形となる。縦$n$cm，横1cmの長方形は，1辺の長さが1cmの正方形n枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，できる正方形の枚数は$n+3$(枚)

問３ 問題のように切り分けられるとき，はじめの長方形の紙は右の図のようになる。
よって，はじめの長方形の縦の長さについて，$x+y=12$…①，1辺の長さが12cmの正方形を1枚切り取って残った長方形の横の長さについて，$x=2y$…②が成り立つので，①，②を連立方程式として解く。
②を①に代入すると，$2y+y=12$　$y=4$(cm)…③
③を②に代入すると，$x=2\times4=8$(cm)
これらは問題に適している。



問４　３種類の大きさの異なる正方形を大きさの順に大，中，小とする。

小は，中を切り取って残った長方形の紙を何等分かすることによってできるので，小が１枚ということはありえない。

小が２枚のとき，中が１枚であれば，大は，5－2－1＝2(枚)だから，**図１**のようになる。

同じように考えて，小が２枚のとき，中が２枚であれば，大は１枚だから，**図２**のようになり，

小が３枚のとき，中と大はそれぞれ１枚ずつだから，**図３**のようになる。

小の１辺の長さを $x$cm とすると，

図１において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $3x$cm だから，全体の横の長さについて，

$3x+3x+2x=56$　$8x=56$　$x=7$ だから，全体の縦の長さは，$a=3\times7=21$(cm)

図２において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $5x$cm だから，全体の横の長さについて，

$5x+2x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=5\times8=40$(cm)

図３において，中の１辺の長さは $3x$cm，大の１辺の長さは $4x$cm だから，全体の横の長さについて，

$4x+3x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=4\times8=32$(cm)

図１



図２

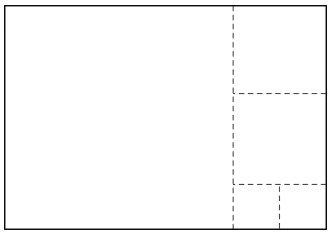


図３

