H31　栃木県　公立　数学　問題

数-19-公-栃木-問-01

1　次の**問1**から**問14**に答えなさい。

問1　$-7+5$ を計算しなさい。

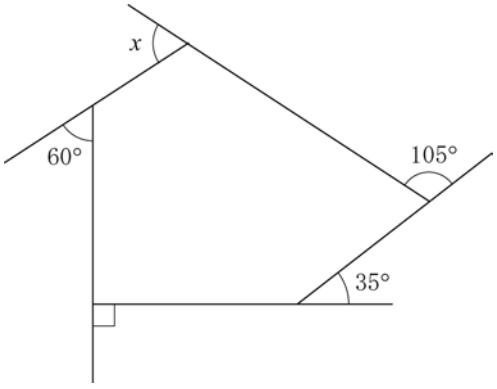
問2　$\frac{3x-2}{5}\times 10$ を計算しなさい。

問3　$5ab^2\div\frac{a}{3}$ を計算しなさい。

問4　$(x+8)(x-6)$ を展開しなさい。

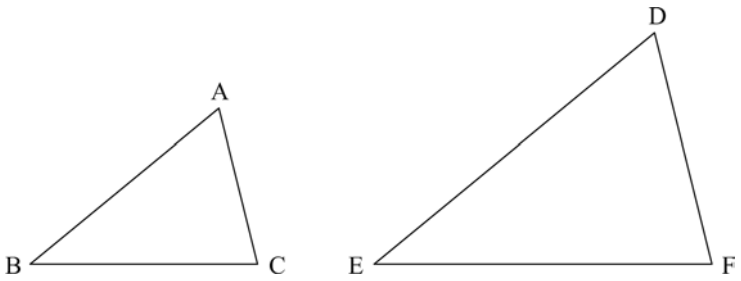
問5　25 の平方根を求めなさい。

問6　右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問7　関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点(6，-2)を通るとき，a の値を求めなさい。

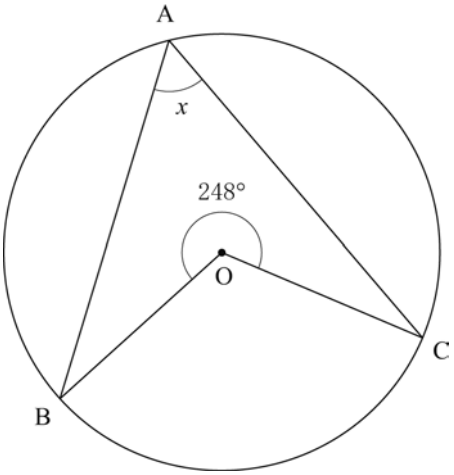
問 8　△ABC と△DEF は相似であり，その相似比は 2：3 である。△ABC の面積が 8 cm^2 であるとき，△DEF の面積を求めなさい。



問 9　連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=-5 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$ を解きなさい。

問 10　大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，2 つとも同じ目が出る確率を求めなさい。

問 11　右の図において，点 A, B, C は円 O の周上の点である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問 12　2 次方程式 $x^2+7x+1=0$ を解きなさい。

問 13　長さ 150 mm のろうそくがある。このろうそくに火をつけると，毎分 2 mm ずつ短くなる。火をつけてから x 分後のろうそくの残りの長さを y mm とするとき，x と y の関係を述べた文として適するものを，次の**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**のうちから 1 つ選んで，記号で答えなさい。

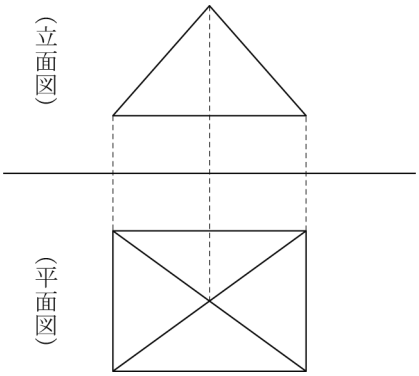
ア　y は x に比例する。　　**イ**　y は x に反比例する。

ウ　y は x の 1 次関数である。　　**エ**　y は x の 2 乗に比例する関数である。

問 14　右の図は，ある立体の投影図である。この投影図が表す立体の名前として正しいものを，次の**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**のうちから 1 つ選んで，記号で答えなさい。

ア　四角錐（すい）　　**イ**　四角柱

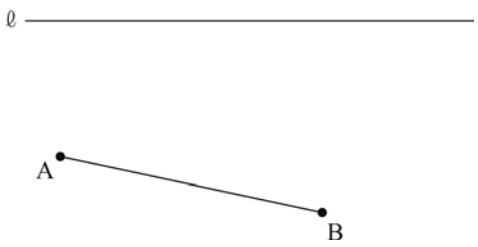
ウ　三角錐　　**エ**　三角柱



数-19-公-栃木-問-02

2　次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　右の図のように，直線ℓと線分 AB がある。このとき，下の【条件】をともに満たす点 C を作図によって求めなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使い，また，作図に用いた線は消さないこと。



【条件】
・点 C は直線ℓ上にある。
・△ABC は，辺 AC を斜辺とする直角三角形となる。

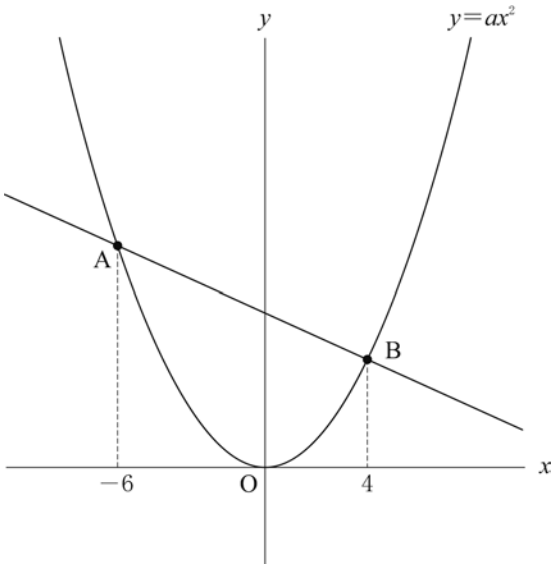
問２　次の健太さんと春子さんの会話文を読んで，下の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

健太：「1331 や 9449 のような 4 けたの数は，11 で割り切れることを発見したよ。」
春子：「つまり，千の位と一の位が同じ数，そして百の位と十の位が同じ数の 4 けたの数は，11 の倍数になるということね。必ずそうなるか証明してみようよ。」
健太：「そうだね，やってみよう。千の位の数を a，百の位の数を b とすればよいかな。」
春子：「そうね。a を 1 から 9 の整数，b を 0 から 9 の整数とすると，この 4 けたの数 N は…」
健太：「N＝1000×a＋100×b＋10×［①］＋1×［②］
と表すことができるね。」
春子：「計算して整理すると，
N＝［③］(［④］a＋［⑤］b)
になるわね。」
健太：「［④］a＋［⑤］b は整数だから，N は 11 の倍数だ。」
春子：「だからこのような 4 けたの数は，必ず 11 で割り切れるのね。」

(1)［①］，［②］に当てはまる適切な文字をそれぞれ答えなさい。

(2)［③］，［④］，［⑤］に当てはまる適切な数をそれぞれ答えなさい。

問３　右の図のように，関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ -6，4 である。直線 AB の傾きが $-\frac{1}{2}$ であるとき，a の値を求めなさい。



数-19-公-栃木-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

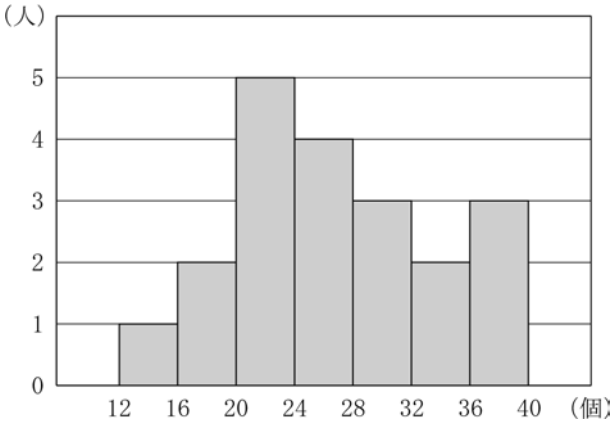
問１　花子さんは，定価 150 円のジュースを 50 本買うことにした。そのジュースが定価の 2 割引きで売られている A 店に行き，そのジュースを買った。しかし，50 本には足りなかったので，そのジュースが定価で売られている B 店に行き，A 店で買った本数と合わせて 50 本になるようにそのジュースを買った。B 店では 500 円分の値引券を使用したので，花子さんが A 店と B 店で支払った金額の合計は 6280 円であった。A 店で買ったジュースの本数を x 本として方程式をつくり，A 店で買ったジュースの本数を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。なお，消費税は考えないものとする。

問２　ある農園のいちご狩りに参加した 20 人が，それぞれ食べたいちごの個数を記録した。下の**表**は，参加者全員の記録について，最大値(最大の値)，最小値(最小の値)，平均値，中央値，最頻値をまとめたものである。また，下の**図**は，参加者全員の記録をヒストグラムで表したものであり，例えば，16 個以上 20 個未満の人数は 2 人であることがわかる。

表

最大値	39 個
最小値	12 個
平均値	27 個
中央値	25 個
最頻値	23 個

図



このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) 次の**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**の中から，正しいことを述べている文を 1 つ選んで，記号で答えなさい。

ア　平均値は，度数が最も大きい階級に含まれている。

イ　いちごを 14 個食べたのは，1 人である。

ウ　24 個以上の階級において，最も小さい度数は 3 人である。

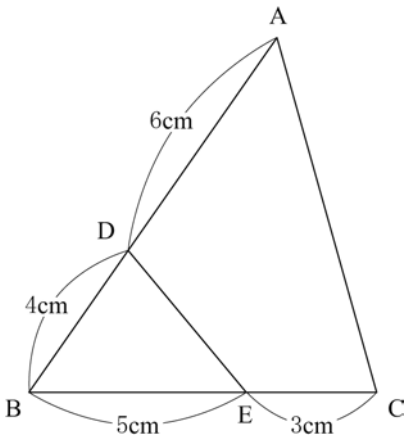
エ　20 人が食べたいちごの個数の範囲は，27 個である。

(2) このいちご狩りに参加したひかりさんは，いちごを 26 個食べた。上の**表**から，「いちごを 26 個以上食べた参加者の人数は，参加者 20 人の半数以下である」と判断できる。そのように判断できる理由を，平均値，中央値，最頻値のうち，いずれかの用語を 1 つ用いて説明しなさい。

数-19-公-栃木-問-04

4　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

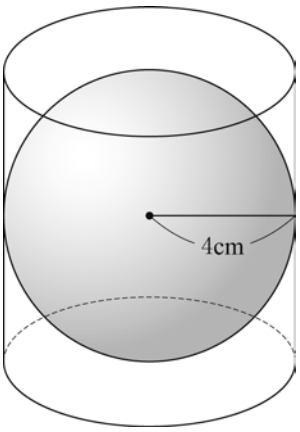
問１　右の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D，辺 BC 上に点 E をとる。このとき，△ABC∽△EBD であることを証明しなさい。



問２　次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) **図１**のような，半径 4 cm の球がちょうど入る大きさの円柱があり，その高さは球の直径と等しい。この円柱の体積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図１



(2) **図２**のような，半径 4 cm の球 O と半径 2 cm の球 O′がちょうど入っている円柱がある。その円柱の底面の中心と 2 つの球の中心 O，O′とを含む平面で切断したときの切り口を表すと，**図３**のようになる。この円柱の高さを求めなさい。

図２

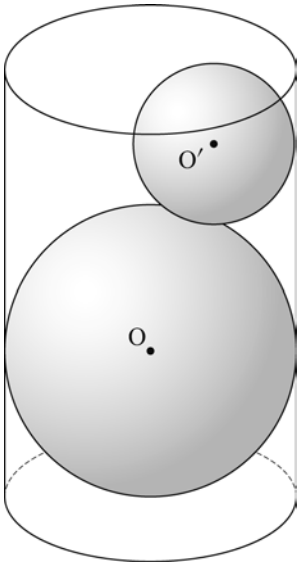
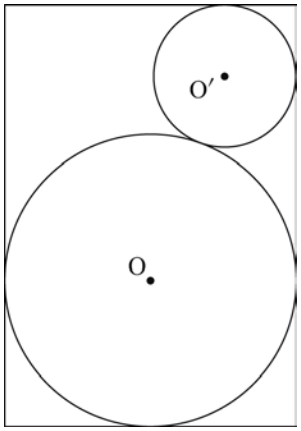


図３

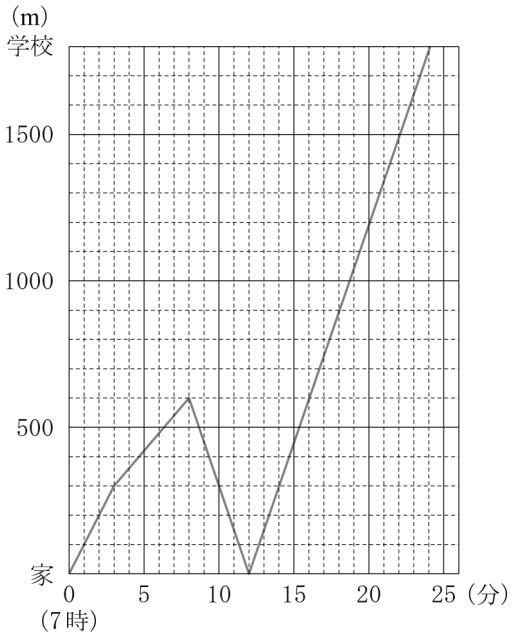


数-19-公-栃木-問-05

5 ある日，あすかさんは，7 時ちょうどに家を出て 1800 m 先の学校に向かった。家を出てから毎分 100 m の速さで 3 分間歩き，友人と合流した。その後，毎分 60 m の速さで 5 分間歩いたところで忘れ物に気がついたため，友人と別れ 1 人で家まで毎分 150 m の速さで走って戻った。忘れ物をかばんに入れた後，学校まで毎分 150 m の速さで走った。ただし，あすかさんの通学路は一直線であり，友人と合流する際の待ち時間と，家に戻ってから忘れ物をかばんに入れて再び家を出るまでの時間は考えないものとする。

右の図は，あすかさんが学校まで移動したようすについて，7 時ちょうどに家を出てからの時間と家からの距離との関係をグラフに表したものである。

このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。



問１　あすかさんが家を出てから忘れ物に気がつくまでに歩いた距離を答えなさい。

問２　あすかさんがはじめに家を出てからの時間を x 分，家からの距離を y m として，あすかさんが友人と合流したときから忘れ物に気がついたときまでの x と y の関係を式で表しなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　あすかさんの兄の太郎さんは，あすかさんと同じ通学路で同じ学校に通っている。次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) この日，太郎さんは，7 時 6 分に家を出て一定の速さで学校に向かい，あすかさんよりも 1 分遅く学校に着いた。このとき，太郎さんが家を出てから学校まで移動したようすを表すグラフを，図にかき入れなさい。

(2) この日，太郎さんが 7 時 3 分に家を出て毎分 100 m の速さで学校に向かったとすると，太郎さんとあすかさんがすれ違うのは家から何 m の地点か。

数-19-公-栃木-問-06

6 形も大きさも同じ半径 1 cm の円盤がたくさんある。これらを**図1**のように，縦 m 枚，横 n 枚(m，n は 3 以上の整数)の長方形状に並べる。このとき，4 つの角(かど)にある円盤の中心を結んでできる図形は長方形である。さらに，**図2**のように，それぞれの円盤は×で示した点で他の円盤と接しており，ある円盤が接している円盤の枚数をその円盤に書く。例えば，**図2**は $m=3$，$n=4$ の長方形状に円盤を並べたものであり，円盤 A は 2 枚の円盤と接しているので，円盤 A に書かれる数は 2 となる。同様に，円盤 B に書かれる数は 3，円盤 C に書かれる数は 4 となる。また，$m=3$，$n=4$ の長方形状に円盤を並べたとき，すべての円盤に他の円盤と接している枚数をそれぞれ書くと，**図3**のようになる。

図1

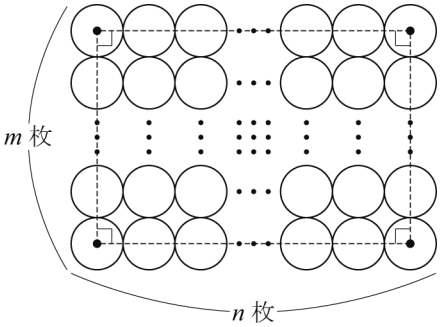


図2

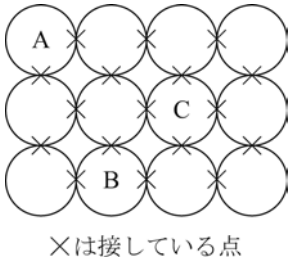
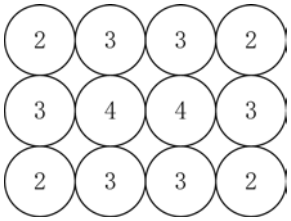


図3



このとき，次の**問1**，**問2**，**問3**，**問4**に答えなさい。

問1 $m=4$，$n=5$ のとき，3 が書かれた円盤の枚数を求めなさい。

問2 $m=5$，$n=6$ のとき，円盤に書かれた数の合計を求めなさい。

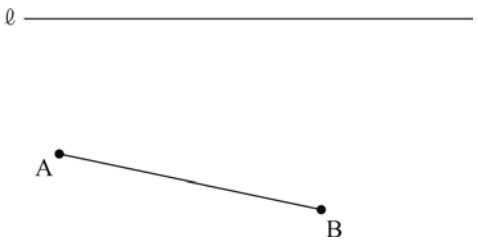
問3 $m=x$，$n=x$ のとき，円盤に書かれた数の合計は 440 であった。このとき，x についての方程式をつくり x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

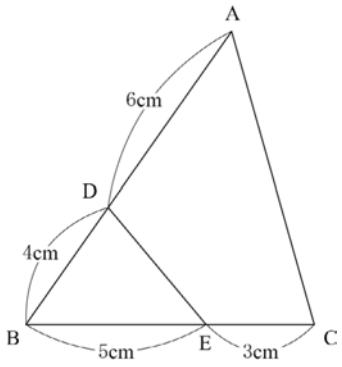
問4 次の文の①，②，③に当てはまる数を求めなさい。ただし，a，b は 2 以上の整数で，$a<b$ とする。

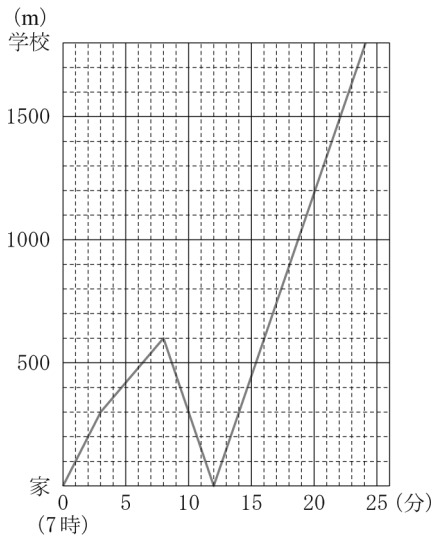
> $m=a+1$，$n=b+1$ として，円盤を**図1**のように並べる。4 つの角にある円盤の中心を結んでできる長方形の面積が 780 cm^2 となるとき，4 が書かれた円盤の枚数は，$a=$(　①　)，$b=$(　②　)のとき最も多くなり，その枚数は(　③　)枚である。

H31　栃木県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-N-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			
		問6	度		
		問7	$a=$		
		問8	cm^2		
		問9	$x=$　　，$y=$		
		問10			
		問11	度		
		問12	$x=$		
		問13			
		問14			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-N-02	2	問１			
		問２ (1)	①　(　　) ②　(　　)		
		問２ (2)	③　(　　) ④　(　　) ⑤　(　　)		
		問３	a＝		
数-19-公-栃木-N-03	3	問１	答え（　　本）		
		問２ (1)			
		問２ (2)			

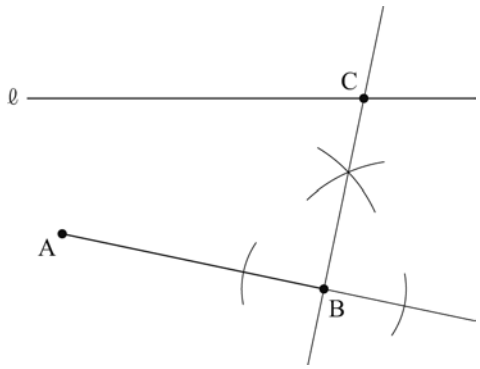
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-栃木-N-04	4	問1	〔証明〕  			
		問2	(1)	cm^3		
			(2)	cm		

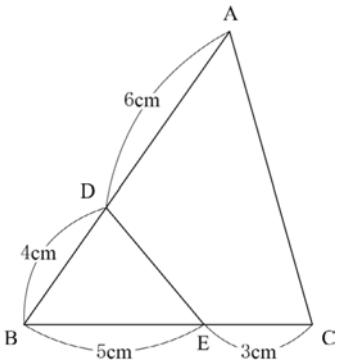
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-栃木-N-05	5	問１	m			
		問２	答え（　　）			
		問３	(1)			
			(2)	m		

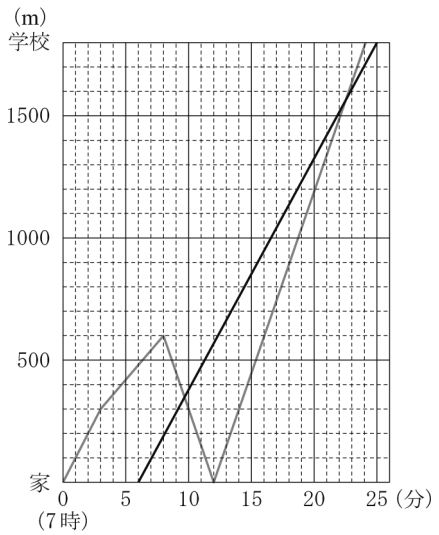
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-R-06	6	問１	枚		
		問２			
		問３	答え（x＝　　）		
		問４	①(　　)　②(　　)　③(　　)枚		

H31　栃木県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-K01	1	問1	-2	2	
		問2	$6x-4$	2	
		問3	$15b^2$	2	
		問4	$x^2+2x-48$	2	
		問5	± 5	2	
		問6	70　度	2	
		問7	$a=-12$	2	
		問8	18　cm^2	2	
		問9	$x=-3,\ y=4$	2	
		問10	$\frac{1}{6}$	2	
		問11	56　度	2	
		問12	$x=\frac{-7\pm 3\sqrt{5}}{2}$	2	
		問13	ウ	2	
		問14	ア	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-K02	2	問１	(例)  	4	
		問２ (1)	①　(*b*) ②　(*a*)	2	
		問２ (2)	③　(11) ④　(91) ⑤　(10)	2	
		問３	$a=\frac{1}{4}$	4	
数-19-公-栃木-K03	3	問１	(例) A 店で支払った金額と B 店で支払った金額の合計は 6280 円なので $150\times(1-0.2)\times x+\{150\times(50-x)-500\}=6280$ $120x+7500-150x-500=6280$ $-30x=-720$ $x=24$ この解は問題に適している。 答え（　24　本）	6	
		問２ (1)	エ	2	
		問２ (2)	(例) 26 個という記録は，中央値の 25 個よりも大きいから。	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-栃木-K-04	4	問１		〔証明〕 (例) △ABC と△EBD において AB：EB＝10：5＝2：1…① BC：BD＝8：4＝2：1 …② ①，②より AB：EB＝BC：BD　…③ 共通な角であるから ∠ABC＝∠EBD　…④ ③，④より 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから △ABC∽△EBD	7	
		問２	(1)	128π　cm^3	3	
			(2)	$6+4\sqrt{2}$　cm	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-栃木-K05	5	問１	600　m		2	
		問２	(例) あすかさんが友人と合流したときから忘れ物に気がついたときまでのグラフの傾きは 60 であるから,x と y の関係の式は $y=60x+b$ と表すことができる。 グラフは点(3，300)を通るから $300=60\times3+b$ よって $b=120$ したがって，求める式は $y=60x+120$ 答え（ $y=60x+120$ ）		6	
		問３	(1)		4	
			(2)	540　m	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-栃木-その6	6	問１	10　枚	2	
		問２	98	3	
		問３	(例) 円盤に書かれた数の合計は $2\times4+3\times4(x-2)+4\times(x-2)^2=4x^2-4x$ これが 440 になるから $4x^2-4x=440$ $x^2-x-110=0$ $(x+10)(x-11)=0$ $x=-10,\ x=11$ $x\geqq3$ より，$x=11$ 答え（　　$x=11$　　）	6	
		問４	①(　　13　　)　②(　　15　　)　③(　　168　　) 枚	6	

数-19-公-栃木-KS-01

1　**問1**　$-7+5=-(7-5)=-2$

問2　$\frac{3x-2}{5}\times 10=2(3x-2)=6x-4$

問3　$5ab^2\div\frac{a}{3}=\frac{5ab^2\times 3}{a}=15b^2$

問4　$(x+8)(x-6)=x^2+(8-6)x-8\times 6=x^2+2x-48$

問5　25 の平方根は $x^2=25$ を成り立たせる x の値である。よって，5 と -5

問6　多角形の外角の和は 360° だから $\angle x+60^\circ+90^\circ+35^\circ+105^\circ=360^\circ$
$\angle x=360^\circ-290^\circ=70^\circ$

問7　$y=\frac{a}{x}$ に $x=6$，$y=-2$ を代入すると，$a=-12$

問8　△ABC と△DEF の相似比は 2：3 だから，面積比は $2^2:3^2=4:9$ である。
よって，8：△DEF＝4：9　△DEF＝18(cm²)

問9　$3x+y=-5$……①，$2x+3y=6$……②とおく。①×3−②より，$7x=-21$　$x=-3$
$x=-3$ を①に代入して $y=4$

問10　2 つのさいころを同時に投げたとき，出る目は全部で $6\times 6=36$(通り)である。そのうち，2 つとも同じ目が出るのは 6 通りだから，求める確率は $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

問11　$\angle BOC=360^\circ-248^\circ=112^\circ$　弧 BC に対する円周角は中心角の半分の大きさだから
$\angle x=112^\circ\div 2=56^\circ$

問12　解の公式より，$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times 1\times 1}}{2\times 1}=\frac{-7\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{-7\pm 3\sqrt{5}}{2}$

問13　x と y の関係を式で表すと $y=150-2x$ である。よって，y は x の 1 次関数である。

問14　この立体は底面が長方形の角錐(すい)であるから四角錐である。

数-19-公-栃木-KS-02

2　**問1**　条件から点 C は直線ℓ上にあり，△ABC は辺 AC を斜辺とする直角三角形だから $\angle ABC=90^\circ$ となるような点 C を以下の手順で描けばよい。
①　線分 AB を点 B の方向に延長する。
②　点 B を中心とする円を描き，直線 AB との交点をそれぞれ P，Q とする。
③　点 P，Q を中心とする半径が PB より大きい円をそれぞれ描き，その交点のうちの 1 つを R とする。
④　直線 BR と直線ℓの交点を C とする。

問2　千の位と一の位は同じ数だから，千の位の数を a とするとそれぞれ $1000a$，a と表される。また，百の位と十の位は同じ数だから，百の位の数を b とするとそれぞれ $100b$，$10b$ と表される。よって，$N=1000a+100b+10b+a=1001a+110b=11(91a+10b)$　$91a+10b$ は整数だから 11×(整数)となる。よって，N は 11 の倍数になるから 11 で割り切れる。

問3　直線 AB は傾きが $-\frac{1}{2}$ だから，$\frac{16a-36a}{4-(-6)}=-\frac{1}{2}$　$\frac{-20a}{10}=-\frac{1}{2}$　$a=\frac{1}{4}$

数-19-公-栃木-KS-03

3　**問1**　A 店で買ったジュースの本数を x 本とする。A 店では定価 150 円のジュースが 2 割引きの $150\times 0.8=120$(円)で売られているから，A 店で支払った金額は $120x$ 円である。B 店で買ったジュースの本数は$(50-x)$本で 500 円分の値引き券を使用したから，B 店で支払った金額は $150(50-x)-500$ 円である。A 店と B 店で支払った金額の合計は 6280 円だから
$120x+150(50-x)-500=6280$　$-30x=-720$　$x=24$　この解は問題にあっている。よって，A 店で買ったジュースの本数は 24 本。

問２　(1) ア　度数が最も大きい階級は 20 個以上 24 個未満で平均値は 27 個だから，この階級に平均値は含まれていない。よって，正しくない。

イ　12 個以上 16 個未満の階級の度数は 1 人で，さらに最小値が 12 個であるから，いちごを 14 個食べた参加者はいない。よって，正しくない。

ウ　24 個以上の階級において，最も小さい度数は 2 人である。よって，正しくない。

エ　20 人が食べたいちごの個数の範囲は最大値－最小値＝39－12＝27(個)である。よって，正しい。

(2) (例) **表**より，中央値が 25 個であるからいちごを 26 個以上食べた参加者の人数は 20 人の半数以下であると判断できる。

数-19-公-栃木-KS-04

4　**問１**　△ABC と△EBD において，AB：EB＝10：5＝2：1……①，BC：BD＝8：4＝2：1……②

①，②より，AB：EB＝BC：BD……③

共通な角だから∠ABC＝∠EBD……④

③，④より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから△ABC∽△EBD

問２　**(1)** 円柱の底面は半径 4cm の円で高さは球の直径 8cm と等しいから，その体積は

$\pi \times 4^2 \times 8 = 128\pi$(cm^3)

(2) 点 O を通り底面と平行な直線と点 O′を通り底面と垂直な直線の交点を H とする。このとき，

△OHO′は∠OHO′＝90°の直角三角形である。OO′＝4＋2＝6(cm)，OH＝4－2＝2(cm)だから，

△OHO′において，三平方の定理より $O'H = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$(cm)

よって，この円柱の高さは $2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2}$(cm)

数-19-公-栃木-KS-05

5　**問１**　あすかさんは忘れ物に気がつくまで毎分 100m で 3 分間歩き，さらに毎分 60m で 5 分間歩いているから，合計で 100×3＋60×5＝600(m)歩いている。

問２　求める直線を表す式は傾きが 60 で点(3，300)を通るから，式を $y = 60x + b$ とおいて $x = 3$，$y = 300$ を代入すると，$300 = 60 \times 3 + b$　$b = 120$　よって，$y = 60x + 120$

問３　**(1)** グラフより，あすかさんが学校に着いた時間は 7 時 24 分である。太郎さんは 7 時 6 分に家を出て，一定の速さで学校に向かい，あすかさんより 1 分遅い 7 時 25 分に学校に着いたから，(6，0)と(25，1800)の 2 点を通る直線を描けばよい。

(2) 太郎さんは 7 時 8 分に家から 500m の地点にいるから，あすかさんが忘れ物を取りに家に戻っている途中にすれ違う。太郎さんは 7 時 3 分に家を出てその 1800÷100＝18(分後)の 7 時 21 分に学校に着くから，あすかさんと太郎さんがすれ違うのは 1 回のみである。あすかさんが忘れ物に気がついたのは 7 時 8 分で家から 600m の地点である。よって，あすかさんが家に忘れ物を取りに戻っているときの直線を表す式は傾きが－150 で点(8，600)を通るから，式を $y = -150x + b$ とおいて $x = 8$，$y = 600$ を代入すると，$600 = -150 \times 8 + b$　$b = 1800$　よって，$y = -150x + 1800$……①

太郎さんが学校に向かっているときの直線を表す式は傾きが 100 で点(3，0)を通るから，式を $y = 100x + b$ とおいて $x = 3$，$y = 0$ を代入すると，$0 = 100 \times 3 + b$　$b = -300$　よって，$y = 100x - 300$……②

①と②を連立して解くと $-150x + 1800 = 100x - 300$　$250x = 2100$　$x = 8.4$

$x = 8.4$ を②に代入すると $y = 840 - 300 = 540$(m)

よって，太郎さんとあすかさんがすれ違うのは家から 540m の地点である。

数-19-公-栃木-KS-06

6

・2 が書かれた円盤は長方形の 4 つの角にのみあるから，その枚数は 4 枚

・3 が書かれた円盤は長方形の 4 つの角以外の一番外にあるもののみだから，その枚数は
$2(m-2)+2(n-2)=2(m+n-4)$(枚)……①

・4 が書かれた円盤は一番外にある円盤以外全部だから，その枚数は
$mn-2(m+n-4)-4=mn-2m-2n+4=(m-2)(n-2)$(枚)……②
以下，これらをふまえて考えていく。

問 1　①の式に $m=4$，$n=5$ を代入すると $2(4+5-4)=10$(枚)

問 2　①，②にそれぞれ $m=5$，$n=6$ を代入すると，$2(5+6-4)=14$(枚)，$(5-2)(6-2)=12$(枚)
よって，円盤に書かれた数の合計は $2\times4+3\times14+4\times12=98$

問 3　①，②にそれぞれ $m=x$，$n=x$ を代入すると，$2(2x-4)=4(x-2)$(枚)，$(x-2)(x-2)=(x-2)^2$(枚)
このとき，円盤に書かれた数の合計は 440 だから $2\times4+3\times4(x-2)+4\times(x-2)^2=440$
$2+3(x-2)+(x-2)^2=110$　$(x-2)^2+3(x-2)-108=0$　$\{(x-2)+12\}\{(x-2)-9\}=0$
$(x+10)(x-11)=0$　$x\geqq3$ より，$x=11$

問 4　4 つの角にある円盤の中心を結んでできる長方形の縦の長さは $2(m-1)$cm，横の長さは $2(n-1)$cm で面積は 780cm^2 だから $4(m-1)(n-1)=780$　$(m-1)(n-1)=195$……③
③に $m=a+1$，$n=b+1$ を代入すると $ab=195=3\times5\times13$……④
4 が書かれた円盤の枚数は，②に $m=a+1$，$n=b+1$ を代入して$(a-1)(b-1)=ab-(a+b)+1$(枚)
よって，枚数が最も多くなるのは $a+b$ の値が最小のときである。
a，b は 2 以上の整数で $a<b$ であるから，④より，$(a,\ b)=(3,\ 65)$，$(5,\ 39)$，$(13,\ 15)$
この中で $a+b$ の値が最小となるのは$(a,\ b)=(13,\ 15)$のときである。
よって，4 が書かれた円盤の枚数は，$a=13$，$b=15$ のとき最も多くなり，その枚数は
$195-28+1=168$(枚)である。