H27　東京都　公立　数学　問題

数-15-公-東京-問-01

1　次の各問に答えよ。

問１　$-7+8\div\dfrac{1}{2}$　を計算せよ。

問２　$9a+4b-(a-3b)$　を計算せよ。

問３　$(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-2)$　を計算せよ。

問４　一次方程式　$x-7=9(x+1)$　を解け。

問５　連立方程式　$\begin{cases}3x+4y=8\\x-2y=6\end{cases}$　を解け。

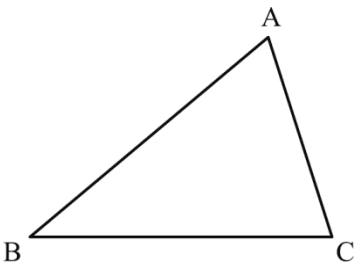
問６　二次方程式　$x^2+5x-3=0$　を解け。

問７　関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ について，x の値が 6 から 9 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問８　袋の中に，赤玉が 3 個，白玉が 2 個，合わせて 5 個の玉が入っている。
この袋の中から同時に 2 個の玉を取り出すとき，少なくとも 1 個は白玉である確率を求めよ。
ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

問９　頂点 A を通り，△ABC の面積を二等分する直線を，定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



数-15-公-東京-問-02

2　ある中学校で，K さんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［K さんが作った問題］

a，b，c を正の数とする。

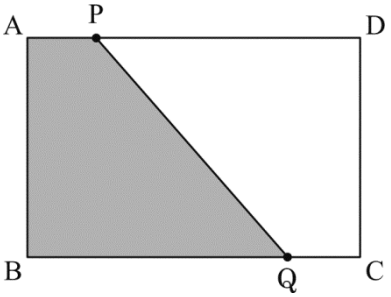
右の**図１**で，四角形 ABCD は長方形で，AB＝a cm である。

点 P は，辺 AD 上にある点で，AP＝b cm，PD＝c cm である。

点 Q は，辺 BC 上にある点で，AP＝CQ である。

点 P と点 Q を結んでできる四角形 ABQP の面積を S cm^2 とするとき，S を a，b，c を用いて表してみよう。

図１



L さんは，［K さんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。L さんの答えは正しかった。

〈L さんの答え〉　　$S=\frac{1}{2}a\left(\quad\right)$

問１　〈L さんの答え〉の［　　］に当てはまる式を書け。

先生は，［K さんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

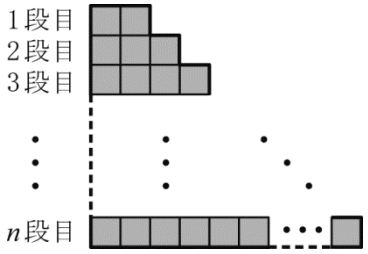
［先生が作った問題］

右の**図２**のように，1 段目に 2 枚，2 段目に 3 枚，3 段目に 4 枚と，1 辺の長さが 1 cm の正方形の紙を 1 枚ずつ増やし，n 段目まで隙間なく並べてできる図形を考える。

この図形の面積を T cm^2 とするとき，

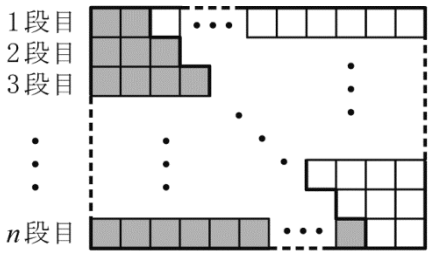
$T=\frac{1}{2}n(n+3)$ となることを示しなさい。

図２



［先生が作った問題］で，M さんは，自分の考え方を右のような図で表し，$T=\frac{1}{2}n(n+3)$ となることを示した。

〈M さんの考え方を図で表したもの〉



問２　M さんの考え方を文章で表し，M さんの考え方を用いて，$T-\frac{1}{2}n(n+3)$となることを示せ。

数-15-公-東京-問-03

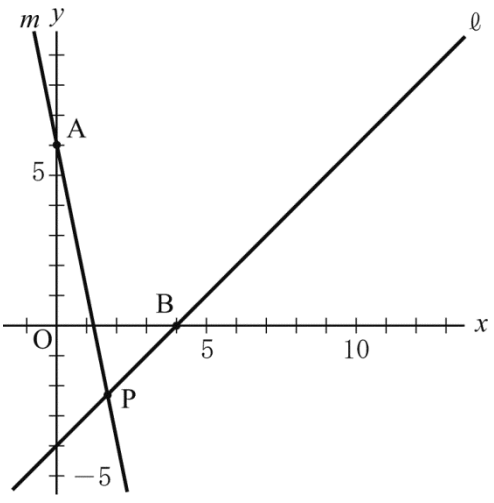
3　右の**図１**で，点 O は原点，点 A の座標は (0, 6) であり，直線 ℓ は一次関数 $y=x-4$ のグラフを表している。

点 B は直線 ℓ 上にあり，座標は (4, 0) である。

直線 ℓ 上にある点を P とし，2 点 A，P を通る直線を m とする。

座標軸の 1 目盛りを 1 cm として，次の各問に答えよ。

図１



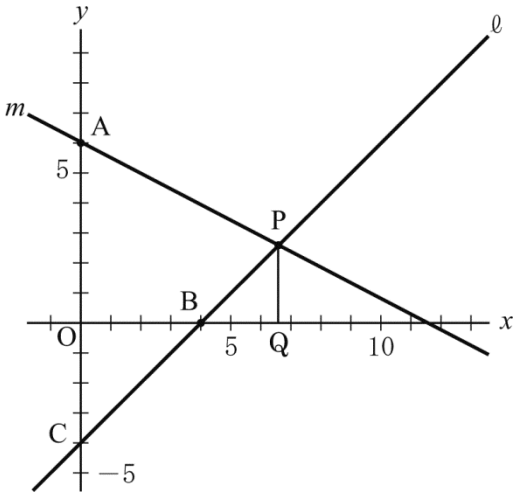
問１　点 P の y 座標が-2 のとき，点 P の x 座標を求めよ。

問２　点 P が点 B に一致するとき，直線 m の式を求めよ。

問３　右の**図２**は，**図１**において，点 P の x 座標が 4 より大きい数であるとき，直線 ℓ と y 軸との交点を C とし，点 P を通り y 軸に平行な直線を引き，x 軸との交点を Q とした場合を表している。

△ACP の面積が△BQP の面積の 5 倍になるとき，線分 PQ の長さは何 cm か。

図２



数-15-公-東京-問-04

4　右の**図１**で，△ABC は AB＝AC，∠BAC が鋭角の二等辺三角形である。

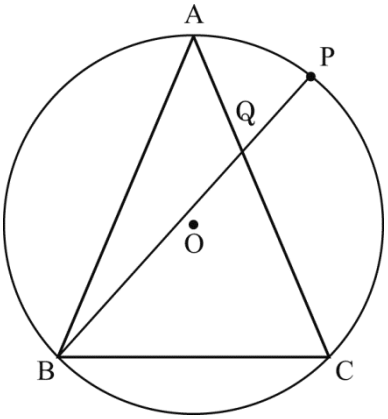
点 O は，△ABC の 3 つの頂点 A，B，C を通る円の中心である。

点 P は，頂点 B を含まない$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$上にある点で，頂点 A，頂点 C のいずれにも一致しない。

頂点 B と点 P を結び，辺 AC との交点を Q とする。

次の各問に答えよ。

図１



問１　**図１**において，∠ABC＝75°，∠ABP＝a°とするとき，∠PQC の大きさを a を用いた式で表せ。

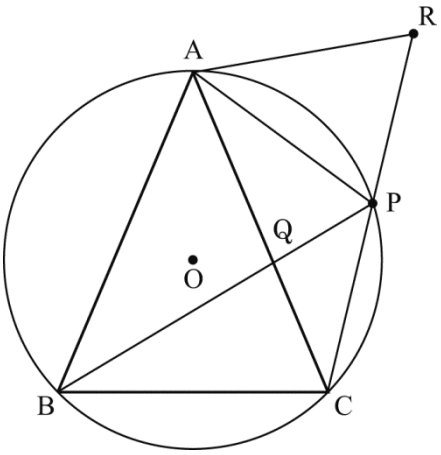
問２　右の**図２**は，**図１**において，頂点 A と点 P，頂点 C と点 P をそれぞれ結び，線分 CP を P の方向に延ばした直線上にあり BP＝CR となる点を R とし，頂点 A と点 R を結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

(1) △ABP≡△ACR であることを証明せよ。

(2) AB＝BP＝9 cm，BC＝6 cm のとき，線分 CP の長さは何 cm か。

図２



数-15-公-東京-問-05

5　右の**図１**に示した立体 A－BCD は，AD＝8 cm，BD＝CD＝4 cm，∠ADB＝∠ADC＝∠BDC＝90° の三角すいである。

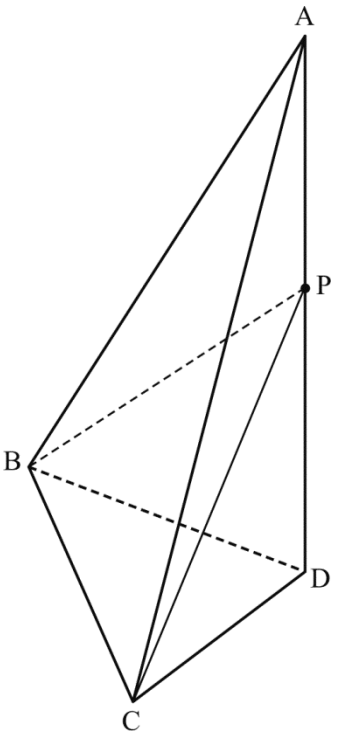
辺 AD 上にある点を P とする。

頂点 B と点 P，頂点 C と点 P をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

問１　AP＝PD のとき，△BCP の内角である∠BPC の大きさは何度か。

図１

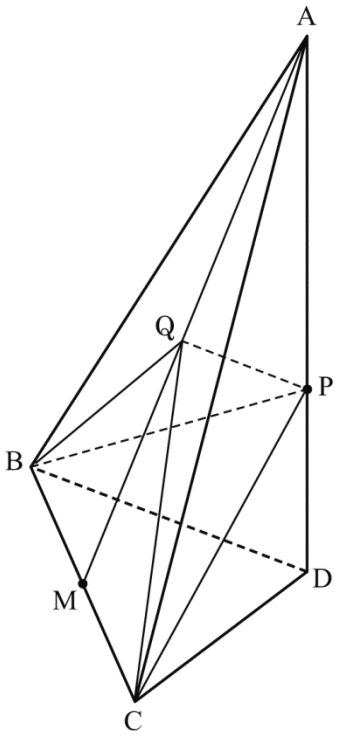


問２　右の**図２**は，**図１**において，

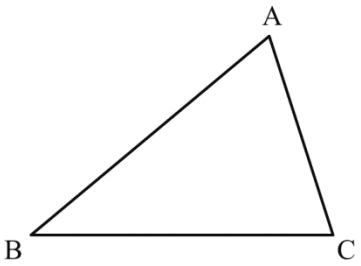
AP＝6 cm のとき，辺 BC の中点を M，頂点 A と点 M を結び，点 P から線分 AM に引いた垂線と線分 AM との交点を Q とし，頂点 B と点 Q，頂点 C と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

立体 P－QBC の体積は何 cm^3 か。

図２



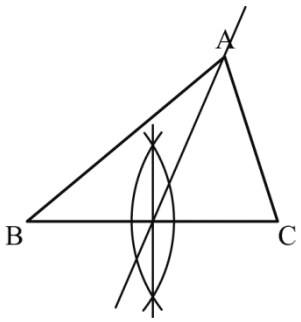
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−東京−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６			
		問７			
		問８			
		問９			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−東京−KY−02	2	問１			
		問２	〔証明〕 T＝		
数−15−公−東京−KY−03	3	問１			
		問２	y＝		
		問３	cm		
数−15−公−東京−KY−04	4	問１	（　　）　度		
		問２	(1) 〔証明〕 △ABP と△ACR において， △ABP≡△ACR		
			(2) cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−05−公−東京 −KT−05	5	問１	度		
		問２	cm^3		

H27　東京都　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-東京-K-01	1	問１	9	5	
		問２	$8a+7b$	5	
		問３	$-4+3\sqrt{6}$	5	
		問４	-2	5	
		問５	$x=4,\ y=-1$	5	
		問６	$\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$	5	
		問７	5	5	
		問８	$\dfrac{7}{10}$	5	
		問９		6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−東京−K−02	2	問１	$b+c$	5	
		問２	〔証明〕 面積が T cm^2 の図形は，１段増えると正方形の紙が１枚増えるから，２つ組み合わせると，どの段も同じ枚数の紙が並んだ長方形となる。この長方形の面積の $\frac{1}{2}$ 倍が T となる。 面積が T cm^2 の図形の各段の紙は (段の数＋1) 枚だから，n 段目は $(n+1)$ 枚となる。したがって，長方形の n 段目の紙は $\{(n+1)+2\}$ 枚となり，どの段も $(n+3)$ 枚となる。 正方形の紙の１辺の長さは 1 cm だから，長方形の直角をはさむ２辺の長さは，n cm，$(n+3)$ cm となる。 よって，$T=n\times(n+3)\times\frac{1}{2}$ $T=\frac{1}{2}n(n+3)$	7	
数−15−公−東京−K−03	3	問１	2	5	
		問２	$y=-\frac{3}{2}x+6$	5	
		問３	4　cm	5	
数−15−公−東京−K−04	4	問１	(　150　$-a$　) 度	5	
		問２ (1)	〔証明〕 △ABP と△ACR において， △ABC は二等辺三角形だから， AB＝AC ……① 仮定から， BP＝CR ……② $\overset{\frown}{AP}$に対する円周角は等しいから， ∠ABP＝∠ACR ……③ ①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから， △ABP≡△ACR	7	
		問２ (2)	5　cm	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−T5−公−東京−K−05	5	問１	60　度	5	
		問２	$\frac{16}{3}$　cm^3	5	

数-15-公-東京-KS-01

1　問１　$-7+8\div\frac{1}{2}=-7+8\times2=-7+16=9$

問２　$9a+4b-(a-3b)=9a+4b-a+3b=8a+7b$

問３　$(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-2)=6+3\sqrt{6}-10=-4+3\sqrt{6}$

問４　$x-7=9(x+1)$　$x-7=9x+9$　$-8x=16$　$x=-2$

問５　$3x+4y=8$…①，$x-2y=6$…②とおく。①＋②×2 より，$5x=20$　$x=4$　②に代入して，$4-2y=6$　$-2y=2$　$y=-1$

問６　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$

問７　$y=\frac{1}{3}x^2$ において，$x=6$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times6^2=12$　$x=9$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times9^2=27$　よって，変化の割合は，$\frac{27-12}{9-6}=\frac{15}{3}=5$

問８　(赤 1，赤 2)，(赤 1，赤 3)，(赤 1，白 1)，(赤 1，白 2)，(赤 2，赤 3)，(赤 2，白 1)，(赤 2，白 2)，(赤 3，白 1)，(赤 3，白 2)，(白 1，白 2)の 10 通り。すべてが赤玉になるのは下線を引いた 3 とおりだから，少なくとも 1 個は白玉になる確率は，1−(すべてが赤色になる確率)$=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

問９　頂点 A を通り，△ABC の面積を二等分する直線は，辺 BC の中点を通る。線分 BC の垂直二等分線をかき，中点を求め，頂点 A と求めた中点を通る直線をひく。

数-15-公-東京-KS-02

2　問１　台形の面積は，$\frac{1}{2}\times$(上底＋下底)×(高さ)より，$S=\frac{1}{2}\times(b+c)\times a=\frac{1}{2}a(b+c)$　よって，求める式は，$b+c$

問２　同じ図形を 2 つ組み合わせると，M さんの考えた縦に n 枚横に $(n+3)$ 枚の正方形の紙がしきつめられた長方形ができる。この長方形の面積は T の 2 倍であることから説明する。

数-15-公-東京-KS-03

3　問１　点 P は直線 $y=x-4$ 上の点で，y 座標が−2 より，$-2=x-4$　$x=2$

問２　直線 m は A(0，6) を通るので，求める直線の式を $y=ax+6$ とおく。点 P が B(4，0) と一致し，直線 m はこの点を通るので，$x=4$，$y=0$ を代入して，$0=4a+6$　$a=-\frac{3}{2}$

よって，求める式は，$y=-\frac{3}{2}x+6$

問３　点 P の x 座標を $t(t>4)$ とおくと，P は $y=x-4$ 上の点より，P$(t,\ t-4)$ と表せる。このとき，$\triangle ACP=\frac{1}{2}\times(6+4)\times t=5t$　$\triangle BQP=\frac{1}{2}\times(t-4)\times(t-4)=\frac{1}{2}(t-4)^2$　$\triangle ACP=5\triangle BQP$ より，$5t=5\times\frac{1}{2}(t-4)^2$　これを整理すると，$(t-8)(t-2)=0$　$t=2$，8　$t>4$ より，$t=8$

よって，求める線分 PQ の長さは点 P の y 座標と一致するので，$t-4=8-4=4$(cm)

数-15-公-東京-KS-04

4　問１　△ABC は AB＝AC の二等辺三角形より，$\angle BAC=180^\circ-75^\circ\times2=30^\circ$　よって，△ABQ において，$\angle QAB=30^\circ$，$\angle ABQ=a^\circ$ となるから，$\angle AQB=180^\circ-(a^\circ+30^\circ)=150^\circ-a^\circ$　対頂角は等しいので，$\angle PQC=\angle AQB=150^\circ-a^\circ$

問２　(1) △ABC が二等辺三角形であることから AB＝AC，仮定より BC＝CR がわかる。また，1 つの弧に対する円周角の大きさが等しいことから∠ABP＝∠ACR を導き出す。

(2) ∠ACB＝x とすると，△ABC において，AB＝AC＝9 cm　∠ABC＝∠ACB＝x　また，△BPA において，AB＝BP＝9 cm　円周角の定理より，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので，∠BPA＝∠ACB＝x　底角は等しいので，∠BAP＝∠BPA＝x　△ABC と△BPA において，2 つの底角が等しいので，頂角も 180°－2x となり等しくなる。2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABC≡△BPA
よって，AP＝BC＝6 cm　また，△APR において，△ABP≡△ACR より，AR＝AP＝6 cm　また，∠APR＝∠ARC＝∠APB＝x　△ABC と△APR について，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△ABC∽△APR　よって，9：6＝6：PR　9PR＝36　PR＝4(cm)　よって，CP＝9－4＝5(cm)

数-15-公-東京-KS-05

5　**問１**　AP＝PD＝8÷2＝4(cm)　△BCD, △PBD, △PCD は 2 辺が 4 cm の直角二等辺三角形だから，BC＝PB＝PC＝$4\sqrt{2}$ cm　よって，△PBC は正三角形になるので，∠BPC＝60°

問２　△ABD と△ACD において，三平方の定理より，AB＝AC＝$\sqrt{8^2+4^2}$ ＝$4\sqrt{5}$ (cm)　M は二等辺三角形の底辺の中点だから，BM＝CM＝$4\sqrt{2}\div2=2\sqrt{2}$ (cm)　また，∠AMB＝90°だから，△ABM において，三平方の定理より，AM＝$\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}$ ＝$6\sqrt{2}$ (cm)　△CMD は直角二等辺三角形だから，MD＝$2\sqrt{2}$ cm　△APQ∽△AMD だから，AP：AM＝AQ：AD　6：$6\sqrt{2}$ ＝AQ：8
AQ＝$4\sqrt{2}$ (cm)　同様に，AP：AM＝PQ：MD より，6：$6\sqrt{2}$ ＝PQ：$2\sqrt{2}$　PQ＝2(cm)　よって，立体 P－QBC の体積は，$\frac{1}{3}\times$△QBC×PQ＝$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times(6\sqrt{2}-4\sqrt{2})\times2=\frac{16}{3}$ (cm^3)