# R７　東京都　公立　数学　問題

数-25-公-東京-問-01

**1**　次の各問に答えよ。

**問１**　$3-6^2\div 4$　を計算せよ。

**問２**　$\dfrac{9a-b}{5}-a+2b$　を計算せよ。

**問３**　$(3\sqrt{7}+8)(3\sqrt{7}-8)$　を計算せよ。

**問４**　一次方程式　$\dfrac{9x-6}{2}=4x+1$　を解け。

**問５**　連立方程式　$\begin{cases}8x-5y=-3\\ y=2x-1\end{cases}$　を解け。

**問６**　二次方程式　$x^2-9x+7=0$　を解け。

**問７**　次の　①　と　②　に当てはまる数を，下の**ア**～**ク**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

関数 $y=-x^2$ について，$x$ の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のときの $y$ の変域は，

①　$\leqq y\leqq$　②

である。

| | | | |
|---|---|---|---|
| **ア**　$-9$ | **イ**　$-6$ | **ウ**　$-4$ | **エ**　$-2$ |
| **オ**　$0$ | **カ**　$4$ | **キ**　$6$ | **ク**　$9$ |

**問８**　次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

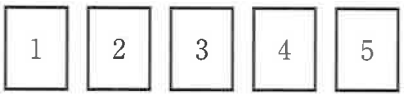
右の**図１**のように，1，2，3，4，5 の数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがある。

この 5 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出すとき，取り出した 3 枚のカードに書いてある数の和が 10 以上になる確率は，

$\dfrac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}}$ である。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

**図１**

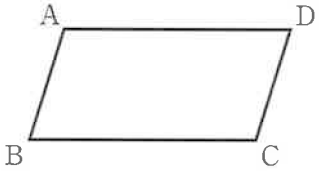



**問９**　右の**図２**で，四角形 ABCD は平行四辺形である。

解答欄に示した図をもとにして，辺 AD 上にあり，頂点 B，頂点 C までの距離が等しい点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

**図２**




**数-25-公-東京-問-02**

## 2

S さんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

右の**図１**のように，円 O の円周を 12 等分する点に，1 から 12 までの自然数の番号を，小さい順で時計回りに付ける。

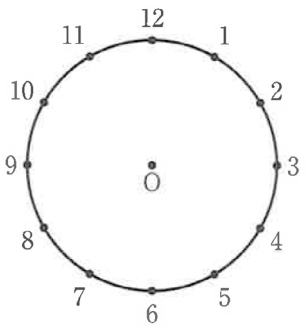
1 から 12 までの番号を付けた点のうち，2 点を結んでできる線分が円 O の直径となるとき，その 2 点を向かい合う点とする。

例えば，1 の点と 7 の点は，向かい合う点である。

**図１**において，1 組の向かい合う点を選び，それぞれの点の番号のうち，小さい方の数を $a$，大きい方の数を $b$ とする。

$a$，$b$ の平均値を A，$b^2-a^2$ の値を B とするとき，B は A の何倍か求めなさい。

**図１**




**問１**　［先生が示した問題］で，B は A の［　　］倍と表すとき，［　　］に当てはまる数を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

**ア**　3　　**イ**　4　　**ウ**　6　　**エ**　12

S さんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

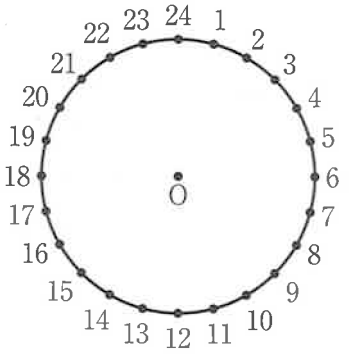
［S さんのグループが作った問題］

右の**図２**のように，円 O の円周を 24 等分する点に，1 から 24 までの自然数の番号を，小さい順で時計回りに付ける。

1 から 24 までの番号を付けた点のうち，2 点を結んでできる線分が円 O の直径となるとき，その 2 点を向かい合う点とする。

**図２**において，異なる 2 組の向かい合う点を選び，1 組目のそれぞれの点の番号のうち，小さい方の数を $a$，大きい方の数を $b$ とし，2 組目のそれぞれの点の番号のうち，小さい方の数を $c$，大きい方の数を $d$ とする。

**図２**




$a$，$b$，$c$，$d$ の平均値を P，$bd-ac$ の値を Q とするとき，Q＝24P となることを確かめてみよう。

**問２**　［S さんのグループが作った問題］で，Q＝24P となることを証明せよ。

**数-25-公-東京-問-03**

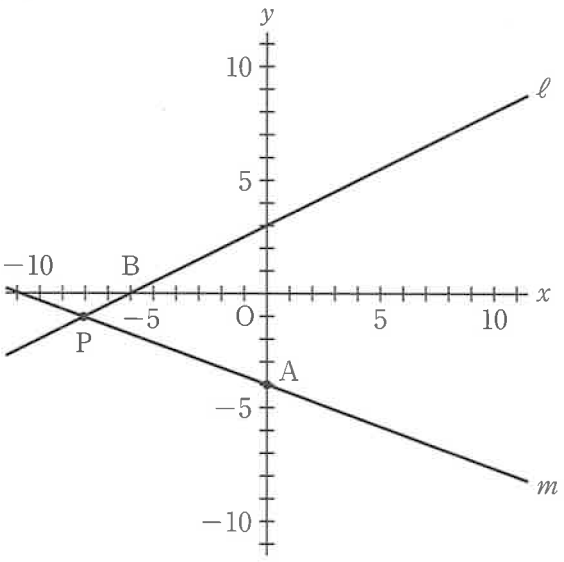
**3**　右の**図１**で，点 O は原点，点 A の座標は (0，－4) であり，直線 $\ell$ は一次関数 $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフを表している。

直線 $\ell$ と $x$ 軸との交点を B とする。

直線 $\ell$ 上にある点を P とし，2 点 A，P を通る直線を $m$ とする。

次の各問に答えよ。

**図１**




**問１**　点 P の $y$ 座標が－1 のとき，点 P の $x$ 座標を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

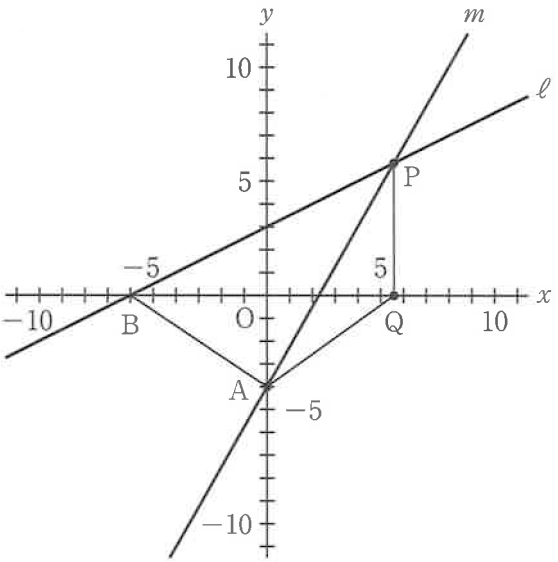
**ア**　$-8$　　**イ**　$-\frac{9}{2}$　　**ウ**　$-2$　　**エ**　$\frac{5}{2}$

**問２**　点 P が点 B に一致するとき，直線 $m$ の式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

**ア**　$y=-\frac{3}{2}x-4$　　**イ**　$y=-\frac{3}{2}x-6$　　**ウ**　$y=-\frac{2}{3}x-4$　　**エ**　$y=-\frac{2}{3}x-6$

**問３**　右の**図２**は，**図１**において，
点 P の $x$ 座標が正の数のとき，
$x$ 軸上にあり $x$ 座標が点 P の $x$ 座標と
等しい点を Q とし，点 A と点 B，
点 A と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ
結んだ場合を表している。
△APB の面積が△AQP の面積の
2 倍になるとき，点 P の $x$ 座標を求めよ。

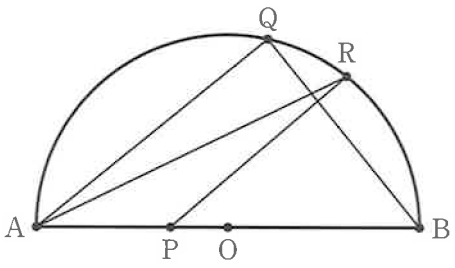
**図２**




数-25-公-東京-問-04

**4**　右の**図１**で，点 O は線分 AB を直径とする半円の中心である。
点 P は，線分 OA 上にある点で，点 O，点 A のいずれにも一致しない。
点 Q は，$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点 A，点 B のいずれにも一致しない。
点 R は，$\overset{\frown}{BQ}$上にある点で，点 B，点 Q のいずれにも一致しない。
点 A と点 Q，点 A と点 R，点 B と点 Q，点 P と点 R をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

**図１**




**問１**　**図１**において，AQ＝BQ，∠QAR＝20 °，∠ARP＝$a$ °とするとき，
∠BPR の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

**ア**　$(a+20)$ 度　　**イ**　$(a+25)$ 度　　**ウ**　$(155-a)$ 度　　**エ**　$(160-a)$ 度

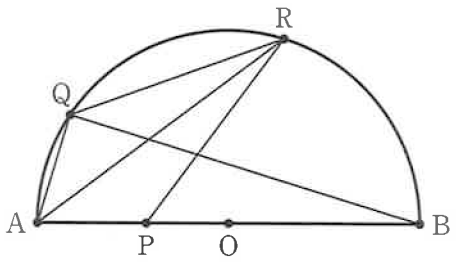
**問２**　右の**図２**は，**図１**において，

AP＝AQ，$\overset{\frown}{BR}=\overset{\frown}{QR}$のとき，

点 Q と点 R を結んだ場合を表している。

次の**(1)**，**(2)**に答えよ。

**図２**




**(1)** △APR≡△AQR であることを証明せよ。

**(2)** 次の［　　］の中の「**う**」「**え**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

**図２**において，線分 AR と線分 BQ との交点を S，点 O と点 R を結び，線分 BQ と線分 OR との交点を T とした場合を考える。

AP＝2OP のとき，△RST の面積は，四角形 AORQ の面積の $\dfrac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$ 倍である。

**数-25-公-東京-問-05**

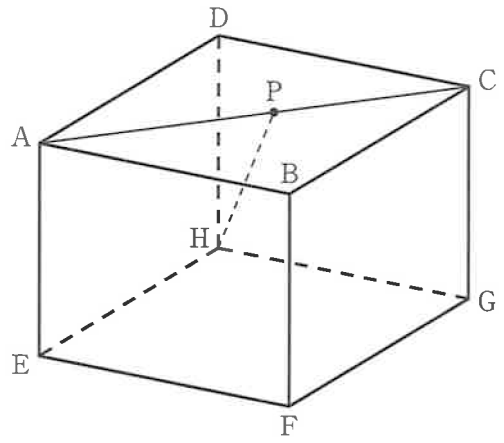
**5**　右の**図１**に示した立体 ABCD－EFGH は，AB＝AD＝6 cm，AE＝4 cm の直方体である。

頂点 A と頂点 C を結び，線分 AC 上にある点を P とする。

頂点 H と点 P を結ぶ。

次の各問に答えよ。

**図１**




**問１**　次の［　　］の中の「**お**」「**か**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

**図１**において，頂点 D と点 P，頂点 E と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

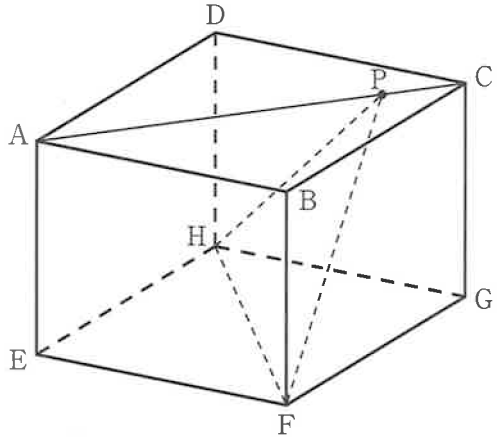
点 P が線分 AC の中点のとき，立体 P－AEHD の体積は，［**おか**］ $cm^3$ である。

**問２**　次の［　　］の中の「**き**」「**く**」「**け**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

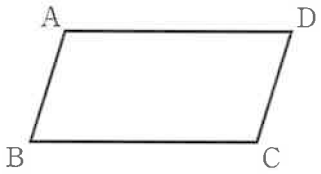
右の**図２**は，**図１**において，
頂点 F と頂点 H，頂点 F と点 P を
それぞれ結んだ場合を表している。

AP：PC＝5：1 のとき，
△FPH の面積は，［**きく**］$\sqrt{\text{［け］}}$ $cm^2$
である。

**図２**



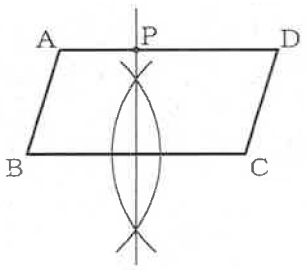
# Ｒ７　東京都　公立　数学　解答用紙

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-R7-01 | 1 | 問１ | | | |
| | | 問２ | | | |
| | | 問３ | | | |
| | | 問４ | | | |
| | | 問５ | $x=$　　，$y=$ | | |
| | | 問６ | | | |
| | | 問７ | ①　㋐ ㋑ ㋒ ㋓ ㋔ ㋕ ㋖ ㋗<br>②　㋐ ㋑ ㋒ ㋓ ㋔ ㋕ ㋖ ㋗ | | |
| | | 問８ | あ　あ　⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨<br>い　い　⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | | |
| | | 問９ |  | | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-N-02 | 2 | 問1 | ㋐　㋑　㋒　㋓ | | |
| | | 問2 | 〔証明〕<br><br>Q＝24P | | |
| 数-25-公-東京-N-03 | 3 | 問1 | ㋐　㋑　㋒　㋓ | | |
| | | 問2 | ㋐　㋑　㋒　㋓ | | |
| | | 問3 | | | |

| | 問題番号 | | 解答 | | | 配点 | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-IV-04 | 4 | 問1 | ㋐ ㋑ ㋒ ㋓ | | | | |
| | | 問2 | (1) | 〔証明〕<br>△APR と△AQR において,<br>△APR≡△AQR | | | |
| | | | (2) | うえ | う | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| | | | | | え | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| 数-25-公-東京-IV-05 | 5 | 問1 | おか | | お | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| | | | | | か | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| | | 問2 | きく$\sqrt{\text{け}}$ | | き | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| | | | | | く | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |
| | | | | | け | ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ | |

# R７　東京都　公立　数学　解答

| | 問題番号 | | 解　　答 | | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-その1 | 1 | 問１ | $-6$ | | | 5 | |
| | | 問２ | $\frac{4a+9b}{5}$ | | | 5 | |
| | | 問３ | $-1$ | | | 5 | |
| | | 問４ | 8 | | | 5 | |
| | | 問５ | $x=4,\ y=7$ | | | 5 | |
| | | 問６ | $\frac{9\pm\sqrt{53}}{2}$ | | | 5 | |
| | | 問７ | ① | ア | | 5 | 全て「正答」で，点を与える。 |
| | | | ② | オ | | | |
| | | 問８ | あ | あ | 2 | 5 | |
| | | | い | い | 5 | | |
| | | 問９ |  | | | 6 | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-K02 | 2 | 問1 | エ | 5 | |
| | | 問2 | 〔証明〕<br>$b$ を $a$ を用いた式で表すと,<br>$b=a+12$<br>$d$ を $c$ を用いた式で表すと,<br>$d=c+12$<br>よって,<br>$\mathrm{P}=\dfrac{a+b+c+d}{4}$<br>$=\dfrac{a+c+12}{2}$<br>$24\mathrm{P}=24\times\dfrac{a+c+12}{2}$<br>$=12a+12c+144$ …… ①<br>また,<br>$\mathrm{Q}=bd-ac$<br>$=(a+12)(c+12)-ac$<br>$=12a+12c+144$ …… ②<br>①, ②より,<br>$\mathrm{Q}=24\mathrm{P}$ | 7 | |
| 数-25-公-東京-K03 | 3 | 問1 | ア | 5 | |
| | | 問2 | ウ | 5 | |
| | | 問3 | 7 | 5 | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | | | | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-25-公-東京-K04 | | 問1 | イ | | | | 5 | |
| | 4 | 問2 | (1) | 〔証明〕<br>△APR と△AQR において,<br>共通な辺だから,<br>AR＝AR　…… ①<br>仮定から,<br>AP＝AQ　…… ②<br>仮定から,<br>$\overset{\frown}{BR}=\overset{\frown}{QR}$<br>等しい弧に対する円周角は等しいから,<br>∠PAR＝∠QAR　…… ③<br>①, ②, ③より, 2 組の辺と<br>その間の角がそれぞれ等しいから,<br>△APR≡△AQR | | | 7 | |
| | | | (2) | うえ | う | 1 | 5 | |
| | | | | | え | 5 | | |
| 数-25-公-東京-K05 | 5 | 問1 | おか | | お | 2 | 5 | |
| | | | | | か | 4 | | |
| | | 問2 | $\sqrt{\text{きく}}$ | | き | 1 | 5 | |
| | | | | | く | 2 | | |
| | | | | | け | 3 | | |

数-25-公-東京-KS-01

**1**　【小問集合】

**問1**　$3-6^2\div 4=3-6\times 6\times\frac{1}{4}=3-9=-6$

**問2**　$\frac{9a-b}{5}-a+2b=\frac{9a-b}{5}+\frac{5(-a+2b)}{5}=\frac{9a-b+5(-a+2b)}{5}=\frac{9a-b-5a+10b}{5}=\frac{4a+9b}{5}$

**問4**のように，分母をはらうことはできないので注意する。

**これだけは！** 計算と方程式の違い

・計算…大きさを変えずに式を簡単にする。

$\frac{3x+1}{2}-\frac{x-1}{3}$　通分は値の大きさを変えない！

$=\frac{3(3x+1)}{6}-\frac{2(x-1)}{6}$

$=\frac{3(3x+1)-2(x-1)}{6}$

$=\frac{9x+3-2x+2}{6}$

$=\frac{7x+5}{6}$

・方程式…両辺が等しい関係を変えずに変形する。

$\frac{3x+1}{2}=\frac{x-1}{3}$　両辺に同じ数6をかけても両辺は等しいまま。

$\frac{3x+1}{2}\times 6=\frac{x-1}{3}\times 6$

$(3x+1)\times 3=(x-1)\times 2$

$9x+3=2x-2$　移項しても両辺は等しいまま。

$9x-2x=-2-3$

$7x=-5$　両辺を同じ数7でわっても両辺は等しいまま。

$x=-\frac{5}{7}$

**問3**　$(3\sqrt{7}+8)(3\sqrt{7}-8)=(3\sqrt{7})^2-8^2=63-64=-1$

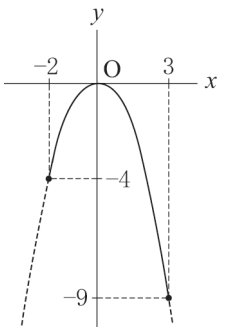
**問4**　$\frac{9x-6}{2}=4x+1$　　両辺に 2 をかけて，$9x-6=2(4x+1)$ として解けばよい。

**問5**　下の式が「$y=\sim$」の形なので，これを上の式に代入して解く。

**問6**　二次方程式の解の公式より，$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times 1\times 7}}{2\times 1}=\frac{9\pm\sqrt{53}}{2}$

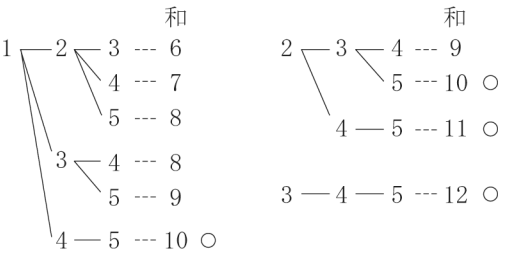
**問7**　グラフをかくと**図1**のようになる。よって，$y$ の変域は$-9\leqq y\leqq 0$ である。

**図1**



**問8**　**図2**のような樹形図をかき，それぞれの場合の3つの数の和を計算する。3枚のカードの取り出し方は全部で10通り，数の和が10以上になるのは○印の4通りだから，求める確率は$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$である。

**図2**




**問9**　2点B，Cまでの距離が等しい点は，線分BCの垂直二等分線上にある。

数-25-公-東京-KS-02

## 2　【式の計算の利用】

**問1**　$b=a+6$と表される。$a$と$b$の平均値は，$A=\frac{a+b}{2}=\frac{a+(a+6)}{2}=a+3$,

$B=b^2-a^2=(b+a)(b-a)=\{(a+6)+a\}\{(a+6)-a\}=(2a+6)\times 6=12a+36=12(a+3)=12A$

よって，Bは Aの12倍

数-25-公-東京-KS-03

## 3　【関数のグラフと図形】

**問1**　点Pは直線$y=\frac{1}{2}x+3$上にあり，その$y$座標は$-1$だから，$-1=\frac{1}{2}x+3$より，$x=-8$

**問2**　点Bは直線$y=\frac{1}{2}x+3$上にあり，その$y$座標は0だから，$0=\frac{1}{2}x+3$より，$x=-6$

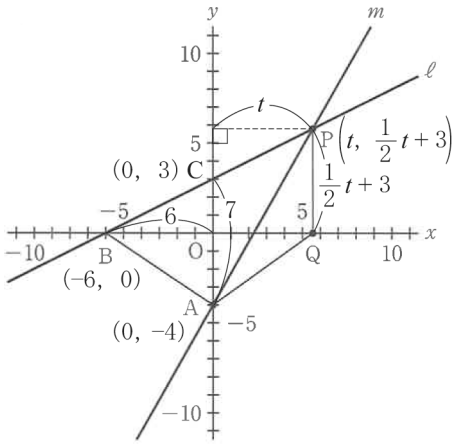
よって，B$(-6,\ 0)$

点Pが点Bに一致するとき，直線$m$は2点A$(0,\ -4)$, B$(-6,\ 0)$を通る。傾きは，$\frac{-4-0}{0-(-6)}=-\frac{2}{3}$,

切片は$-4$だから，直線の式は$y=-\frac{2}{3}x-4$である。

**問3**　点Pの$x$座標を$t$，直線$\ell$と$y$軸の交点をC$(0,\ 3)$とする。

**図1**




点Pは直線$y=\frac{1}{2}x+3$上にあるから，$P\left(t,\ \frac{1}{2}t+3\right)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times OB=\frac{1}{2}\times\{3-(-4)\}\times 6=21$,

$\triangle APC=\frac{1}{2}\times AC\times OQ=\frac{1}{2}\times 7\times t=\frac{7}{2}t$だから，

$\triangle APB=\triangle ABC+\triangle APC=21+\frac{7}{2}t$

$\triangle AQP=\frac{1}{2}\times PQ\times OQ=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}t+3\right)\times t=\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t$

$\triangle APB=2\triangle AQP$より，$21+\frac{7}{2}t=2\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)$

これを整理すると，$t^2-t-42=0$　　$(t+6)(t-7)=0$

$t>0$より，$t=7$

数-25-公-東京-KS-04

## 4　【平面図形】

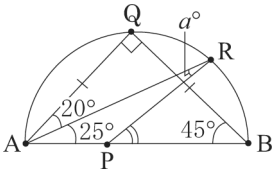
**問1**　線分ABは円Oの直径だから，$\angle AQB=90°$

これとAQ＝BQより，$\triangle ABQ$は直角二等辺三角形だから，$\angle QAB=45°$

$\angle RAP=\angle QAB-\angle QAR=45°-20°=25°$

$\triangle APR$の内角と外角の関係より，$\angle BPR=\angle ARP+\angle RAP=(a+25)°$

**図1**



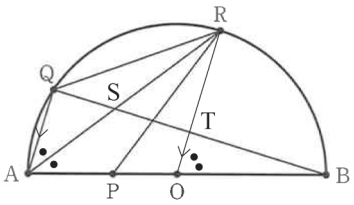
**問2**　**(1)**　「$\overset{\frown}{BR}=\overset{\frown}{QR}$」から「同じ長さの弧に対する円周角は等しい」ということと，長さが等しい辺を示し，合同であることを証明する。

**(2)** 円周角と中心角の関係から，∠ROB＝2∠RAP

**(1)**の証明より，∠RAP＝∠RAQ　すなわち，∠QAB＝2∠RAP

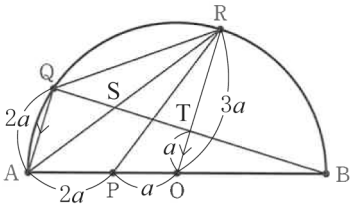
よって，**図2**のように∠ROB＝∠QAB で，同位角が等しいので，QA // RO

**図2**




ここで，OP＝$a$ とおくと，**図3**のように AP＝2OP＝2$a$，AQ＝AP＝2$a$，OR＝OA＝AP＋OP＝3$a$

**図3**




△QAB で平行線と線分の比より，OT：AQ＝OB：AB＝1：2

OT＝$\frac{1}{2}$AQ＝$a$，RT＝OR－OT＝2$a$

△ASQ と△RST で平行線と線分の比より，

QS：TS＝AQ：RT＝2$a$：2$a$＝1：1

また，AQ＝RT，QA // RT より，△AQR＝△RTQ だから，

△RST＝$\frac{1}{2}$△RTQ＝$\frac{1}{2}$△AQR　…①

**(1)**より，△APR＝△AQR　　また，AP：OP＝2：1 より，△RPO＝$\frac{1}{2}$△APR＝$\frac{1}{2}$△AQR

よって，(四角形 AORQ)＝△APR＋△RPO＋△AQR＝△AQR＋$\frac{1}{2}$△AQR＋△AQR

＝$\frac{5}{2}$△AQR　…②

①，②より，△RST の面積は，四角形 AORQ の面積の$\frac{1}{5}$倍である。

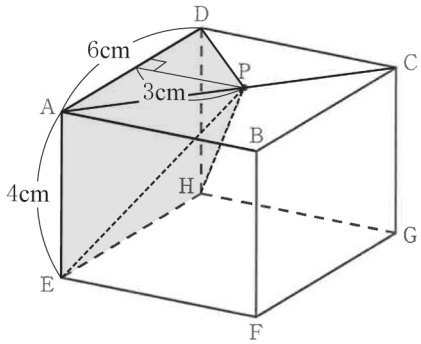
**数-25-公-東京-KS-05**

## 5　【空間図形】

**問1**　**図1**のように立体 P－AEHD を，底面が長方形 AEHD の四角錐と考える。高さは点 P と辺 AD との距離，すなわち，$\frac{1}{2}$AB＝3(cm)と等しいから，体積は，

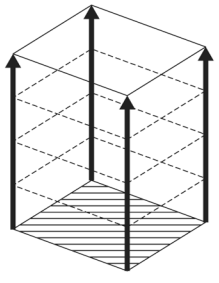
$\frac{1}{3}\times(4\times6)\times3=24(\text{cm}^3)$

**図1**

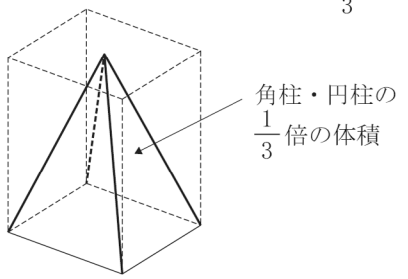



**これだけは！**　角柱・円柱／角錐・円錐の体積

① 角柱・円柱の体積＝底面積×高さ



② 角錐・円錐の体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$（＝角柱・円柱の体積×$\frac{1}{3}$）




**問２**　正方形 EFGH の対角線の交点を I，点 P から線分 IG におろした垂線を PJ とする。

正方形の対角線の性質より，EG＝FH＝$\sqrt{2}$EF＝$6\sqrt{2}$(cm),
HI＝FI＝EI＝GI＝$3\sqrt{2}$(cm)

図形の対称性より，PH＝PF だから，△FPH は二等辺三角形である。

よって，PI⊥FH だから，PI は△FPH の底辺を FH としたときの高さを表す線分である。

EJ：JG＝AP：PC＝5：1 より，

JG＝$\frac{1}{6}$EG＝$\frac{1}{6}\times 6\sqrt{2}=\sqrt{2}$(cm)

IJ＝IG－JG＝$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

また，PJ＝AE＝4cm

△PIJ で三平方の定理より，$PI^2=IJ^2+PJ^2=(2\sqrt{2})^2+4^2=24$　　PI＞0 より，PI＝$2\sqrt{6}$cm

よって，△FPH＝$\frac{1}{2}\times FH\times PI=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 2\sqrt{6}=12\sqrt{3}$(cm$^2$)

**図２**

