R２　富山県　公立　数学　問題

数-20-公-富山-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$5+(-3)\times 2$　を計算しなさい。

問２　$3xy^2\div(-2x^2y)\times 4y$　を計算しなさい。

問３　$\sqrt{45}+\sqrt{5}-\sqrt{20}$　を計算しなさい。

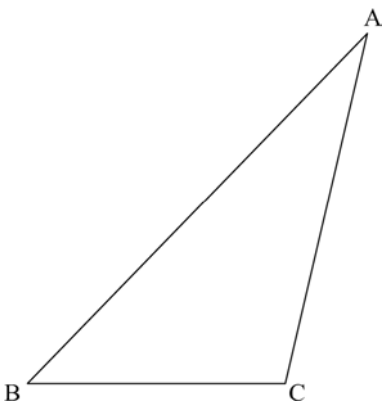
問４　$a=\sqrt{6}$のとき，$a(a+2)-2(a+2)$　の値を求めなさい。

問５　連立方程式　$\begin{cases}3x+2y=7\\2x+y=6\end{cases}$　を解きなさい。

問６　2 次方程式　$x^2+6x-16=0$　を解きなさい。

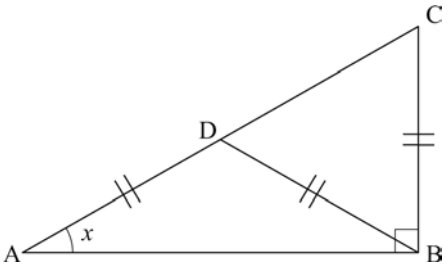
問７　定価 1500 円の T シャツを a 割引で買ったときの代金を，a を使った式で表しなさい。
ただし，消費税については，考えないものとする。

問８　右の図のような△ABC がある。**線分ＡＣ上にあり**，∠PAB＝∠PBA となる点 P を，作図によって求め，**Ｐの記号をつけなさい**。
ただし，作図に用いた線は残しておくこと。



問９　右の図のように，∠B＝90 ℃である直角三角形 ABC がある。

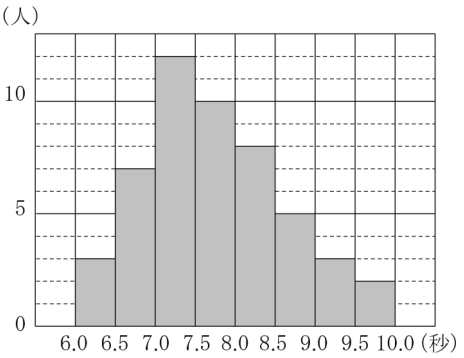
DA＝DB＝BC となるような点 D が辺 AC 上にあるとき，∠x の大きさを求めなさい。



問 10　右の図は，ある中学校 3 年生男子 50 人の 50 m 走の記録をヒストグラムに表したものである。

図において，例えば，6.0 から 6.5 の区間は，6.0 秒以上 6.5 秒未満の階級を表したものである。

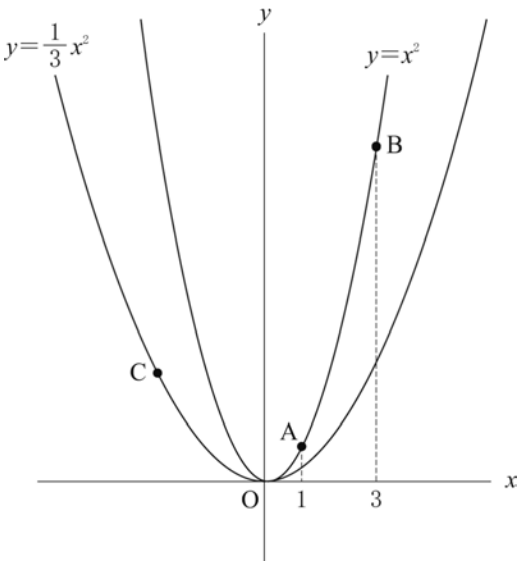
このとき，最頻値を求めなさい。



数-20-公-富山-問-02

2　右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，それぞれの x 座標は 1，3 である。また，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 C があり，x 座標は負である。

このとき，次の問いに答えなさい。



問１　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

問２　直線 AB の式を求めなさい。

問３　線分 AB を，点 A を点 C に移すように，平行移動した線分を線分 CD とするとき，点 D の x 座標は -1 であった。

このとき，点 D の y 座標を求めなさい。

数-20-公-富山-問-03

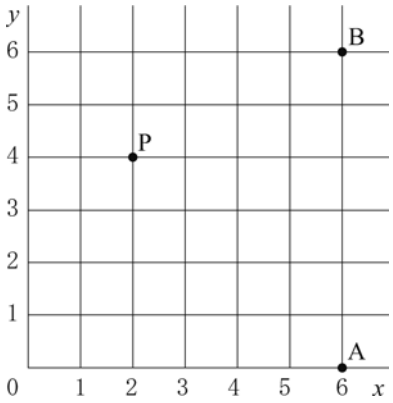
3 右の図のように，縦，横が等しい間隔の座標平面上に 2 点 A(6，0)，B(6，6) がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，大きいさいころの目を a，小さいさいころの目を b とし，点 P の座標を $(a，b)$ とする。

例えば，右の図の点 P は，大きいさいころの目が 2，小さいさいころの目が 4 のときを表したものである。

このとき，次の問いに答えなさい。

ただし，それぞれのさいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



問１　点 P が線分 OB 上にある確率を求めなさい。

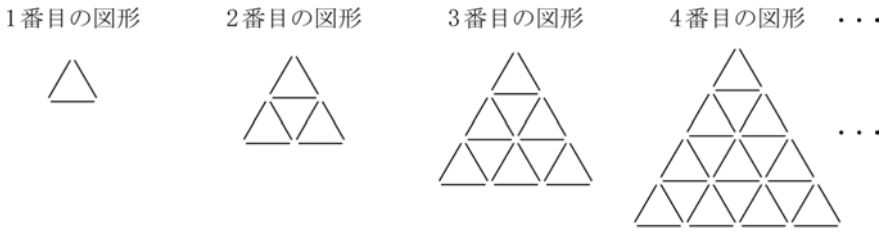
問２　△OAP が直角二等辺三角形となる確率を求めなさい。

問３　線分 OP の長さが 4 以下となる確率を求めなさい。

数-20-公-富山-問-04

4 下の図のように，同じ長さの棒を使って正三角形を 1 個つくり，1 番目の図形とする。1 番目の図形の下に，1 番目の図形を 2 個置いてできる図形を 2 番目の図形，2 番目の図形の下に，1 番目の図形を 3 個置いてできる図形を 3 番目の図形とする。以下，この作業を繰り返して 4 番目の図形，5 番目の図形，…をつくっていく。

このとき，あとの問いに答えなさい。

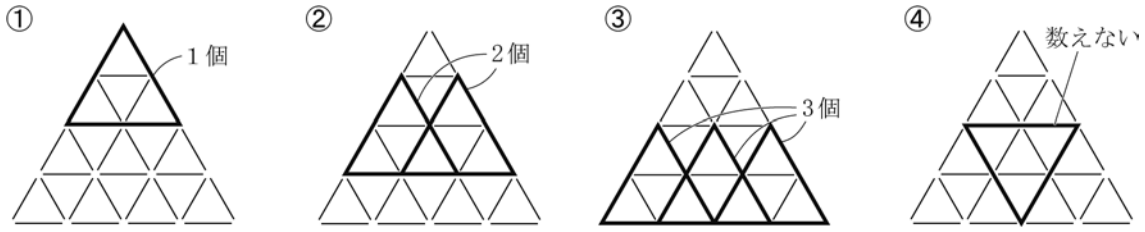


問１　6 番目の図形は，棒を何本使うか求めなさい。

問２　10 番目の図形に，2 番目の図形は全部で何個ふくまれているか求めなさい。

例えば，4 番目の図形には，下の①～③のように，2 番目の図形が全部で 6 個ふくまれている。

ただし，④のように 2 番目の図形の上下の向きを逆にした図形は数えないものとする。



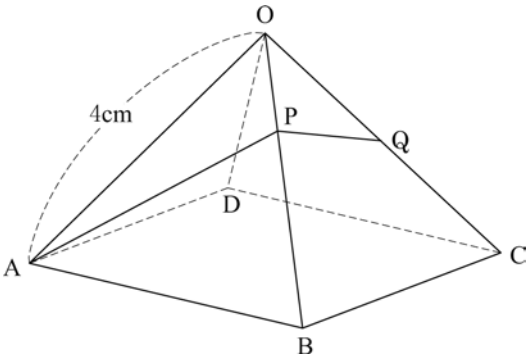
問３　棒の総数が 234 本になるのは，何番目の図形か求めなさい。

数-20-公-富山-問-05

5　右の図のように，すべての辺が 4 cm の正四角すい OABCD があり，辺 OC の中点を Q とする。

点 A から辺 OB を通って，Q までひもをかける。このひもが最も短くなるときに通過する OB 上の点を P とする。

このとき，次の問いに答えなさい。



問１　△OAB の面積を求めなさい。

問２　線分 OP の長さを求めなさい。

問３　正四角すい OABCD を，3 点 A，C，P を通る平面で 2 つに分けたとき，点 B をふくむ立体の体積を求めなさい。

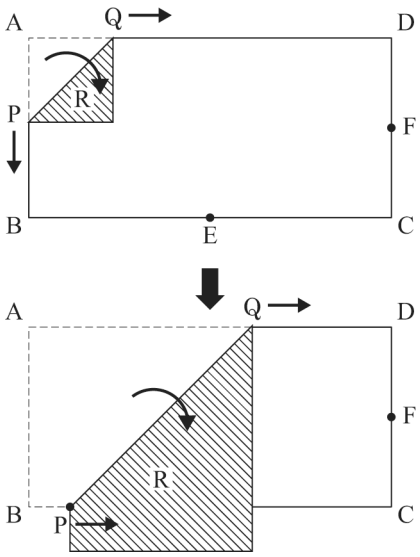
数-20-公-富山-問-06

6 右の**図1**のように, AB＝4 cm, BC＝8 cm の長方形 ABCD があり，辺 BC，CD の中点をそれぞれ点 E，F とする。点 P は，A を出発し，毎秒 1 cm の速さで，あともどりすることなく辺 AB，BC 上を E まで動き，E で停止する。また，点 Q は，P と同時に A を出発し，毎秒 1 cm の速さで，あともどりすることなく辺 AD，DC 上を F まで動き，F で停止する。

線分 PQ を折り目として，A をふくむ図形を折り返し，その図形 (**図1**の斜線部分) を R とする。

P, Q が同時に A を出発してから x 秒後の R の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。

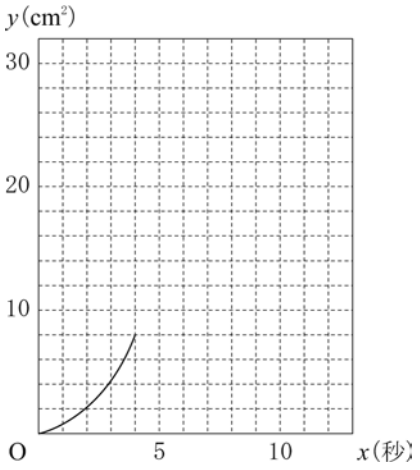
図1



問1 x＝6 のとき，y の値を求めなさい。

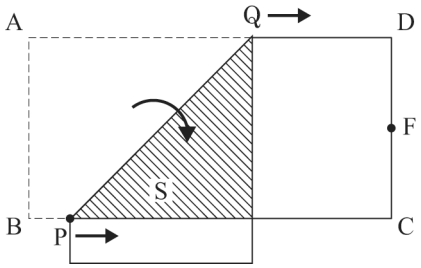
問2 右の**図2**は，Q が F まで動くときの x と y の関係を表したグラフの一部である。このグラフを完成させなさい。

図2

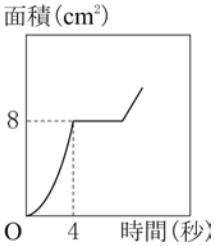


問３　右の**図３**のように，**図１**の図形 R と長方形 ABCD とが重なってできる図形を S とする。P，Q が同時に A を出発してから Q が F で停止するまでの時間と，図形 S の面積との関係を表すグラフに最も近いものを，下の**ア**～**オ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

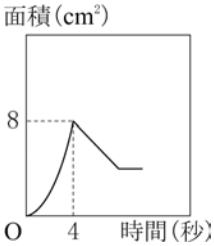
図３



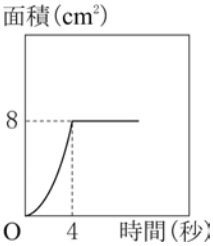
ア



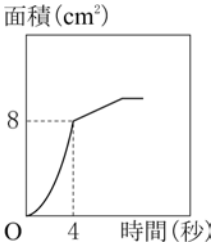
イ



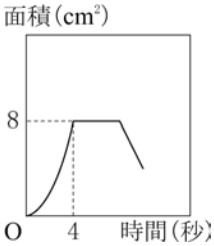
ウ



エ



オ



問４　P，Q が同時に A を出発してから，経過した時間毎に図形 R と図形 S の面積を比較したとき，面積比が 5：2 となるのは，P，Q が同時に A を出発してから何秒後か求めなさい。

数-20-公-富山-問-07

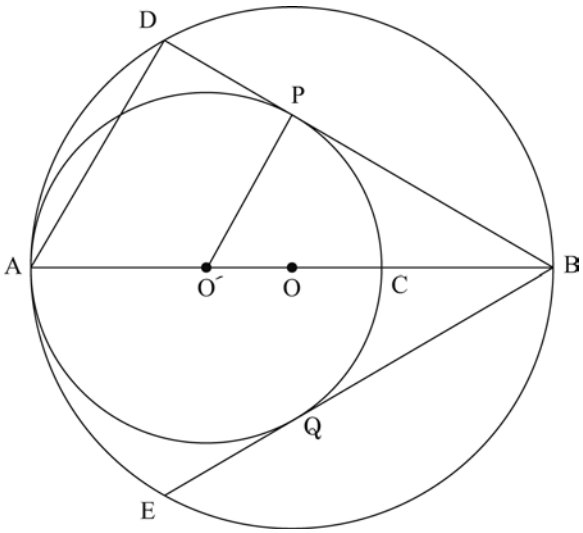
7　右の**図１**のように，線分 AB を直径とする円 O がある。また，線分 AB 上に点 A，B と異なる点 C をとり，線分 AC を直径とする円を円 O´とする。

点 B から円 O´に 2 つの接線をひき，接点をそれぞれ P, Q とする。さらに, 2 つの直線 BP, BQ と円 O との交点で，B 以外の点をそれぞれ D，E とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

問１　△ABD∽△O´BP を証明しなさい。

図１

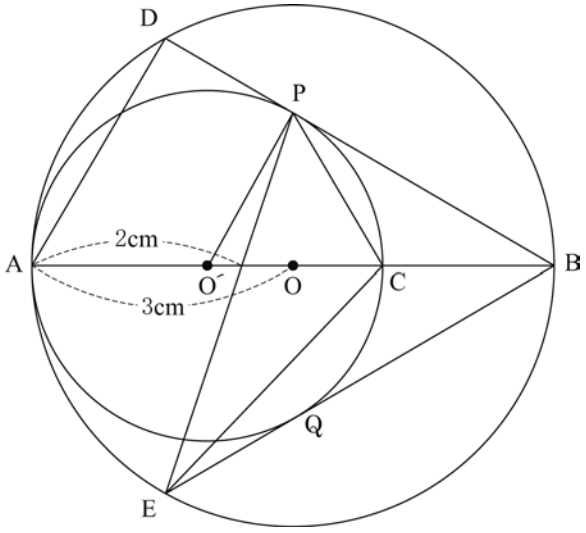


問２　右の**図２**のように，円 O の半径を 3 cm，円 O´の半径を 2 cm とするとき，次の問いに答えなさい。

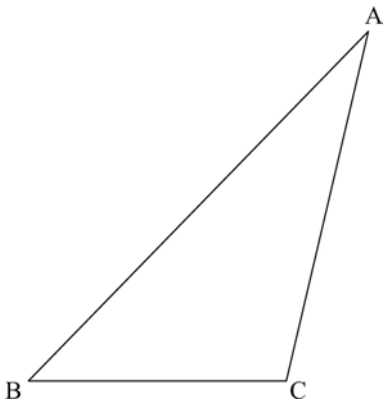
(1) 線分 PE の長さを求めなさい。

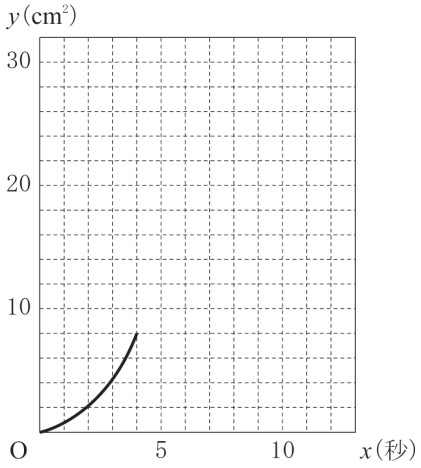
(2) △CPE の面積を求めなさい。

図２



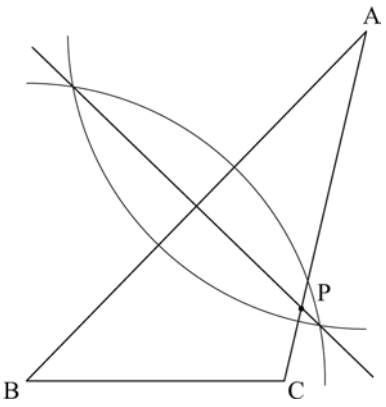
Ｒ２　富山県　公立　数学　解答用紙

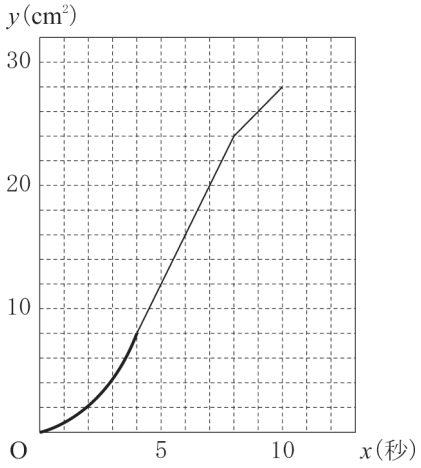
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-富山-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６	$x=$　　，$x=$		
		問７	(　　) 円		
		問８			
		問９	度		
		問 10	秒		
数-20-公-富山-KY-02	2	問１	$\leqq y \leqq$		
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公4-富山-KY-03	3	問1			
		問2			
		問3			
数-20-公4-富山-KY-04	4	問1	本		
		問2	個		
		問3	番目		
数-20-公4-富山-KY-05	5	問1	cm^2		
		問2	cm		
		問3	cm^3		
数-20-公4-富山-KY-06	6	問1	$y=$		
		問2			
		問3			
		問4	秒後		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公4-富山-KY-07	7	問1	〔証明〕			
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm^2		

Ｒ２　富山県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-富山-K-01	1	問１	-1		
		問２	$-\dfrac{6y^2}{x}$		
		問３	$2\sqrt{5}$		
		問４	2		
		問５	$x=5,\ y=-4$		
		問６	$x=-8,\ x=2$		
		問７	$(1500-150a)$　円		
		問８			
		問９	30　度		
		問 10	7.25　秒		
数-20-公-富山-K-02	2	問１	$0 \leqq y \leqq 9$		
		問２	$y=4x-3$		
		問３	11		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-富山-K-03	3	問1	$\frac{1}{6}$		
		問2	$\frac{1}{18}$		
		問3	$\frac{2}{9}$		
数-20-公-富山-K-04	4	問1	63　本		
		問2	45　個		
		問3	12　番目		
数-20-公-富山-K-05	5	問1	$4\sqrt{3}$　cm^2		
		問2	$\frac{4}{3}$　cm		
		問3	$\frac{32\sqrt{2}}{9}$　cm^3		
数-20-公-富山-K-06	6	問1	$y=16$		
		問2			
		問3	**オ**		
		問4	7　秒後		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-富山-K-07	7	問１	〔証明〕 △ABD と△O′BP において 共通な角だから ∠ABD＝∠O′BP ……① 半円の弧に対する円周角は 90 °なので ∠ADB＝90 °……② また円の接線は接点を通る半径に垂直なので ∠O′PB＝90 °……③ ②，③より　∠ADB＝∠O′PB ……④ ①，④より　2 組の角がそれぞれ等しいので △ABD∽△O′BP			
		問２	(1)	$\sqrt{21}$ cm		
			(2)	$2\sqrt{3}$ cm^2		

R２　富山県　公立　数学　解説

数-20-公-富山-KS-01

1　【小問集合】

〈富山県〉

①　様々な計算，文字式の利用，作図　など

②　多くは基本的な問題であるが，中には少し解きにくい問題も含まれている。大問全体としての難易度は決して高くはないので，基本問題をきちんと解けるように対策をしておきたい。

問３　（与式）$=3\sqrt{5}+\sqrt{5}-2\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

問４　代入する前に式を整理する。（与式）$=a^2+2a-2a-4=a^2-4$　　$a=\sqrt{6}$を代入し，$6-4=2$

問６　左辺を因数分解して，$(x+8)(x-2)=0$　$x=-8$，2

問７　1500 円の a 割は $1500\times\frac{a}{10}=150a$ と表せる。この金額が 1500 円から引かれるので，代金は $1500-150a$（円）

問８　∠PAB＝∠PBA になるということは，△PAB が二等辺三角形となることを意味している。つまり，PA＝PB となればよい。2 点 A，B から等しい距離にある点は，線分 AB の垂直二等分線上に存在する。したがって，線分 AB の垂直二等分線と AC の交点が条件を満たす点 P である。

問９　AD＝DB で二等辺三角形の性質より，∠DBA＝x である。また，△ABC の内角の和に注目すると，∠ACB＝$90^\circ-x$ であり，BC＝BD で二等辺三角形の性質より，∠BDC＝∠ACB＝$90^\circ-x$ と表せる。$x+x=90^\circ-x$　$x=30^\circ$

問 10　最も度数が大きいのは 7.0 秒以上 7.5 秒未満の階級である。よって，最頻値はその階級の階級値であり，$(7.0+7.5)\div2=7.25$（秒）

数-20-公-富山-KS-02

2　【放物線のグラフ】

ポイント》 変域はグラフをかいて考える！

① 変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

② 変域→頂点の位置がポイント！

1次関数とは違って変化の割合は一定ではない！

問１　放物線の頂点が y の変域の最小値となることに注意。x の変域の両端の値をそのまま代入して，$1\leqq y\leqq9$ と答えないように注意しておこう。変域の問題を解く際には，関数の簡単なグラフを書くようにしておくとよいだろう。

問２　A(1，1)，B(3，9)であるから，この 2 点を通る直線の式を求める。

問３　x 軸方向の移動と y 軸方向の移動に分けて考える。点 B の x 座標が 3，点 D の x 座標が-1 であることから，x 軸方向に-4 だけ移動したことになる。よって，（点 C の x 座標）＝（点 A の x 座標）-4 ＝-3 である。よって，C(−3，3)であることが分かり，点 A から点 C への y 軸方向の移動量は＋2 である。よって，（点 D の y 座標）＝（点 B の y 座標）＋2＝11

数-20-公-富山-KS-03

3　【確率】

問１　2 つのさいころで同じ目が出ればよい。

問２　条件を満たすのは，(3，3)と(6，6)の 2 通りのみ。

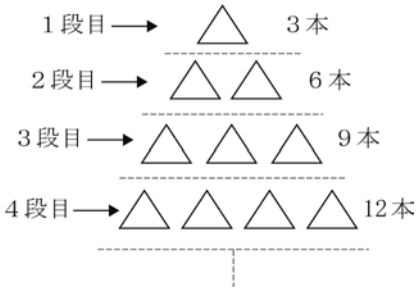
問３　$OP=\sqrt{a^2+b^2}\leqq4$　つまり，$a^2+b^2\leqq16$ となる組を探せばよい。条件を満たすのは，$a=1$ のとき $b=1$，2，3　$a=2$ のとき $b=1$，2，3　$a=3$ のとき $b=1$，2 である。よって，全部で 8 通りある。

数-20-公-富山-KS-04

4 【規則性】

問1　段ごとの棒の数の規則性に注目する。(**図1**) 1 段目は 3 本使われている。2 段目は 6 本，3 段目は 9 本，4 段目は 12 本…となる。よって，6 番目の図形に使われている棒の数は，1 段目から 6 段目までの棒の数の和であるから，3＋6＋9＋12＋15＋18＝63（本）

図1



問2　1 段目に頂点のある三角形は 1 個（問題文の図①），2 段目に頂点のある三角形は 2 個（問題文の図②），3 段目に頂点のある三角形は 3 個（問題文の図③）…という規則性があり，10 番目の図形には 10 段目まであるので，9 段目に頂点のある三角形の個数までを足せばよい。したがって，1＋2＋3＋…＋8＋9＝45（個）

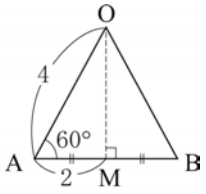
問3　**問1**で利用した規則性を利用する。棒の数は 1 段目に 3 本，2 段目に 6 本，3 段階に 9 本…つまり，n 段目には $3n$ 本あることになる。よって，$3+6+9+12+\cdots+3(n-1)+3n=234$　となる n を求めればよいことになる。この方程式を解きたいが，左辺はこれ以上計算することはできない。そこで，両辺を 3 で割り，$1+2+3+4+\cdots+(n-1)+n=78$　つまり，1 から順に自然数を加えていって，その数までの和が 78 となる自然数を見つければよい。n =10 のとき $1+2+3+\cdots+9+10=55$　同様に $n=11$ のとき 66，$n=12$ のとき 78 となるので，答えは 12（番目）

数-20-公-富山-KS-05

5 【空間図形】

問1　△OAB は正三角形である（**図2**）。O から AB に垂線 OM を下ろすと，AM＝2 である。また，△OMA は∠A＝60 ℃の直角三角形であり，AM：OM＝1：$\sqrt{3}$　OM＝$2\sqrt{3}$　よって，$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times AB\times OM$
$=4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

図2



問2　△OAB と△OBC を含む部分的な展開図を考える（**図3**）。△OAB も△OBC も正三角形であるので，四角形 OABC はひし形である。この展開図における OB と AC の交点を R とすると，R は AC の中点である。また，Q も OC の中点であることから，中点連結定理より，QR//OA であり，QR：OA＝1：2 である。よって，△OAP∽△RQP より対応する辺の比は等しく，OP：PR＝OA：QR＝2：1 である。$OR=\frac{1}{2}OB=2$ であり，$OP=\frac{2}{3}OR=\frac{4}{3}(\mathrm{cm})$

図3

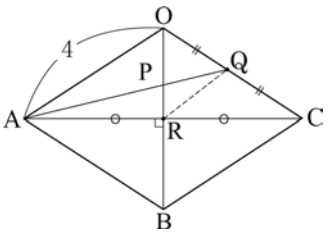


図４

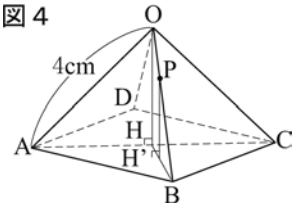
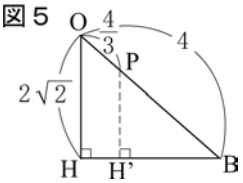


図５



問３　B をふくむ立体は，三角すい PABC である。底面を△ABC とみなし，高さを求める。点 O から底面 ABCD に垂線 OH を下ろすと（**図４**），点 H は正方形 ABCD の対角線の交点である。△ABC が直角二等辺三角形であることから，AC＝$\sqrt{2}$AB＝$4\sqrt{2}$で AH＝$\frac{1}{2}$AC＝$2\sqrt{2}$である。△OAH で三平方の定理を用いて，$OA^2=OH^2+AH^2$　$16=8+OH^2$　OH＝$2\sqrt{2}$である。ここで，点 P から底面 ABCD に垂線 PH’を下ろすと，　H’は線分 HB 上にある（**図５**）。△OHB∽△PH’B より対応する辺の比は等しく，OH：PH’＝OB：PB である。**問２**より OP＝$\frac{4}{3}$であり，PB＝OB－OP＝$4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$であることから比の式は $2\sqrt{2}$：PH’＝4：$\frac{8}{3}$　PH’＝ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$である。よって求める立体の体積は，

三角すい PABC＝$\frac{1}{3}$×△ABC×PH’＝ $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times\frac{4\sqrt{2}}{3}=\frac{32\sqrt{2}}{9}$(cm^3)

数-20-公-富山-KS-06

6　【関数の利用】

問１　x＝6 のとき，図形 R は台形であり，台形 ABPQ と合同な図形である。よって，面積は$\frac{1}{2}$×(AQ＋BP)×AB＝$\frac{1}{2}$×(6+2)×4＝16(cm^2)

問２　4 秒後から 8 秒後（動点 Q が点 D に到達するとき）までの図形 R の面積を $R_{4\text{-}8}$ と表す。このときの図形 R は台形であり，台形 ABPQ と合同で面積が等しい。よって，台形 ABPQ の面積を求める。x を用いて必要な辺の長さを表す。AQ＝x である。ここで，動点 P の移動距離について，

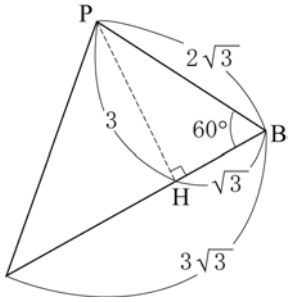
AB＋BP＝x であり，4＋BP＝x　BP＝x－4 である。したがって，$R_{4\text{-}8}$＝台形 ABPQ＝$\frac{1}{2}$×(AQ＋BP)×AB＝$\frac{1}{2}$×(x＋x－4)×4 と表され，$R_{4\text{-}8}$：y＝4x－8（4≦x≦8）となる。次に $R_{8\text{-}10}$ を考える。8 秒後以降では，点 P は点 E で停止している。よって，$R_{8\text{-}10}$＝長方形 ABCD－△QEC で面積を求める。動点 Q の x 秒後の移動距離について AD＋DQ＝x　DQ＝x－8 であり，QC＝DC－DQ＝4－(x－8)＝12－x である。よって，$R_{8\text{-}10}$＝長方形 ABCD－△QEC＝4×8－$\frac{1}{2}$×QC×EC＝32－$\frac{1}{2}$×(12－x)×4 と表され，$R_{8\text{-}10}$：y＝2x＋8（8≦x≦10）となる。

問３　4≦x≦8 では，図形 S の面積は一定である。よって，答えは**ア**か**ウ**か**オ**と考えられる。次に，8≦x≦10 では，図形 S＝△QEC である。このとき動点 Q が F に近づくほど，△QEC の面積が小さくなることから，図形 S の面積を表したグラフは**オ**である。

問４　$S_{4\text{-}8}$＝8，$S_{8\text{-}10}$＝△QEC であり，**問２**の解説より，△QEC＝$\frac{1}{2}$×(12－x)×4＝－2x＋24＝$S_{8\text{-}10}$ である。それぞれの場合において，R：S＝5：2 となることを考える。$R_{4\text{-}8}$：$S_{4\text{-}8}$＝5：2　(4x－8)：8＝5：2　x＝7　これは 4≦x≦8 を満たしている。次に，$R_{8\text{-}10}$：$S_{8\text{-}10}$＝5：2　(2x＋8)：(－2x＋24)＝5：2　x＝$\frac{52}{7}$＝7.42…　これは 8≦x≦10 を満たしておらず，不適。最後に，0≦x≦4 のときだが，このとき $R_{0\text{-}4}$＝$S_{0\text{-}4}$ であり面積は同じであるため，条件を満たすことはない。よって，答えは 7 秒後

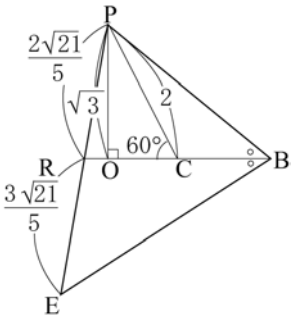
7 【平面図形】

問2 **(1)** 円 O′の半径なので，O′P＝2 であり，△PO′B において三平方の定理を用いて，O′B^2＝O′P^2＋PB^2　PB＝$2\sqrt{3}$　さらに，△PO′B の 3 辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$となっていることから，∠PBO′＝30 °であることが分かる。また，図形の対称性を考えると，∠QBO′＝30 °である。



△ABD∽△O′BP より対応する辺の比は等しく，BO′：AB＝BP：BD　BD＝$3\sqrt{3}$である。また，BE＝$3\sqrt{3}$でもある。ここで△PBE に注目し，P から BE に垂線 PH を下ろす。∠PBE＝∠PBO′＋∠QBO′＝30 °＋30 °＝60 °であることから，△PHB は辺の比が決まった直角三角形であり，PB＝$2\sqrt{3}$であることから，BH＝$\sqrt{3}$，PH＝3 である。次に△PHE に注目する。EH＝BE－BH＝$3\sqrt{3}$－$\sqrt{3}$＝$2\sqrt{3}$であり，三平方の定理を用いて，PE^2＝PH^2＋EH^2　PE^2＝3^2＋$(2\sqrt{3})^2$　PE＝$\sqrt{21}$(cm)

(2) ∠PBO′＝∠QBO′であることから，直線 AB は∠PBE の二等分線であるといえる。PE と AB の交点を R として，角の二等分線の性質を用いると，PR：RE＝PB：BE　PR：RE＝2：3 である。



よって，PR＝$\frac{2}{5}$PE＝$\frac{2\sqrt{21}}{5}$である。ここで P から O′C に垂線を下ろすことを考える。∠PBO′＝30 °，∠O′PB＝90 °であるから∠PO′C＝60 °で，O′P＝O′C であるから，△PO′C は頂角 60 °の二等辺三角形，つまり正三角形であるといえる。したがって，点 P から O′C に下ろした垂線は，O′C の中点である点 O を通ることになり，PO⊥O′C である。△POC は∠PCO＝60 °の直角三角形で辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$であり，PC：PO＝2：$\sqrt{3}$　PO＝$\sqrt{3}$である。ここで△POR において三平方の定理を用いて，PR^2＝RO^2＋PO^2

$\left(\frac{2\sqrt{21}}{5}\right)^2$＝OR^2＋$(\sqrt{3})^2$　OR＝$\frac{3}{5}$となる。よって，△PRC＝$\frac{1}{2}$×RC×PO＝$\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{5}+1\right)\times\sqrt{3}$＝$\frac{4\sqrt{3}}{5}$

PR：RE＝2：3 であるから，△PCR：△ECR＝2：3　△ECR＝$\frac{6\sqrt{3}}{5}$となり，

△CPE＝△PRC＋△ECR＝$2\sqrt{3}$(cm^2)