Ｒ５　富山県　公立　数学　問題

数-23-公-富山-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$9+2\times(-3)$ を計算しなさい。

問２　$3x^2y\times4y^2\div6xy$ を計算しなさい。

問３　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}$ を計算しなさい。

問４　$3(3a+b)-2(4a-3b)$ を計算しなさい。

問５　連立方程式 $\begin{cases}2x+5y=-2\\3x-2y=16\end{cases}$ を解きなさい。

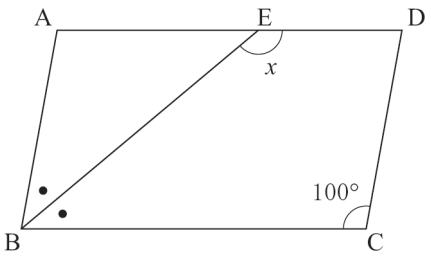
問６　2 次方程式 $(x-2)^2=25$ を解きなさい。

問７　a 個のチョコレートを 1 人に 8 個ずつ b 人に配ると 5 個あまった。これらの数量の関係を等式で表しなさい。

問８　2 つのさいころ A，B を同時に投げるとき，出た目の大きい数から小さい数をひいた差が 3 となる確率を求めなさい。

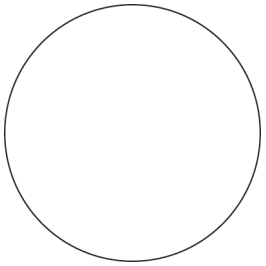
ただし，それぞれのさいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとし，出た目の数が同じときの差は 0 とする。

問９　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，BE は∠ABC の二等分線である。∠x の大きさを求めなさい。



問 10　右の図形は円である。この図形の対称の軸を 1 本，作図によって求めなさい。

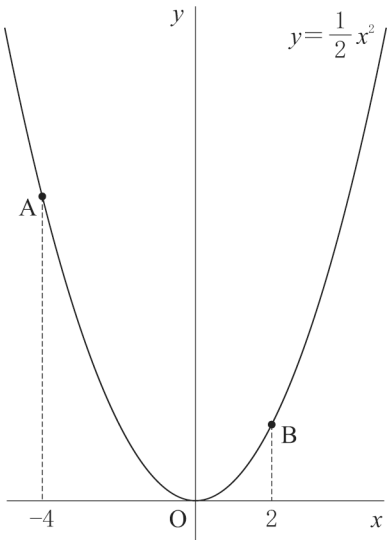
ただし，作図に用いた線は残しておくこと。



数-23-公-富山-問-02

2　右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ−4，2 である。

このとき，次の問いに答えなさい。



問１　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

問２　△OAB の面積を求めなさい。

問３　点 O を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

3 A 中学校と B 中学校では，英語で日記を書く活動を行っている。A 中学校 P 組の生徒数は 25 人で，B 中学校 Q 組の生徒数は 40 人である。右の表は，P 組，Q 組の生徒全員について，ある月に英語で日記を書いた日数を度数分布表に整理したものである。

このとき，次の問いに答えなさい。

階級 (日)	度数 (人)	
	A 中学校 P 組	B 中学校 Q 組
以上　未満		
0 ～ 5	3	2
5 ～ 10	3	5
10 ～ 15	6	12
15 ～ 20	7	8
20 ～ 25	5	8
25 ～ 30	1	5
計	25	40

問１　P 組について，0 日以上 5 日未満の階級の相対度数を求めなさい。

問２　P 組について，中央値がふくまれる階級を答えなさい。

問３　度数分布表からわかることとして，**必ず正しいといえる**ものを次の**ア**～**オ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

ア　Q 組では，英語で日記を 15 日以上書いた生徒が 20 人以上いる。

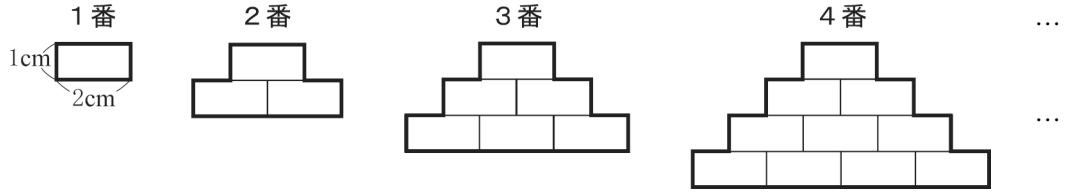
イ　P 組と Q 組では，英語で日記を書いた日数の最頻値は等しい。

ウ　P 組と Q 組では，英語で日記を書いた日数が 20 日以上 25 日未満である生徒の割合は等しい。

エ　英語で日記を書いた日数の最大値は，Q 組の方が P 組より大きい。

オ　5 日以上 10 日未満の階級の累積相対度数は，P 組の方が Q 組より大きい。

4 下の図のように，縦の長さが 1 cm，横の長さが 2 cm の長方形のタイルを 1 枚置き，1 番の図形とする。1 番の図形の下に，タイル 2 枚を半分ずらしてすきまなく並べてできた図形を 2 番の図形，2 番の図形の下に，タイル 3 枚を半分ずらしてすきまなく並べてできた図形を 3 番の図形とする。以下，この作業を繰り返してできた図形を，4 番の図形，5 番の図形，…とする。



ひかるさんとゆうきさんは，1 番，2 番，3 番，…と，図形の番号が変わるときの，タイルの枚数や周の長さについて話している。ただし，図形の周の長さとは，太線 (——) の長さである。2 人の［**会話Ⅰ**］，［**会話Ⅱ**］を読んで，それぞれについて，あとの問いに答えなさい。

［**会話Ⅰ**］

ひかる　図形のタイルの枚数を調べると，1 番の図形は 1 枚，2 番の図形は 3 枚になり，6 番の図形は［ **ア** ］枚になるね。

ゆうき　私は図形の周の長さを調べてみたよ。1 番の図形は 6 cm，2 番の図形は 12 cm になり，n 番の図形は n を使って表すと，［ **イ** ］cm となるね。

問１　［**会話Ⅰ**］の［ **ア** ］にあてはまる数を求めなさい。

問２　［**会話Ⅰ**］の［ **イ** ］にあてはまる式を，n を使って表しなさい。

［**会話Ⅱ**］

ひかる　図形のタイルの枚数について，表にまとめてみたよ。

図形の番号 (番)	1	2	…
タイルの枚数 (枚)	1	3	…

ゆうき　私は図形の周の長さについて，表にまとめてみたよ。

図形の番号 (番)	1	2	…
周の長さ (cm)	6	12	…

ひかる　2 つの表をくらべると，［ **ウ** ］番の図形では，タイルの枚数が［ **エ** ］枚で，周の長さが［ **エ** ］cm となって，数値が等しくなっているよ。

ゆうき　そうだね。単位はちがっても，数値が等しくなるのはおもしろいね。

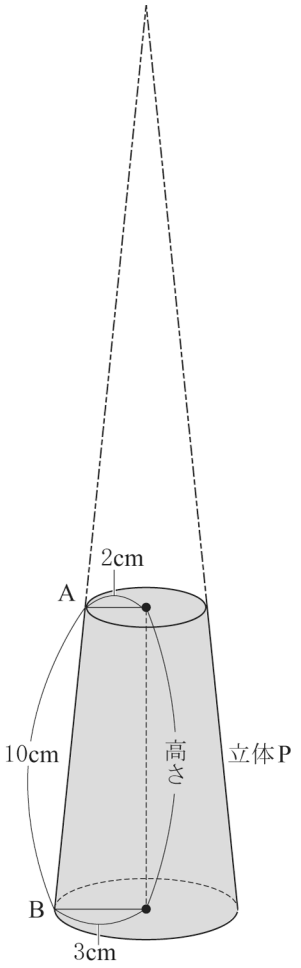
問３　［**会話Ⅱ**］の［ **ウ** ］，［ **エ** ］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

5 右の**図１**のように，円すいを底面に平行な平面で切ってできる 2 つの立体のうち，底面をふくむ立体を P とする。円すいの底面の半径は 3 cm，切り口の円の半径は 2 cm である。また，線分 AB は円すいの母線の一部分であり，その長さは 10 cm である。

このとき，次の問いに答えなさい。

ただし，円周率はπとする。

図１



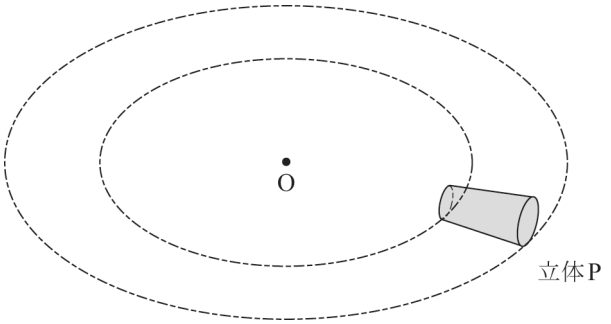
問１　立体 P の高さを求めなさい。

ただし，立体 P の高さとは，円すいの底面の円の中心と切り口の円の中心を結んだ線分の長さである。

問２　立体 P の体積を求めなさい。

問３　下の**図２**のように，立体 P をたおして平面上に置き，すべらないように転がしたところ，立体 P は，点 O を中心とする 2 つの円の間を何回か回転しながら 1 周して，もとの位置にもどった。このとき，立体 P は何回の回転をしたか求めなさい。

図２



6 右の**図１**のように，高さが 200 cm の直方体の水そうの中に，3 つの同じ直方体が，合同な面どうしが重なるように階段状に並んでいる。3 つの直方体および直方体と水そうの面との間にすきまはない。この水そうは水平に置かれており，給水口Ⅰと給水口Ⅱ，排水口がついている。

図２はこの水そうを面 ABCD 側から見た図である。点 E，F は，辺 BC 上にある直方体の頂点であり，BE＝EF＝FC である。また，点 G，H は，辺 CD 上にある直方体の頂点であり，CG＝GH＝40 cm である。

この水そうには水は入っておらず，給水口Ⅰと給水口Ⅱ，排水口は閉じられている。この状態から，次の**ア**～**ウ**の操作を順に行った。

ア　給水口Ⅰのみを開き，給水する。
イ　水面の高さが 80 cm になったときに，給水口Ⅰを開いたまま給水口Ⅱを開き，給水する。
ウ　水面の高さが 200 cm になったところで，給水口Ⅰと給水口Ⅱを同時に閉じる。

ただし，水面の高さとは，水そうの底面から水面までの高さとする。

給水口Ⅰを開いてから x 分後の水面の高さを y cm とするとき，x と y の関係は，右の**表**のようになった。

図１

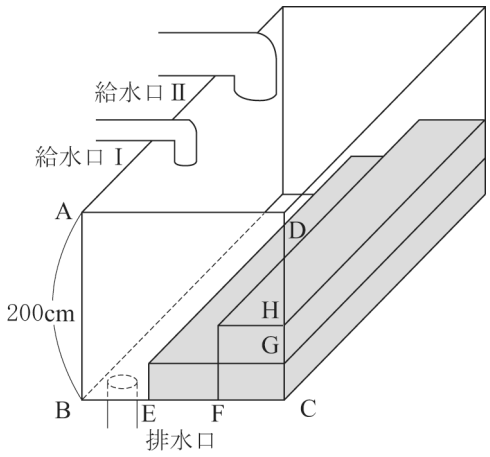
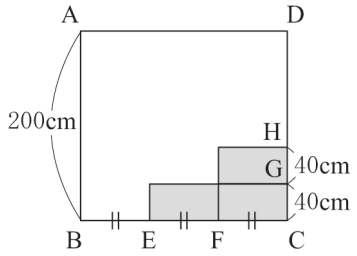


図２



表

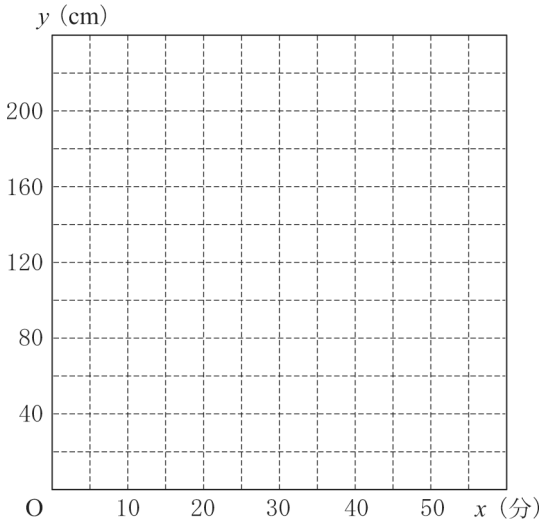
x（分）	0	5	50
y（cm）	0	20	200

このとき，次の問いに答えなさい。

ただし，給水口Ⅰと給水口Ⅱ，排水口からはそれぞれ一定の割合で水が流れるものとする。

問１　x＝1 のとき，y の値を求めなさい。

問２　給水口Ⅰを開いてから，給水口Ⅰと給水口Ⅱを同時に閉じるまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



問３　水面の高さが 100 cm になるのは，給水口Ⅰを開いてから何分何秒後か求めなさい。

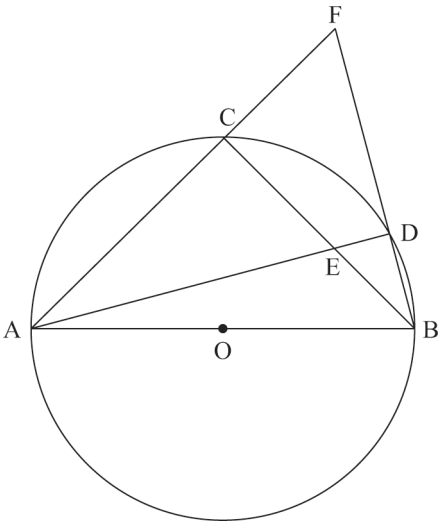
問４　水面の高さが 200 cm の状態から，給水口Ⅰと給水口Ⅱを閉じたまま排水口を開いたところ，60 分後にすべて排水された。排水口を開いてから 48 分後の水面の高さを求めなさい。

7 右の**図１**のように，線分 AB を直径とした円 O がある。円 O の周上に点 C があり，AC＝BC である。また，点 A を含まない弧 BC 上に点 D をとり，線分 AD と線分 BC の交点を E，直線 AC と直線 BD の交点を F とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

ただし，点 D は B，C と一致しないものとし，円周率はπとする。

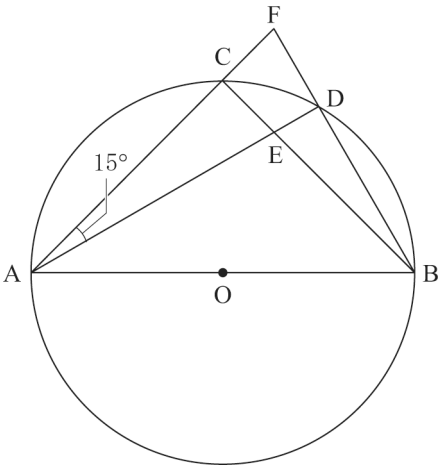
図１



問１　△ACE≡△BCF を証明しなさい。

問２　点 D を，**図２**のように∠CAD＝15 °となるようにとったとき，△ACE と△BDE の面積比を求めなさい。

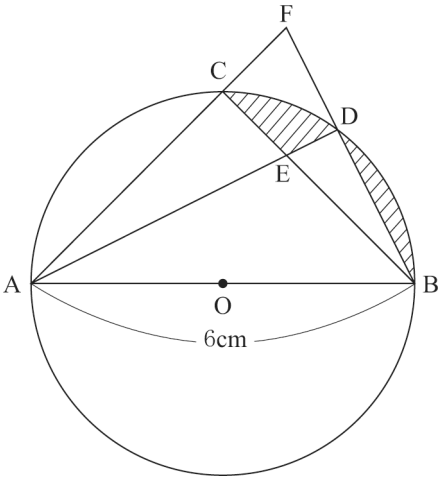
図２



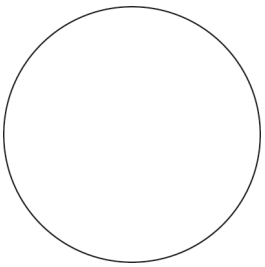
問３　点 D を，**図３**のように△ABF の面積が△ABE の面積の 2 倍となるようにとる。

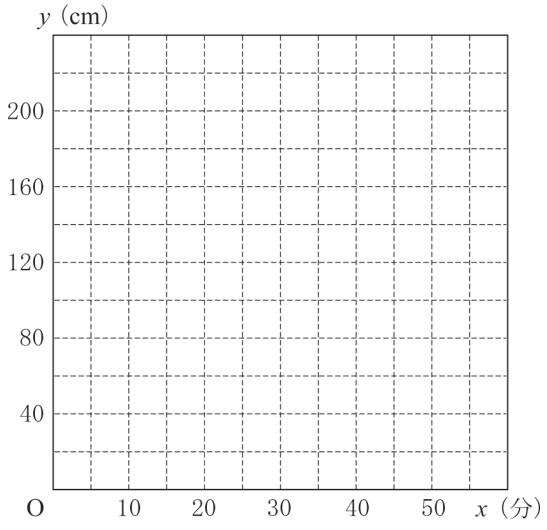
AB＝6 cm のとき，図の斜線部分の面積を求めなさい。

図３



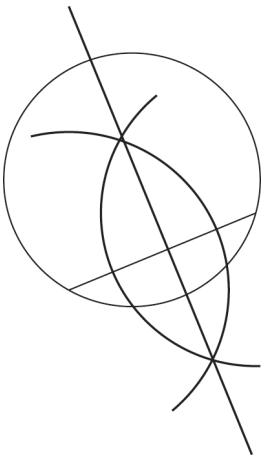
Ｒ５　富山県　公立　数学　解答用紙

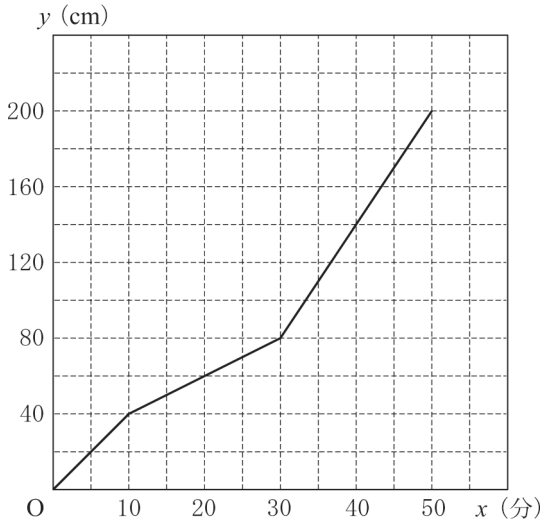
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６	$x=$　　，$x=$		
		問７			
		問８			
		問９	度		
		問 10			
数-23-公-富山-KY-02	2	問１	$\leqq y \leqq$		
		問２			
		問３	$y=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-KY-03	3	問１			
		問２	日以上　　日未満		
		問３			
数-23-公-富山-KY-04	4	問１			
		問２			
		問３	ウ　　エ		
数-23-公-富山-KY-05	5	問１	cm		
		問２	cm^3		
		問３	回		
数-23-公-富山-KY-06	6	問１	$y=$		
		問２			
		問３	分　　秒後		
		問４	cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-KY-07	7	問１	〔証明〕		
		問２	：		
		問３	cm^2		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-K-01	1	問１	3		
		問２	$2xy^2$		
		問３	$-\sqrt{3}$		
		問４	$a+9b$		
		問５	$x=4,\ y=-2$		
		問６	$x=7,\ x=-3$		
		問７	$a=8b+5$		
		問８	$\frac{1}{6}$		
		問９	140　度		
		問 10			
数-23-公-富山-K-02	2	問１	$0 \leqq y \leqq 2$		
		問２	12		
		問３	$y=-5x$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-K-03	3	問１	0.12		
		問２	15　日以上　20　日未満		
		問３	ア，ウ，オ		
数-23-公-富山-K-04	4	問１	21		
		問２	$6n$		
		問３	ウ　11　エ　66		
数-23-公-富山-K-05	5	問１	$3\sqrt{11}$　cm		
		問２	$19\sqrt{11}\,\pi$　cm^3		
		問３	10　回		
数-23-公-富山-K-06	6	問１	$y=4$		
		問２			
		問３	33　分　20　秒後		
		問４	68　cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-富山-木-07	7	問１	〔証明〕 △ACE と△BCF において 仮定より AC＝BC　　・・・・・① 半円の弧に対する円周角は 90 °であるから ∠ACE＝∠BCF　・・・・・② $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角は等しいから ∠CAE＝∠CBF　・・・・・③ ①，②，③より， 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △ACE≡△BCF		
		問２	2：1		
		問３	$\left(\frac{9}{4}\pi-\frac{57}{10}\right)$ cm^2		

数-23-公-富山-KS-01

1　【小問集合】

問７　チョコレートの個数は全部で a 個である。それは配った個数である $8\times b$(個)と，余った個数である 5 個の合計だから，$a=8b+5$ となる。

問８　さいころ A，B を同時に投げたときのすべての目の出方は，$6\times6=36$(通り)ある。出た目の大きい数から小さい数をひいた差が 3 となるのは，**表１**の□でかこった部分だから，全部で 6 通りある。したがって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

表１

A，Bのさいころの出る目の数の差

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

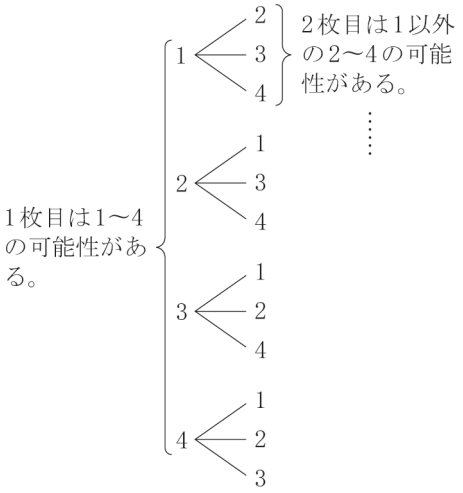
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

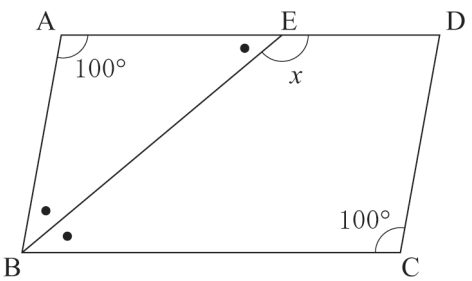
③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問９　仮定より，∠ABE＝∠EBC　　AE // BC より，錯角は等しいから，∠AEB＝∠EBC　　よって，∠ABE＝∠AEB　　また，平行四辺形の対角は等しいから，∠BAE＝∠BCD＝100°　　したがって，△ABE の内角の和より，
$\angle AEB=(180°-\angle BAE)\div2=(180°-100°)\div2=40°$
よって，$\angle x=180°-\angle AEB=180°-40°=140°$

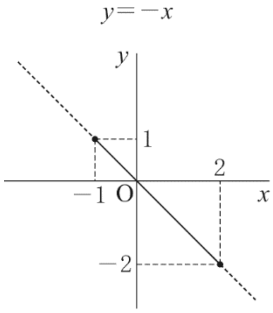
図１



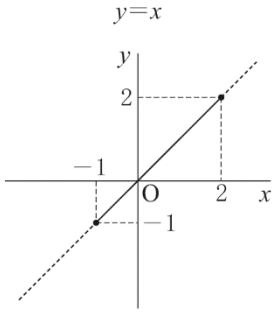
2 【関数のグラフと図形】

問１　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-1)^2=\frac{1}{2}$　　$x=2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times2^2=2$　　y の値を比較すると，$0<\frac{1}{2}<2$ だから，y の変域は $0\leqq y\leqq2$

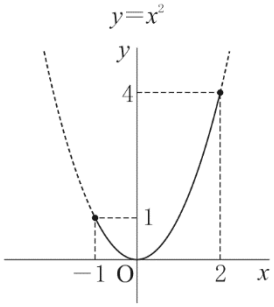
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



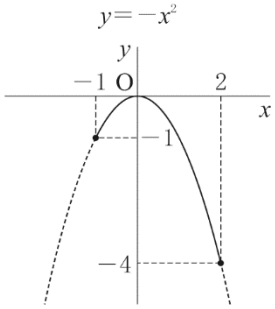
$-2\leqq y\leqq1$



$-1\leqq y\leqq2$



$0\leqq y\leqq4$



$-4\leqq y\leqq0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　点 A の座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$ より，A(−4，8)

点 B の座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$ より，B(2，2)

直線 AB の式を $y=ax+b$ とおくと，変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ だから，$a=\frac{2-8}{2-(-4)}=-1$

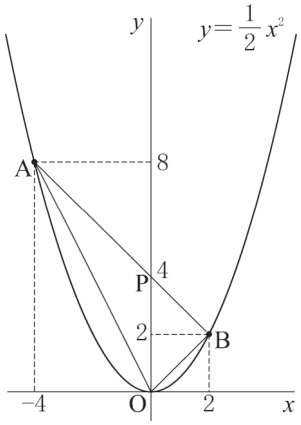
$y=-x+b$ は点 A を通るから，$x=-4$，$y=8$ を代入して，$8=-(-4)+b$ より，$b=4$

図１のように直線 AB と y 軸との交点を P とする。△OAP の底辺を OP とすると，OP＝4 であり，点 A の x 座標が−4 であるから，高さは 4 なので，$\triangle OAP=\frac{1}{2}\times OP\times(\text{高さ})=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

また，△OBP の底辺を OP とすると，点 B の x 座標が 2 であるから，高さは 2 なので，$\triangle OBP=\frac{1}{2}\times OP\times(\text{高さ})=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

したがって，△OAB＝△OAP＋△OBP＝8＋4＝12 となる。

図１



ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　求める直線と線分 AB の交点を Q とする。

△OAQ，△OBQ の底辺をそれぞれ AQ，BQ とすると，△OAQ と△OBQ の高さは等しくなるので，AQ＝BQ のとき，△OAQ＝△OBQ となるから，直線 OQ は△OAB を 2 等分する。

よって，点 Q の x 座標を x_1 とすると，AQ＝BQ より，$x_1-(-4)=2-x_1$ だから，$x_1=-1$，y 座標を y_1 とすると，$8-y_1=y_1-2$ より，$y_1=5$ だから，Q(−1，5)

原点(0，0)を通る直線は，$y=cx$ と表すことができ，この直線は点 Q を通るから，$x=-1$，$y=5$ を代入して，$5=c\times(-1)$より，$c=-5$

したがって，求める直線の式は，$y=-5x$

3 【資料の活用】

問１　P 組の 0 日以上 5 日未満の度数は 3 人であり，度数の合計は 25 人である。

よって，相対度数＝$\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}=\frac{3}{25}=0.12$

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数＝$\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

問２　P 組の生徒数は 25 人だから，中央値は資料の値を大きさの順に並べたときの 13 番目の値である。

P 組の 10 日以上 15 日未満の階級の累積度数は 3＋3＋6＝12(人)であり，15 日以上 20 日未満の階級の累積度数は 3＋3＋6＋7＝19(人)だから，中央値は 15 日以上 20 日未満の階級にふくまれる。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③ 最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

問３　**ア**　Q 組で 15 日以上日記を書いた生徒数は，8＋8＋5＝21(人)であり，20 人以上だから，正しい。

イ　P 組で度数のもっとも多い階級は 15 日以上 20 日未満でその階級値は，(15＋20)÷2＝17.5(日)だから，最頻値は 17.5 日。

Q 組で度数のもっとも多い階級は 10 日以上 15 日未満でその階級値は，(10＋15)÷2＝12.5(日)であるから，最頻値は 12.5 日。

したがって，P 組と Q 組の最頻値は異なるので，正しくない。

ウ　P 組の 20 日以上 25 日未満である生徒の割合は，$\frac{5}{25}=0.20$ である。同様に Q 組における割合は，$\frac{8}{40}=0.20$ である。P 組と Q 組の割合は等しいので，正しい。

エ　P 組も Q 組も最大値は 25 日以上 30 日未満の階級にあり，同じ階級にふくまれるが，最大値の値はどちらの組もわからないので，最大値が Q 組の方が P 組より大きいかどうかはわからない。したがって，必ずしも正しいとはいえない。

オ　P 組の 5 日以上 10 日未満の階級の累積度数は，3＋3＝6(人)である。度数の合計は 25 人だから，累積相対度数は，$\frac{6}{25}=0.24$

同様に Q 組について，5 日以上 10 日未満の階級の累積度数は，2＋5＝7(人)であり，度数の合計は 40 人だから，累積相対度数は，$\frac{7}{40}=0.175$

0.24＞0.175 より，5 日以上 10 日未満の階級の累積相対度数は P 組の方が Q 組より大きいから，正しい。

したがって，必ず正しいのは**ア**，**ウ**，**オ**である。

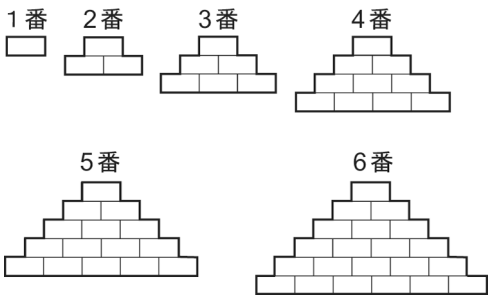
数-23-公-富山-KS-04

4 【規則性に関する問題】

問１　**図１**のように 1 番から 6 番の図形をつくると，
6 番の図形に置いたタイルは，
1＋2＋3＋4＋5＋6＝21(枚)となる。

問２　**図１**より，1 番の図形の周りの長さは，
6＝6×1(cm)，2 番は，12＝6×2(cm)，3 番は，
18＝6×3(cm)，4 番は，24＝6×4(cm)，…だから，
n 番の図形の周の長さは $6n$ cm。

図１



ポイント》規則性の問題を突破するには
まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

問３　1 番の図形のタイルは 1 枚，2 番の図形はタイルを 2 枚追加して，1＋2＝3(枚)，3 番の図形はタイルをさらに 3 枚追加して，3＋3＝6(枚)，…のように，n 番の図形のタイルの枚数は，その前の $(n-1)$番の図形のタイルの枚数に n をたした数値になる。したがって，4 番は，6＋4＝10(枚)，5 番は，10＋5＝15(枚)，…となる。**問２**より，n 番の図形の周の長さは $6n$ cm である。これをまとめると，**表１**のようになり，図形の番号が 11 のとき，タイルの枚数，周の長さの数値はともに 66 となる。したがって，**ウ**は 11，**エ**は 66 である。

表１

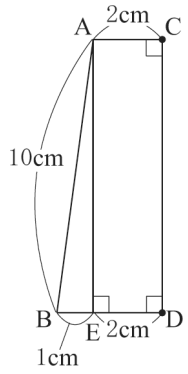
図形の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
タイルの枚数(枚)	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
周の長さ(cm)	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66

数-23-公-富山-KS-05

5 【空間図形】

問１　**図１**のように，切り口の円の中心を C，円すいの底面の円の中心を D としたときの四角形 ABDC を取り出して考え，A から BD に垂線 AE をひく。
AE＝CD，AC＝ED＝2 cm だから，BE＝BD－DE＝3－2＝1(cm)
△ABE において三平方の定理より，$AB^2=AE^2+BE^2$ となる。
したがって，$AE^2=AB^2-BE^2=10^2-1^2=99$　　AE＞0 より，
$AE=\sqrt{99}=3\sqrt{11}$ (cm)

図１



問２　もとの円すいを Q，切って取り除かれた円すいを R とすると，2 つの円すい Q と R は相似な立体である。それぞれの底面の半径より，その相似比は 3：2 である。**問１**より，円すい R の高さを h cm とすると，円すい Q の高さは $h+3\sqrt{11}$ (cm)だから，$(h+3\sqrt{11})：h=3：2$
この比例式を解いて，$h=6\sqrt{11}$ cm
よって，円すい R の体積は，$\pi\times2^2\times6\sqrt{11}\times\frac{1}{3}=8\sqrt{11}\,\pi\,(\mathrm{cm}^3)$
2 つの円すい Q と R の体積の比は，$3^3：2^3=27：8$ だから，2 つの立体 P と R の体積の比は，
$(27-8)：8=19：8$ なので，立体 P の体積は，円すい R の体積の $\frac{19}{8}$ 倍である。
よって，$8\sqrt{11}\,\pi\times\frac{19}{8}=19\sqrt{11}\,\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

問３　**問２**より，円すい R の母線の長さを ℓ cm とすると，円すい Q の母線の長さは $\ell+10$ (cm)だから，

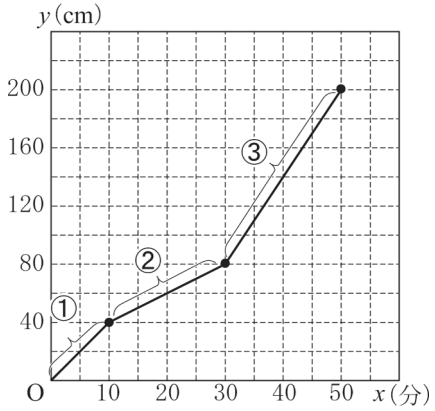
$(\ell+10):\ell=3:2$　この比例式を解いて，$\ell=20$ cm
よって，切り口の円が回転したときに描く円は，半径が $\ell=20$ cm だから，その円周の長さは，
$2\pi\times20=40\pi$(cm)
切り口の円の円周は，$2\pi\times2=4\pi$(cm)だから，$40\pi\div4\pi=10$ より，立体 P は 10 回の回転をした。

数-23-公-富山-KS-06

6　【関数の利用】

問２　2 つの給水口Ⅰ，Ⅱからはそれぞれ一定の割合で水が流れるから，グラフはすべて直線となる。
①水面の高さが 40cm になるまで，水面の面積は一定だから，問題文中の**表**より，水面は 1 分間に，$\frac{20}{5}=4$(cm)高くなる。よって，10 分後に水面の高さが 40cm になるから，2 点(0，0)，(10，40)を直線で結ぶ。
②水面の高さが 40cm から 80cm になるまで，水面の面積は一定で，①のときの 2 倍の大きさだから，水面の高さの増え方は①のときの $\frac{1}{2}$ 倍になる。よって，水面は 1 分間に，$4\times\frac{1}{2}=2$(cm)，すなわち，$50-30=20$(分間)に，$2\times20=40$(cm)
増えるから，2 点(10，40)，(30，80)を直線で結ぶ。
③水面の高さが 80cm から 200cm になるまで，水面の面積は一定だから，2 点(30，80)，(50，200)を直線で結ぶ。
以上より，**図１**のようなグラフとなる。

図１



問３　水面の高さが 100 cm となるのは，**問２**のグラフより，$30\leqq x\leqq50$ のときである。このときの直線の式を $y=ax+b$ とすると，a は変化の割合だから，$a=\frac{200-80}{50-30}=6$ となる。$y=6x+b$ は点(30，80)を通るから，$x=30$，$y=80$ を代入して，$80=6\times30+b$ より，$b=-100$ となるので，$30\leqq x\leqq50$ のときの x と y の関係は $y=6x-100$ である。よって，$y=100$ を代入して，$x=\frac{200}{6}=33\frac{1}{3}$(分)となる。
$\frac{1}{3}$ 分＝20 秒なので，33 分 20 秒となる。

問４　水そうの中の直方体を立体 T とすると，立体 T の幅が水そうの $\frac{1}{3}$ 倍で，高さが水そうの，$\frac{40}{200}=\frac{1}{5}$(倍)であるから，立体 T の体積は水そうの体積の，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$(倍)なので，立体 T が 15 個で水そうの容積と同じ体積になる。水そうの中に立体 T が 3 個あるので，水そうに入っている水の量は立体 T の，$15-3=12$(個分)の体積である。排水口からは一定の割合で水が流れ，60 分で立体 T の 12 個分の体積の水が流れるので，立体 T の 1 個分の水が流れるのにかかる時間は，$60\div12=5$(分)である。したがって，$\frac{48}{5}=9\frac{3}{5}$より，48 分で立体 T の 9 個分と $\frac{3}{5}$ 個分の体積の水が流れる。水面が 80 cm 以上の部分の体積は立体 T の 9 個分の体積なので，水面が 80 cm の高さから，立体 T の$\frac{3}{5}$ 個分の体積分だけ水が流れたときの高さを求める。立体 T の$\frac{3}{5}$ 個分の体積の水が流れるのにかかる時間は，$\frac{3}{5}\times5=3$(分)である。水面が 40 cm から 80 cm の部分の水の量は 2 個分の立体 T の体積だから，10 分で水面は 40 cm 低くなるので，3 分で水面が t cm 低くなるとすると，
$10:40=3:t$ より，$t=12$(cm)
よって，求める高さは，$80-12=68$(cm)

7 【平面図形】

問２　円周角の定理より，∠ACB＝∠ADB＝90°であり，仮定より，AC＝BC だから，△ACB は直角二等辺三角形なので，∠BAC＝∠CBA＝45°であり，辺の比は 1：1：$\sqrt{2}$ である。

△ABD について，

∠DAB＝∠CAB－∠CAD＝45°－15°＝30°であり，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ABD＝180°－∠DAB－∠ADB＝180°－30°－90°＝60°

となる。したがって，△ABD は辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形となる。

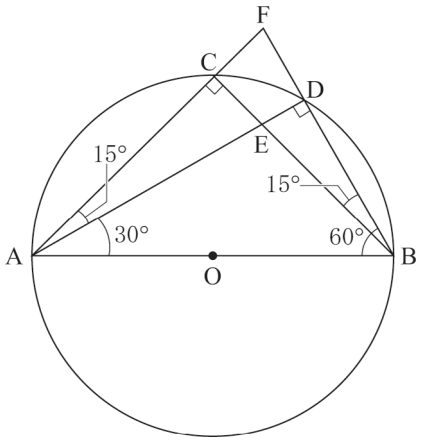
また，∠CBD＝∠ABD－∠CBA＝60°－45°＝15°である。

よって，△ACE と△BDE について，

∠ACB＝∠ADB＝90°，∠CAE＝∠DBE＝15°だから，

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ACE∽△BDE

図１



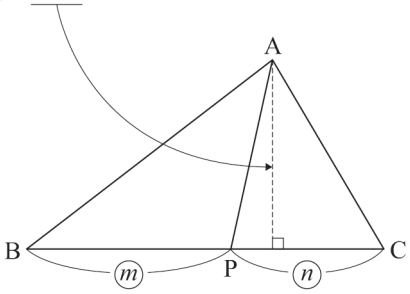
△ACB について，AC：AB＝1：$\sqrt{2}$ より，AC＝$\frac{\sqrt{2}}{2}$AB である。

△ABD について，BD：AB＝1：2 より，BD＝$\frac{1}{2}$AB である。したがって，△ACE と△BDE の相似比は，AC：BD＝$\frac{\sqrt{2}}{2}$AB：$\frac{1}{2}$AB＝$\sqrt{2}$ ：1 であり，相似な図形の面積比は相似比の 2 乗であるから，

△ACE と△BDE の面積比は，$(\sqrt{2})^2$：1^2＝2：1 である。

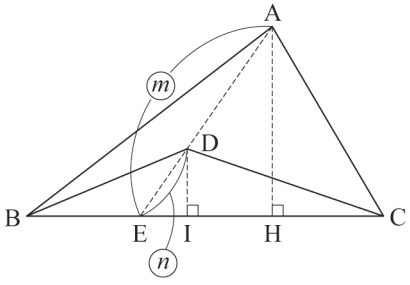
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

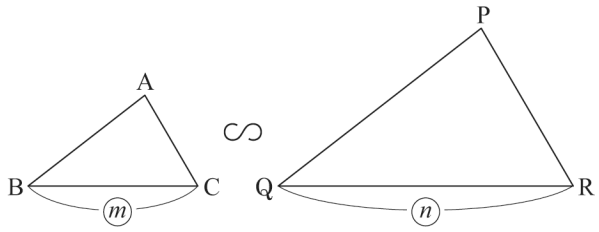
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

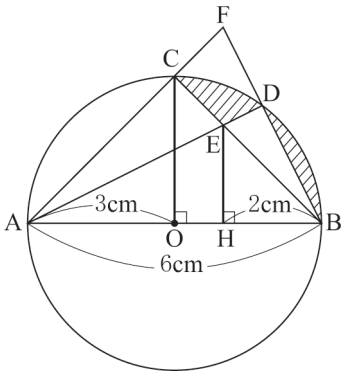
③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比が$m:n$のとき，
△ABC：△PQR＝$m^2:n^2$

問３　△ABF＝2△ABE，△ABF＝△ABE＋△ACE＋△BCF だから，△ABE＝△ACE＋△BCF である。**問１**より，△ACE と△BCF は合同なので，△ACE＝△BCF だから，$\triangle ACE=\frac{1}{2}\triangle ABE$ であり，$\triangle ABC=\triangle ACE+\triangle ABE=\frac{3}{2}\triangle ABE$ となる。

図２



点 E から線分 AB にひいた垂線と，線分 AB との交点を**図２**のように H とする。△ABC と△ABE の底辺をともに AB としたとき，△ABC の高さは $OC=OA=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)であり，

△ABE の高さは EH である。このとき，$\triangle ABC=\frac{3}{2}\triangle ABE$ より，△ABC と△ABE の面積比は 3：2 である。底辺 AB は共通だから，高さの比は，OC：EH＝3：2 となり，OC＝3cm より，EH＝2cm である。

このとき，△BEH は，∠BHE＝90°，∠EBH＝45°の直角二等辺三角形だから，BH＝EH＝2cm，$BE=\sqrt{2}\,BH=2\sqrt{2}$ (cm)

$AC=BC=\sqrt{2}\,OA=3\sqrt{2}$ (cm)なので，$CE=BC-BE=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)

△ACE は∠ACE＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，

$AE^2=AC^2+CE^2=(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=20$　　AE＞0 より，$AE=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)

△ACE と△BDE は相似であり，相似比は，$AE:BE=2\sqrt{5}:2\sqrt{2}=\sqrt{5}:\sqrt{2}$ なので，

面積比は，$(\sqrt{5})^2:(\sqrt{2})^2=5:2$ となり，$\triangle BDE=\frac{2}{5}\triangle ACE$

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times AC\times CE=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=3$(cm^2)だから，$\triangle BDE=\frac{2}{5}\times\triangle ACE=\frac{2}{5}\times 3=\frac{6}{5}$(cm^2)

(おうぎ形 OBC の面積)＝π×(半径)^2×$\frac{\text{中心角}}{360}$＝π×3^2×$\frac{90}{360}$＝$\frac{9}{4}$π(cm^2)

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times OC\times OB=\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}$(cm^2)

よって，(斜線部分の面積)＝(おうぎ形 OBC の面積)－△OBC－△BDE

$=\frac{9}{4}\pi-\frac{9}{2}-\frac{6}{5}=\frac{9}{4}\pi-\frac{57}{10}$(cm^2)

ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積)×$\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周)×$\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！

