# H27　山形県　公立　数学　問題

数-15-公-山形-問-01

**1**　次の問いに答えなさい。

**問１**　次の式を計算しなさい。

(1)　$3-(2-6)$

(2)　$-\frac{1}{5}+\frac{5}{6}\div\frac{5}{2}$

(3)　$6x^2\times(-3y)^2\div(-2xy)$

(4)　$\frac{21}{\sqrt{7}}-2\sqrt{28}$

**問２**　$x=-13$ のとき，$x^2+9x-36$　の値を求めなさい。求め方も書くこと。

**問３**　2 次方程式　$(x-3)(2x+5)=7x-18$　を解きなさい。解き方も書くこと。

**問４**　クラスの生徒 33 人全員がそれぞれ，クイズに取り組んだところ，クラス全員の得点の平均値は，12 点であった。**ア**～**ウ**のそれぞれについて，この結果からかならずいえるときは○，かならずいえるとは限らないときは×で答えなさい。

**ア**　得点が 12 点だった生徒の人数がもっとも多い。

**イ**　クラス全員の得点を合計すると 396 点である。

**ウ**　12 点より高い得点だった生徒の人数は 16 人である。

**問５　≪選択問題≫**

次の**Ⓐ～Ⓓの中から１つを選び**，その数量の関係を，不等式で表しなさい。なお，選んだものの記号を解答欄に書くこと。

Ⓐ　$a$ ページの本を毎日 10 ページずつ読んだが，$b$ 日間では全体の半分も読み終わらなかった。

Ⓑ　持っているお金 770 円で，1 個 $a$ 円のゼリー3 個と，1 個 $b$ 円のプリン 5 個が買える。

Ⓒ　折り紙を，大人 1 人に 2 枚配り，子ども $a$ 人に 4 枚ずつ配ると，$b$ 枚ではたりない。

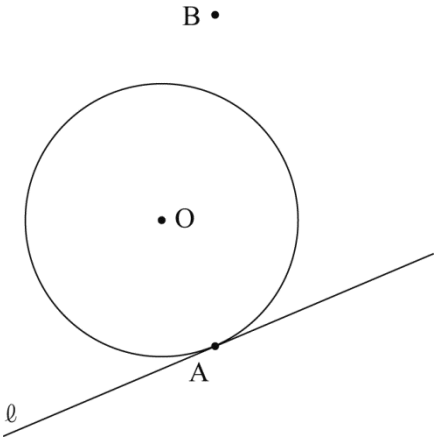
Ⓓ　重さが 500 kg をこえると動かなくなるエレベーターがある。体重 75 kg の人 1 人が，1 個 25 kg の荷物 $a$ 個とともに，このエレベーターに乗って移動することができた。

**問６**　あとの図のように，点 A を通る円 O と，円 O の外部の点 B があり，直線 $\ell$ は，点 A を接点とする円 O の接線である。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

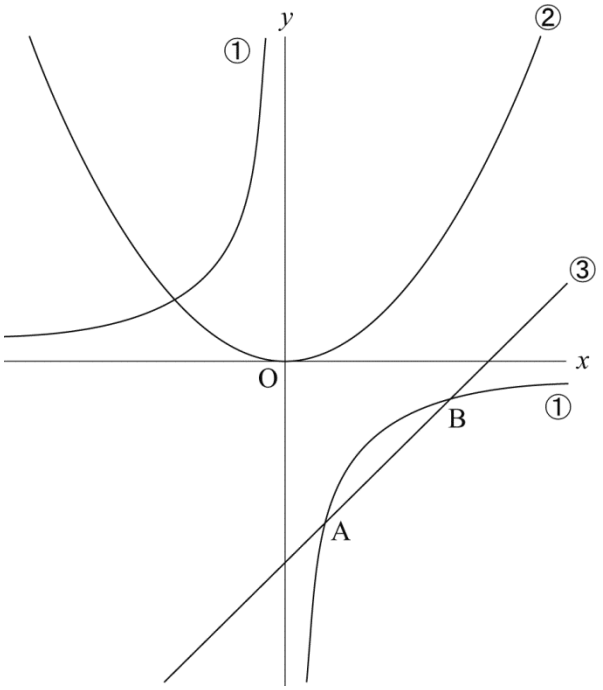
| |
|---|
| ①　点 P は，直線 $\ell$ と直線 AB から等しい距離にある。 |
| ②　円 O の円周上の点 P は，点 A とは異なる位置にあり，∠PAB の大きさは 45° より小さい。 |



**2** 次の問いに答えなさい。

**問１** 右の図において，①は関数 $y=-\frac{4}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，③は関数 $y=bx+c$ のグラフである。

①と③は 2 点 A，B で交わっていて，点 A，B の $x$ 座標はそれぞれ 1，4 である。このとき，次の問いに答えなさい。

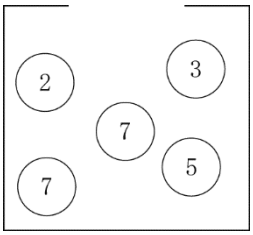



(1) 関数 $y=-\frac{4}{x}$ について，0 でない $x$ の値を 3 倍すると，対応する $y$ の値は何倍になるか，求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ と $y=bx+c$ について，$x$ の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が等しくなるとき，$a$ の値を求めなさい。

**問２** 下の図のように，箱の中に，数字の 2，3，5，7，7 をそれぞれ 1 つずつ書いた 5 個の玉が入っている。この箱から同時に 2 個の玉を取り出し，それぞれの玉に書かれている数の大きいほうから小さいほうをひいた値を $a$ とする。なお，書かれている数が等しい場合は $a=0$ とする。このとき，あとの問いに答えなさい。

ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。




(1) $a=0$ となる確率を求めなさい。

(2) $a$ の平方根が，無理数となる確率を求めなさい。

(3) この箱から同時に 2 個の玉を取り出し，$a$ の値を記録してから，取り出した玉を箱の中にもどすことを 3000 回くり返すとする。このとき，記録した 3000 個の $a$ のうち，$a$ の平方根が，無理数となるのはおよそ何個と考えられるか，求めなさい。

**問３**　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

男子生徒と女子生徒，合わせて 210 人の学校で，男子生徒を対象にしたアンケート用紙と，女子生徒を対象にしたアンケート用紙を，それぞれ人数分コピーすることになりました。この学校には，1 分間に 40 枚の紙をコピーすることができるコピー機 A と，1 分間に 36 枚の紙をコピーすることができるコピー機 B の 2 台があります。

男子生徒の分はコピー機 A を使い，女子生徒の分はコピー機 B を使いました。コピー機 B は，コピー機 A が動き出してから，30 秒後に動き出しましたが，2 台とも同時にコピーが終了しました。男子生徒の人数は何人ですか。

ただし，コピー機 A，B はそれぞれ，動き出してから一定の速さでコピーし続けるものとします。

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 男子生徒の人数を求めなさい。

**3** 点を動かしたときにできる図形の体積や面積について，それぞれの問いに答えなさい。

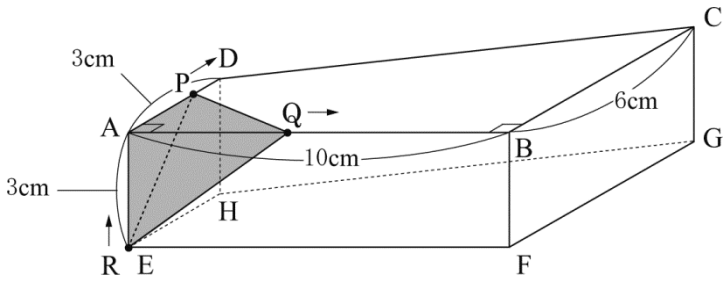
【図形の体積について】

**図１**の四角柱 ABCD－EFGH において，底面の四角形 ABCD は，∠DAB＝∠ABC＝90° の台形であり，DA＝3 cm，AB＝10 cm，BC＝6 cm である。また，AE＝3 cm であり，すべての側面は長方形である。

点 P は，A を出発し，毎秒 1 cm の速さで，辺 AD 上を動き，D に到着したところで停止する。点 Q は，点 P と同時に A を出発し，毎秒 2 cm の速さで，辺 AB，BC の順に辺上を動き，C に到着したところで停止する。点 R は，最初 E の位置にあり，点 Q が B に到着すると同時に，E を出発し，毎秒 1 cm の速さで，辺 EA 上を動き，A に到着したところで停止する。

点 P が，A を出発してから $x$ 秒後の三角すい APRQ の体積を $y$ cm³ とする。

**図１**




**問１**　点 P，Q，R が，すべて停止するまでの $x$ と $y$ の関係を表にかきだしたところ，**表１**のようになった。次の問いに答えなさい。

**表１**

| $x$ | 0 | … | 3 | … | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | … | 9 | … | 0 |

(1) $x$=2 のときの $y$ の値を求めなさい。

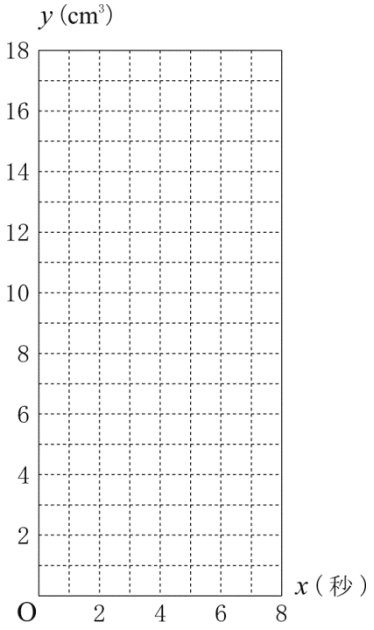
(2) **表２**は，点 P，Q，R が，すべて停止するまでの $x$ と $y$ の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの $x$ と $y$ の関係を表すグラフを，**図２**にかきなさい。

**表２**

| $x$ の変域 | 式 |
|---|---|
| $0 \leqq x \leqq 3$ | $y =$ ［イ］ |
| $3 \leqq x \leqq$ ［ア］ | $y =$ ［ウ］ |
| ［ア］ $\leqq x \leqq 8$ | $y = -5x+40$ |

**図２**



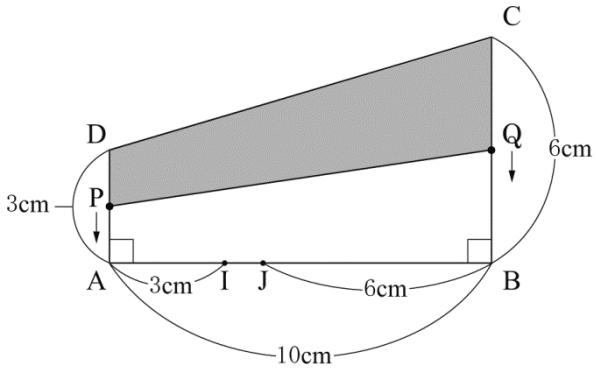
【図形の面積について】

**図３**において，四角形 ABCD は，**図１**の四角柱 ABCD－EFGH の底面である。点 I，J は辺 AB 上にあって，AI＝3 cm，J B＝6 cm である。

点 P は，D を出発し，毎秒 1 cm の速さで，線分 DA 上を動き，A に到着したところで 3 秒間停止する。その後，毎秒 1 cm の速さで，線分 AI 上を動き，I に到着したところで停止する。点 Q は，点 P と同時に C を出発し，毎秒 2 cm の速さで，線分 CB，BJ の順に線分上を動き，J に到着したところで停止する。

点 P が，D を出発してから $x$ 秒後の四角形 PQCD の面積を $y$ cm$^2$ とする。

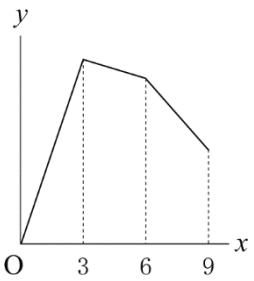
**図３**



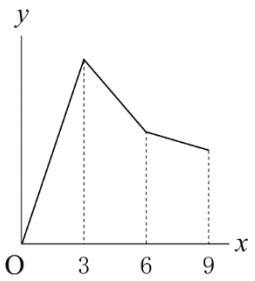

**問２**　このとき，$x$ と $y$ の関係を表す最も適切なグラフの形を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ただし，$x$ の変域は $0 \leqq x \leqq 9$ とする。

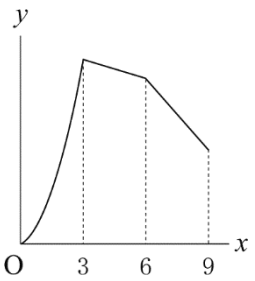
**ア**



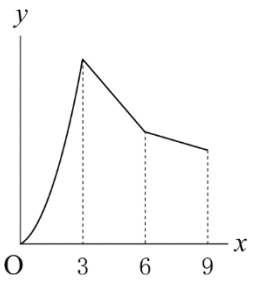

**イ**




**ウ**

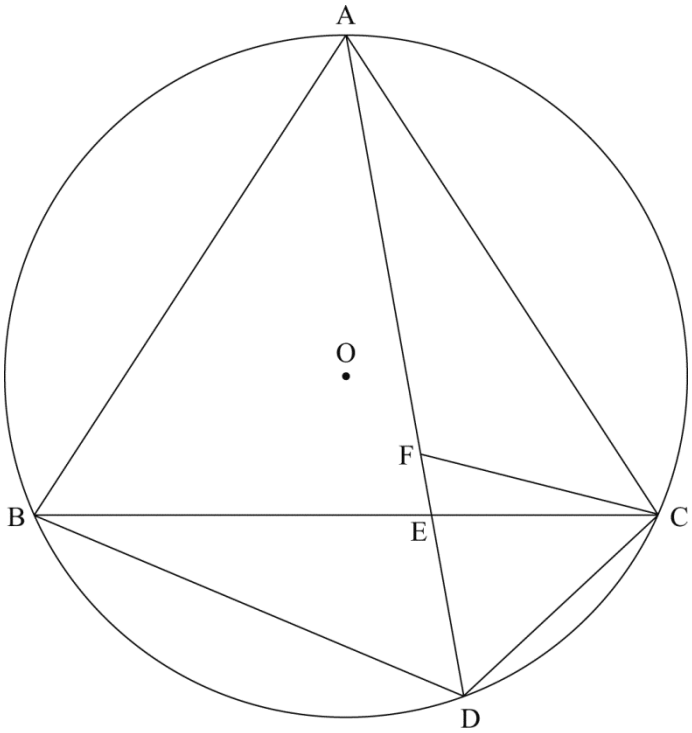



**エ**



数-15-公-山形-問-04

**4** 下の図のように，△ABC は，頂点 A，B，C が，円 O の円周上にあり，∠ABC＝∠ACB である。点 D を，線分 BC について点 A と反対側の円周上にとり，線分 AD と線分 BC との交点を E とする。点 B と D，点 C と D をそれぞれ結び，線分 AD 上に，CF＝DF となるように点 F をとる。この図において，あとの問いに答えなさい。

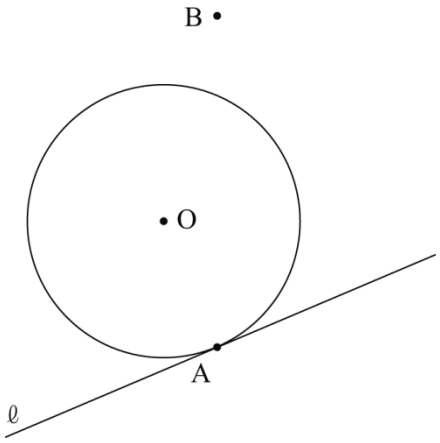


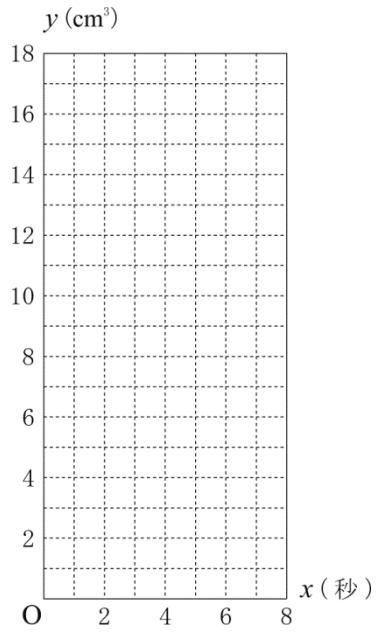

**問１**　下線部について，点 F を作図する手順を，**交点**という言葉を 2 回以上，**円**という言葉を 1 回以上用いて説明しなさい。

**問２**　△AFC∽△BDC であることを証明しなさい。

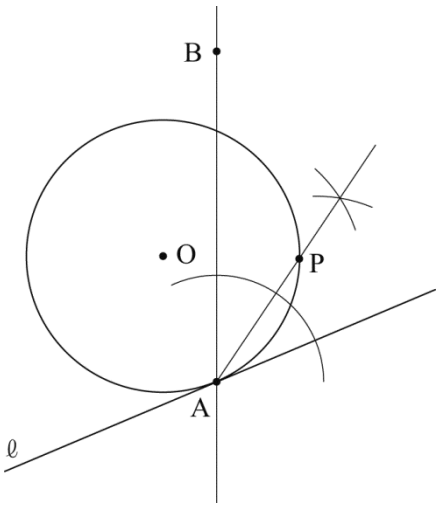
**問３**　円 O の半径が 5 cm, 辺 BC を底辺としたときの△ABC の高さが 7 cm であるとき, △AFC と△BDC の面積の比を求めなさい。

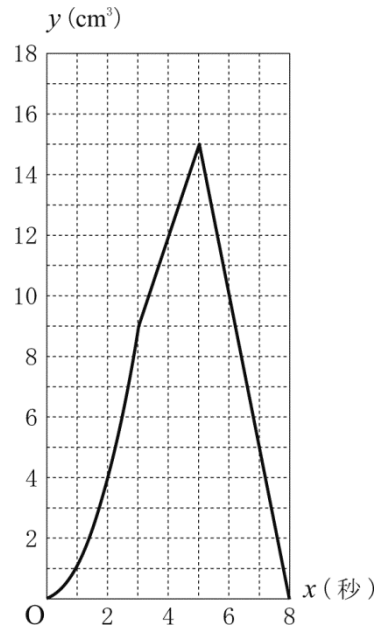
# 数学　解答用紙

| | 問題番号 | | 解答 | | 配点 | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数−15−公−山形−XY−01 | 1 | 問1 | (1) | | | |
| | | | (2) | | | |
| | | | (3) | | | |
| | | | (4) | | | |
| | | 問2 | 答 | | | |
| | | 問3 | $(x-3)(2x+5)=7x-18$<br>答 | | | |
| | | 問4 | ア | | イ | | ウ | |
| | | 問5 | ≪選択問題≫　選んだものの記号（　　） | | | |
| | | | | | | |
| | | 問6 |  | | | |

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="8">数-15-公-□形-KY-02</td><td rowspan="8">2</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>倍</td><td rowspan="8"></td><td rowspan="8"></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問２</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>およそ　　個</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>人</td></tr>
<tr><td rowspan="4">数-15-公-□形-KY-03</td><td rowspan="4">3</td><td rowspan="3">問１</td><td>(1)</td><td></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>ア　　イ　　ウ<br>図２<br>  <br></td></tr>
<tr><td>問２</td><td></td></tr>
</table>

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数−I5−公−口形−KY−04 | 4 | 問１ | 〔手順〕 | | |
| | | 問２ | 〔証明〕 | | |
| | | 問３ | : | | |

| 問題番号 | | 解答 | | 配点 | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 問1 | (1) | 7 | 31 | |
| | | (2) | $\frac{2}{15}$ | | |
| | | (3) | $-27xy$ | | |
| | | (4) | $-\sqrt{7}$ | | |
| | 問2 | (求め方は略。)　16 | | | |
| | 問3 | (解き方は略。)　$x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{2}$ | | | |
| | 問4 | ア　×　イ　○　ウ　× | | | |
| | 問5 | ≪選択問題≫　選んだものの記号 (　　) | | | |
| | | Ⓐ (例)　$10b<\frac{a}{2}$<br>Ⓑ (例)　$3a+5b\leqq 770$<br>Ⓒ (例)　$2+4a>b$<br>Ⓓ (例)　$75+25a\leqq 500$ | | | |
| | 問6 | (作図例)<br>  <br> | | | |

| | 問題番号 | | | 解　　答 | 配点 | 備　考 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数-15-公-山形-K-02 | 2 | 問１ | (1) | $\frac{1}{3}$　(倍) | 29 | |
| | | | (2) | $\frac{1}{5}$ | | |
| | | 問２ | (1) | $\frac{1}{10}$ | | |
| | | | (2) | $\frac{3}{5}$ | | |
| | | | (3) | (およそ)　1800　(個) | | |
| | | 問３ | (1) | (例)<br>男子生徒の人数を $x$ 人とする。<br>$\frac{60}{40}x=30+\frac{60}{36}(210-x)$<br><br>(例)<br>男子生徒の人数を $x$ 人，女子生徒の人数を $y$ 人とする。<br>$\begin{cases} x+y=210 \\ \frac{x}{40}=\frac{1}{2}+\frac{y}{36} \end{cases}$ | | |
| | | | (2) | 120　(人) | | |
| 数-15-公-山形-K-03 | 3 | 問１ | (1) | 4 | 20 | |
| | | | (2) | ア　5　イ　$x^2$　ウ　$3x$<br>図２<br>  | | |
| | | 問２ | | イ | | |

| | 問題番号 | | 解　　答 | 配点 | 備　　考 |
|---|---|---|---|---|---|
| 数−15−公−図形−K−04 | 4 | 問１ | 〔手順〕<br>(例)<br>点 C, D をそれぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この 2 円の交点を P，Q とする。直線 PQ をひき，線分 AD との交点を F とする。 | 20 | 受検者の多様な考えを積極的に評価すること。 |
| | | 問２ | 〔証明〕<br>(例)<br>△AFC と△BDC において<br>弧 CD に対する円周角は等しいから<br>∠CAF＝∠CBD　……①<br>仮定より，∠ACB＝∠ABC<br>弧 AC に対する円周角は等しいから<br>∠ABC＝∠FDC<br>よって，∠ACB＝∠FDC　……②<br>また，仮定より，△FDC は FD＝FC の二等辺三角形だから<br>∠FDC＝∠FCD　……③<br>②，③より，∠ACB＝∠FCD　……④<br>④より，∠ACF＝∠ACB－∠FCB<br>＝∠FCD－∠FCB＝∠BCD<br>ゆえに，∠ACF＝∠BCD　……⑤<br>①，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいので<br>△AFC∽△BDC | | |
| | | 問３ | 5 : 6 | | |

〔注意〕１　各小問の配点については，各学校で適正な基準を設けること。

２　この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校の判断によるものとする。

数-15-公-山形-KS-01

**1**　**問1**　(1)　$3-(2-6)=3-(-4)=3+4=7$

(2)　$-\frac{1}{5}+\frac{5}{6}\div\frac{5}{2}=-\frac{1}{5}+\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}=-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=-\frac{3}{15}+\frac{5}{15}=\frac{2}{15}$

(3)　$6x^2\times(-3y)^2\div(-2xy)=6x^2\times9y^2\div(-2xy)=-\frac{6x^2\times9y^2}{2xy}=-27xy$

(4)　$\frac{21}{\sqrt{7}}-2\sqrt{28}=3\sqrt{7}-4\sqrt{7}=-\sqrt{7}$

**問2**　$x^2+9x-36=(x+12)(x-3)$　この式に，$x=-13$ を代入して，$(-13+12)\times(-13-3)=(-1)\times(-16)=16$

**問3**　$(x-3)(2x+5)=7x-18$　$2x^2+5x-6x-15-7x+18=0$　$2x^2-8x+3=0$

解の公式を利用して，$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times2\times3}}{2\times2}=\frac{8\pm2\sqrt{10}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{2}$

**問4**　(平均値)=(全員の得点の合計)÷(人数)より，得点の合計は，(平均値)×(人数)$=12\times33=396$(点)
よって，**イ**はかならずいえる。また，**ア**，**ウ**は平均値からはわからないので，かならずいえるとは限らない。

**問5**　Ⓐ　(読んだページ数)<(全体の半分)より，$10b<\frac{a}{2}$

Ⓑ　(ゼリーとプリンの代金)≦(持っているお金)より，$3a+5b\leqq770$

Ⓒ　(大人と子どもに配る枚数)>($b$ 枚) より，$2+4a>b$

Ⓓ　(人と荷物の重さの合計)≦(500kg) より，$75+25a\leqq500$

**問6**　①より，点 P は直線 $\ell$ と直線 AB のつくる角の二等分線上にある。②より，直線 $\ell$ と直線 AB のつくる角が 90° より小さい方の角の二等分線をひく。円周との交点のうち A 以外の点を P とする。

数-15-公-山形-KS-02

**2**　**問1**　(1)　$y=-\frac{4}{x}$ について，$y$ は $x$ に反比例するので，$x$ の値が 3 倍すると，$y$ の値は $\frac{1}{3}$ 倍になる。

(2)　点 A は $y=-\frac{4}{x}$ 上の点で，$x$ 座標が 1 より，$y=-\frac{4}{1}=-4$　よって，A(1，−4)

点 B も $y=-\frac{4}{x}$ 上の点で，$x$ 座標が 4 より，$y=-\frac{4}{4}=-1$　よって，B(4，−1)

$y=bx+c$ が点 A を通ることより，$-4=b+c$…①　また，点 B も通るので，$-1=4b+c$…②

①，②を連立方程式として解くと，$b=1$，$c=-5$　よって，この直線の式は $y=x-5$

$y=ax^2$ において，$x$ の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は，$\frac{16a-a}{4-1}=5a$

この値が $y=x-5$ における変化の割合 1 と等しいので，$5a=1$　$a=\frac{1}{5}$

**問2**　(1) 5 つの玉を 2，3，5，7A，7B とする。2 つの玉の取り出し方は，(2，3)，(2，5)，(2，7A)，(2，7B)，(3，5)，(3，7A)，(3，7B)，(5，7A)，(5，7B)，(7A，7B)の 10 通り。そのうち，$a=0$ となるのは，(7A，7B) を取り出す 1 通りだから，求める確率は $\frac{1}{10}$

(2) $a$ の平方根が無理数になるのは，$a=\sqrt{3}$ になる (2，5) のときと，$a=\sqrt{2}$ になる(3，5)，(5，7A)，(5，7B) のときと，$a=\sqrt{5}$ になる(2，7A)，(2，7B) のときの 6 通り。よって，求める確率は，
$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

(3) 3000 個の $a$ のうち，$a$ の平方根が無理数になるのは，$3000\times\frac{3}{5}=1800$ より，およそ 1800 個と推測できる。

**問３**　(1) 一次方程式を利用する場合：男子生徒を $x$ 人とすると，女子生徒は $210-x$(人)と表せる。(コピー機 A が動いている時間)と(30 秒＋コピー機 B が動いている時間)が等しいので，単位を秒で考えると，$\frac{60}{40}x=30+\frac{60}{36}(210-x)$…①

連立方程式を利用する場合：男子生徒を $x$ 人，女子生徒を $y$ 人とすると，男女合わせて 210 人より，$x+y=210$…②　(コピー機 A が動いている時間)と(30 秒＋コピー機 B が動いている時間)が等しいので，単位を分で考えると，$\frac{x}{40}=\frac{1}{2}+\frac{y}{36}$…③　②，③が求める連立方程式である。

(2) ①を解くと，$x=120$ より，男子生徒は 120 人　②，③の連立方程式を解くと，$x=120$，$y=90$ より，男子生徒は 120 人。

数-15-公-山形-KS-03

**3**　**問１**　(1)　$x=2$ のとき，P は AD 上にあり，AP＝2 cm　Q は AB 上にあり，AQ＝2×2＝4(cm)　R は点 E にあり，AR＝3 cm　よって，三角すい APRQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times4\times3=4(\text{cm}^3)$　となり，$y=4$

(2) 点 P は，$0\leqq x\leqq3$ のとき AD 上を移動し，$3\leqq x$ のとき点 D にある。点 Q は $0\leqq x\leqq5$ のとき AB 上にあり，$5\leqq x\leqq8$ のとき BC 上，$8\leqq x$ のとき点 C にある。点 R は $0\leqq x\leqq5$ のとき点 E にあり，$5\leqq x\leqq8$ のとき EA 上にある。よって，$0\leqq x\leqq3$ のとき，AP＝$x$ cm，AQ＝$2x$ cm，AR＝3 cm だから，三角すい APRQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x\times2x\times3=x^2$ となり式は，$y=x^2$　$3\leqq x\leqq5$ のとき，AP＝3 cm，AQ＝$2x$ cm，AR＝3 cm だから，三角すい APRQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times2x\times3=3x$ となり式は，$y=3x$　$5\leqq x\leqq8$ のとき，AP＝3 cm，Q は BC 上にあるので，Q から AD にひいた垂線の長さは 10 cm，AR＝$3-(x-5)=8-x$ (cm)　よって，三角すい APRQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times10\times(8-x)=40-5x$ となり式は，$y=-5x+40$

**問２**　$0\leqq x\leqq3$ のとき，P は DA 上にあり，DP＝$x$ cm，Q は CB 上にあり CQ＝$2x$ cm　四角形 PQCD の面積は，$\frac{1}{2}(x+2x)\times10=15x$　よって，$y=15x$　$3\leqq x\leqq6$ のとき，P は A，Q は BJ 上にある。このとき，四角形 PQCD の面積は，台形 ABCD から△CBQ の面積をひいたもの。QB＝$2x-6$ (cm) だから，$\frac{1}{2}(3+6)\times10-\frac{1}{2}\times(2x-6)\times6=45-6x+18=-6x+63$　よって，$y=-6x+63$　$6\leqq x\leqq9$ のとき，P は AI 上，Q は点 J にある。このとき，四角形 PQCD の面積は台形 ABCD から△DAP と△CBQ の面積をひいたもの。AP＝$x-3-3=x-6$ (cm)だから，$\frac{1}{2}\times(3+6)\times10-\frac{1}{2}\times(x-6)\times3-\frac{1}{2}\times6\times6=-\frac{3}{2}x+36$　$y=-\frac{3}{2}x+36$　これより，グラフは**イ**。

数-15-公-山形-KS-04

**4**　**問１**　CF＝DF より，F は CD の垂直二等分線上にある。また，F は AD 上にあるので，CD の垂直二等分線と AD の交点である。これより，作図を説明する。

**問２**　△AFC と△BDC において，円周角の定理や二等辺三角形の性質を用いて 2 組の角がそれぞれ等しいことを示し，相似を導く。

**問３**　∠ABC＝∠ACB より，AB＝AC　よって，△ABC は二等辺三角形だから，A から BC に垂線をひき，交点を H とすると，AH は円の中心 O を通り，BH＝CH となる。△OBH において，∠OHB＝90°，OB＝5 cm，OH＝7－5＝2(cm)より，三平方の定理から，BH＝$\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ (cm)　また，△ABH において，∠AHB＝90°，AH＝7 cm，BH＝$\sqrt{21}$ cm より，AB＝$\sqrt{7^2+\left(\sqrt{21}\right)^2}=\sqrt{70}$ (cm)　よって，AC＝$\sqrt{70}$ cm，BC＝$2\sqrt{21}$ cm　△AFC と△BDC の相似比が $\sqrt{70}:2\sqrt{21}=\sqrt{70}:\sqrt{84}=\sqrt{5}:\sqrt{6}$ より，面積比は，$(\sqrt{5})^2:(\sqrt{6})^2=5:6$