H28　山形県　公立　数学　問題

数-16-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$-5-(-9)-1$

(2)　$-\dfrac{8}{9}\div\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{6}$

(3)　$(-8ab+12b^2)\div 2b$

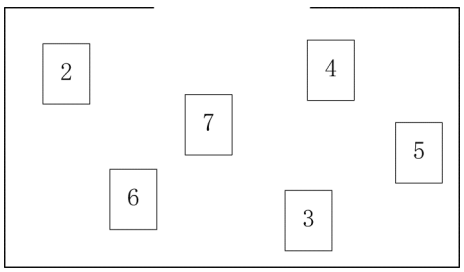
(4)　$(2-\sqrt{3}\,)^2+\sqrt{12}$

問２　$x=\dfrac{5}{2}$，$y=\dfrac{3}{2}$ のとき，$x^2-10xy+25y^2$　の値を求めなさい。求め方も書くこと。

問３　２次方程式　$(3x-7)(x+2)=5x-11$　を解きなさい。解き方も書くこと。

問４　下の図のように，箱の中に，２から７までの数字を１つずつ書いた６枚のカードが入っている。この箱から同時に２枚のカードを取り出すとき，取り出した２枚のカードに書かれた数の積が４の倍数にならない確率を求めなさい。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　≪選択問題≫

次のⒶ, Ⓑの問題のうち**どちらか１つを選び**, 答えなさい。なお, 選んだ記号を解答欄に書くこと。

Ⓐ　同じ大きさの小豆が入った袋がある。この袋から取り出した 200 粒の小豆に，印をつけて袋にもどし，よくかき混ぜた。そこから小豆を無作為に取り出したところ，160 粒あり，その中に印をつけた小豆が 10 粒混じっていた。はじめに袋に入っていた小豆はおよそ何粒と考えられるか，求めなさい。

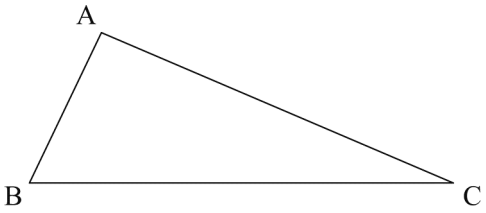
Ⓑ　同じクリップが入った箱がある。この箱からクリップ 50 g を取り出し，数えたところ，120 個だった。取り出したクリップを箱にもどし，全体の重さをはかったところ，箱の重さをひいたクリップの重さは 1 kg だった。はじめに箱に入っていたクリップはおよそ何個と考えられるか，求めなさい。

問６　あとの図のように，∠ABC の大きさは 90° より小さく，辺 AC の長さが辺 AB の長さよりも長い△ABC がある。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

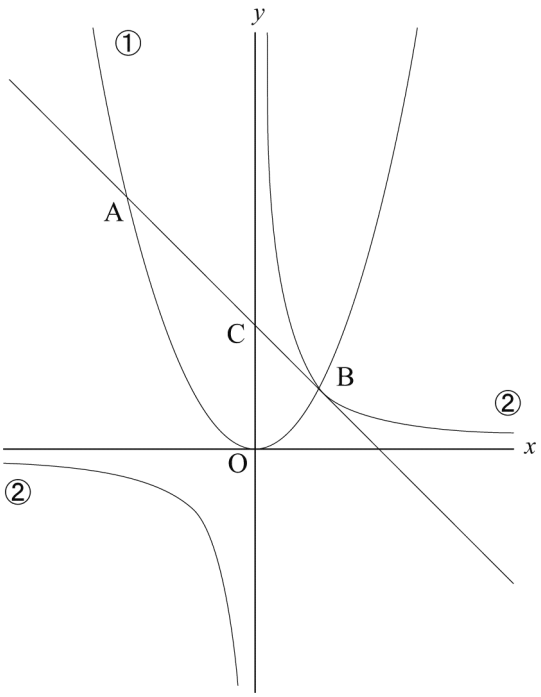
①　線分 AP の長さは，辺 AB の長さと等しい。
②　∠APC＝90° であり，線分 AP は辺 BC と交わらない。



2 次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフである。

①と②は点 B で交わっていて，点 B の x 座標は 3 である。また，①のグラフ上に x 座標が -6 である点 A をとり，直線 AB と y 軸との交点を C とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) ②のグラフ上に x 座標が負である点 P をとる。△OAB と△OCP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。

問２　**図１**は，正三角柱を見取図と投影図に表したものである。また，**図２**は，体積が $360\ \mathrm{cm}^3$ の直方体から，この直方体の３つの頂点を通る平面で三角すいを切り取った立体を，見取図に表したものである。あとの問いに答えなさい。

図１

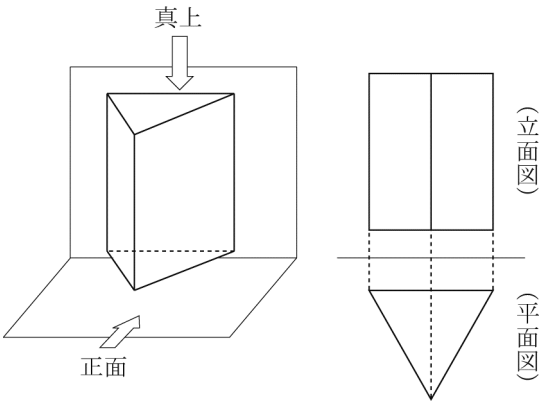
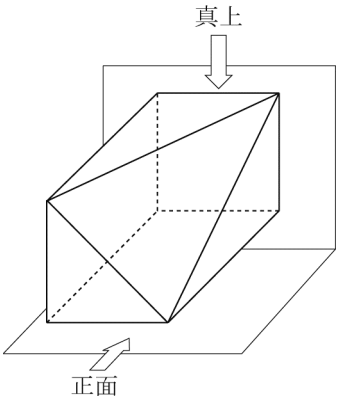
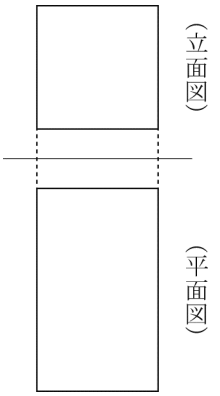


図２



(1)　**図２**の立体の投影図を，**図３**に実線をかき入れて完成させなさい。

図３



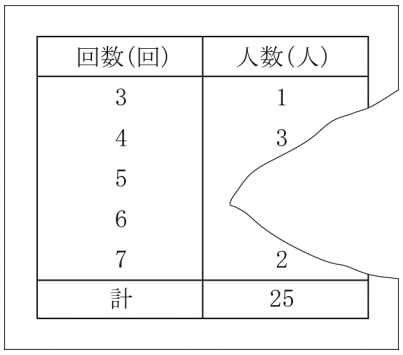
(2)　**図２**の立体の体積を求めなさい。

問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

バスケットボール部員 25 人が，フリースローを，それぞれ 10 回ずつ行いました。マネージャーの美咲さんが，ボールが入った回数と人数を表にまとめ，回数の平均値を求めたところ，5.4 回でした。

あとで，かばんにしまっておいた表を取り出したところ，下の図のように一部が破れ，回数が 5 回と 6 回の人数がわからなくなってしまいました。回数が 6 回の人数は何人ですか。



回数(回)	人数(人)
3	1
4	3
5	
6	
7	2
計	25

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

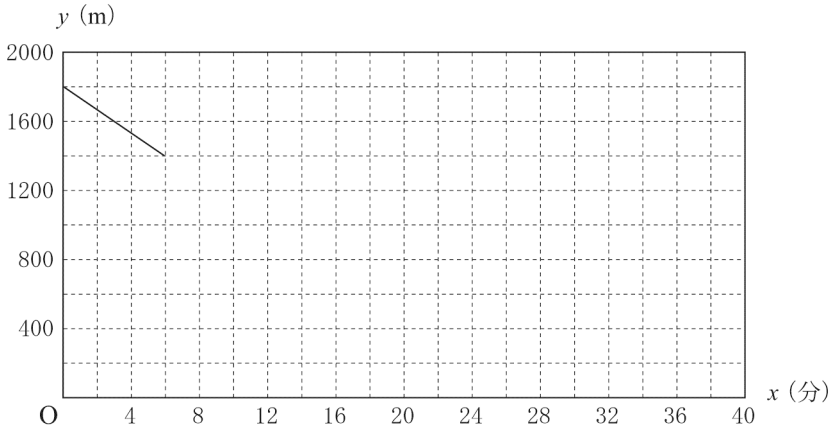
(2) 回数が 6 回の人数を求めなさい。

3 大樹さんは，家からの道のりが 1800 m である学校に通学している。ある日の放課後，大樹さんは午後 4 時に学校を出発し，家に向かって 6 分間歩いたところで，学校に本を置き忘れてきたことに気づき，毎分 100 m の速さで学校に逆もどりした。学校に着いてから 2 分後に，再び学校を出て一定の速さで進み，午後 4 時 36 分に家に到着した。次の問いに答えなさい。

問 1 午後 4 時から x 分後の，家から大樹さんまでの道のりを y m とする。大樹さんが学校に本を置き忘れてきたことに気づくまでの x と y の関係をグラフに表したところ，**図 1** のようになった。あとの問いに答えなさい。

ただし，大樹さんが学校にいる間は，大樹さんの移動は考えないものとする。

図 1



(1) **図 1** のグラフから読み取れることをもとに，大樹さんがもどり始めてから学校に着くまでにかかった時間を求める方法を説明しなさい。

(2) 下の**表**は，大樹さんが学校にもどり始めてから家に到着するまでの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［エ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図 1** にかき加えなさい。

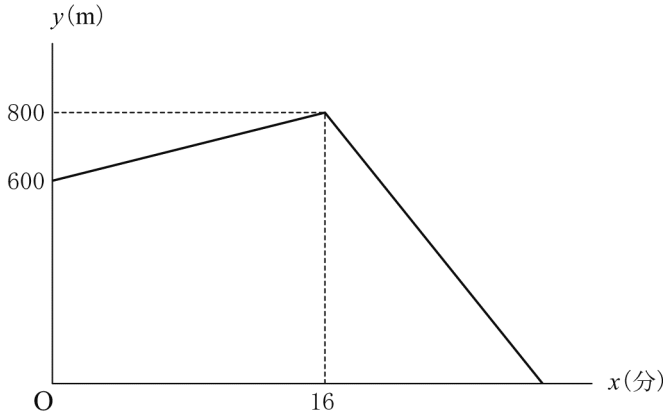
表

x の変域	式
$6 \leqq x \leqq$ ［ア］	$y = 100x +$ ［ウ］
［ア］ $\leqq x \leqq$ ［イ］	$y = 1800$
［イ］ $\leqq x \leqq 36$	$y =$ ［エ］

問２　弟の拓海さんは，大樹さんと同じ学校に同じ道を通って通学している。拓海さんは，大樹さんが再び学校を出てしばらくしてから，家に向かって学校を出発し，一定の速さで進んだ。**図２**は，拓海さんが学校を出発してから x 分後の，拓海さんから大樹さんまでの道のりを y m として，拓海さんが家に到着するまでの x と y の関係をグラフに表したものである。

ただし，大樹さんが家に到着してからの，大樹さんの移動は考えないものとする。

図２



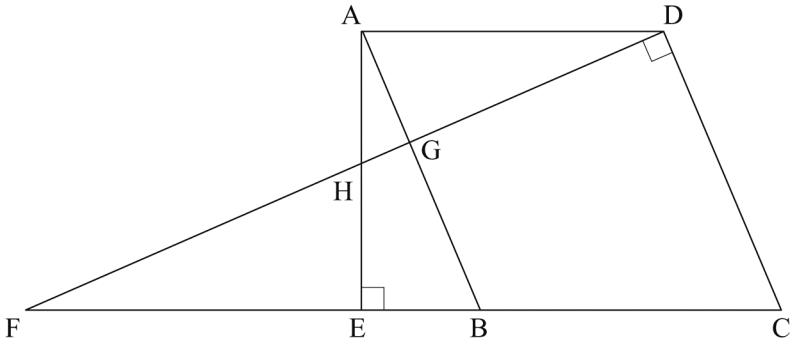
次は，**図２**のグラフからわかることや求められることを表したものである。［ オ ］～［ キ ］にあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

・拓海さんが学校を出発してから［ オ ］分後に，大樹さんが家に到着した。
・拓海さんが家に到着したのは，大樹さんが家に到着してから［ カ ］分［ キ ］秒後である。

数-16-公-山形-問-04

4　**図１**のように，1 辺の長さが 4 cm のひし形 ABCD があり，∠ABC の大きさは 90° より大きいものとする。線分 BC を B のほうへ延長した線上に，∠AEB＝90°，∠CDF＝90° となる点 E，F をとる。また，直線 DF と直線 AB，AE との交点をそれぞれ G，H とする。このとき，あとの問いに答えなさい。

図１

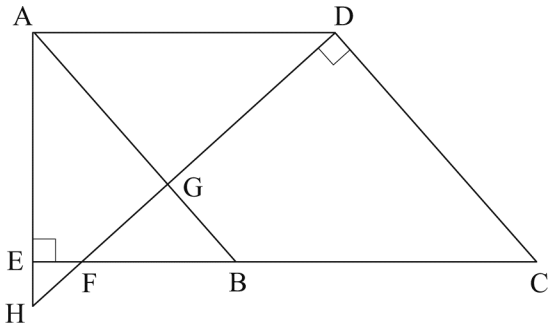


問１　CF＝10 cm であるとき，DF の長さを求めなさい。

問２　AG＝BE であることを証明しなさい。

問３　**図２**は，**図１**のひし形 ABCD の内角の大きさを変え，点 F を線分 BE 上にとったときのものである。CF＝6 cm であるとき，あとの問いに答えなさい。

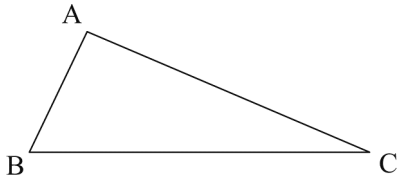
図２

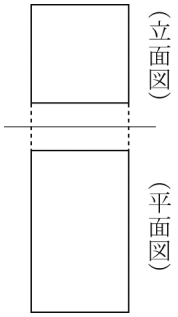


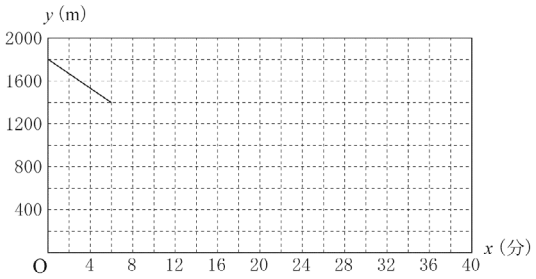
(1) EF の長さを求めなさい。

(2) 台形 AEFD と△CDF の面積の比を求めなさい。

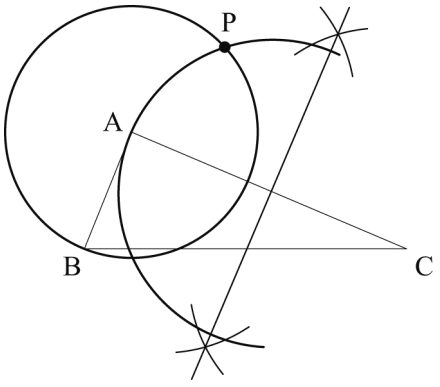
数学　解答用紙

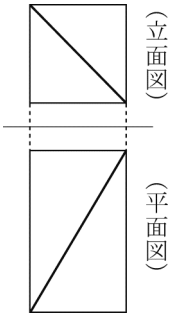
	問題番号		解答		配点	備考
数－16－公－山形－XY－01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	答			
		問３	$(3x-7)(x+2)=5x-11$ 答			
		問４				
		問５	≪選択問題≫　選んだ記号（　　）			
		問６				

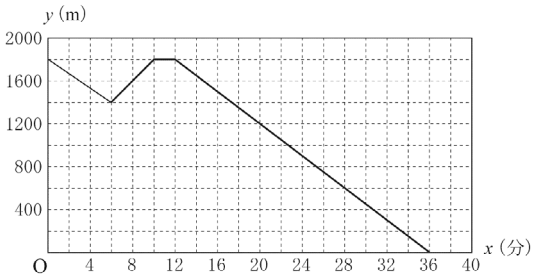
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-山形-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)	図３  		
			(2)	cm^3		
		問３	(1)			
			(2)	人		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数−16−公−山形−KY−03</td><td rowspan="6">3</td><td rowspan="4">問１</td><td>(1)</td><td colspan="5">〔方法〕</td><td rowspan="6"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="5">図１

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>オ</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>カ</td><td colspan="2"></td><td>キ</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−16−公−山形−KY−04	4	問１		cm		
		問２	〔証明〕			
		問３	(1)	cm		
			(2)	:		

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−山形−K−01	1	問1	(1)	3	32	
			(2)	$-\frac{1}{2}$		
			(3)	$-4a+6b$		
			(4)	$7-2\sqrt{3}$		
		問2	(求め方は略。) 答　25			
		問3	$(3x-7)(x+2)=5x-11$ (解き方は略。) 答　$x=1\pm\sqrt{2}$			
		問4	$\frac{3}{5}$			
		問5	≪選択問題≫　選んだ記号（　）			
			Ⓐ (およそ) 3200 (粒) Ⓑ (およそ) 2400 (個)			
		問6	(作図例)  			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-16-公-山形-K-02	2	問１	(1)	$0 \leqq y \leqq 12$	25	
			(2)	$(-9,\ -1)$		
		問２	(1)	図３  		
			(2)	300　(cm^3)		
		問３	(1)	(例)　回数が 6 回の人数を x 人とする。 $3\times1+4\times3+5(19-x)+6x+7\times2=5.4\times25$ (例)　回数が 5 回，6 回の人数をそれぞれ x 人，y 人とする。 $\begin{cases}3\times1+4\times3+5x+6y+7\times2=5.4\times25\\1+3+x+y+2=25\end{cases}$		
			(2)	11　(人)		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数-16-公-山形-K-03</td><td rowspan="6">3</td><td rowspan="4">問１</td><td>(1)</td><td colspan="6">〔方法〕
(例)
大樹さんが逆もどりする道のりは 400 m だから，400 m を毎分 100 m の速さでわる。</td><td rowspan="6">23</td><td rowspan="5">(1) 受検者の多様な表現を積極的に評価すること。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td>ア</td><td>10</td><td>イ</td><td>12</td><td>ウ</td><td>800</td></tr>
<tr><td>エ</td><td colspan="5">$-75x+2700$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="5">図１

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>オ</td><td colspan="5">16</td></tr>
<tr><td>カ</td><td colspan="2">12</td><td>キ</td><td colspan="2">48</td><td>カ，キは両方できて正答とする。</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-立形-K-04	4	問１	$2\sqrt{21}$　(cm)		20	
		問２	〔証明〕 (例) △AGD と△BEA において CD // BA で，錯角は等しいから ∠CDG＝∠AGD＝90°……① ①より，∠AGD＝∠BEA＝90°……② AD // EB で，錯角は等しいから ∠GAD＝∠EBA……③ 四角形 ABCD はひし形であるから AD＝BA……④ ②，③，④より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので △AGD≡△BEA よって，AG＝BE			
		問３	(1)	$\frac{2}{3}$　(cm)		
			(2)	7 : 9		

〔注意〕１　各小問の配点については，各学校で適正な基準を設けること。

２　この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校の判断によるものとする。

数-16-公-山形-KS-01

1　**問1**　(1)　$-5-(-9)-1=-5+9-1=3$

(2)　$-\frac{8}{9}\div\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=-\frac{8}{9}\times\frac{3}{2}+\frac{5}{6}=-\frac{4}{3}+\frac{5}{6}=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}$

(3)　$(-8ab+12b^2)\div 2b=-\frac{8ab}{2b}+\frac{12b^2}{2b}=-4a+6b$

(4)　$(2-\sqrt{3})^2+\sqrt{12}=2^2-2\times 2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}=4-4\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}=7-2\sqrt{3}$

問2　因数分解してから，x，y の値を代入する。

$x^2-10xy+25y^2=(x-5y)^2=\left(\frac{5}{2}-5\times\frac{3}{2}\right)^2=(-5)^2=25$

問3　$(3x-7)(x+2)=5x-11$ の左辺を展開して，

$3x^2+6x-7x-14=5x-11$，$3x^2-6x-3=0$

両辺を 3 でわって，$x^2-2x-1=0$　解の公式より

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 1\times(-1)}}{2\times 1}=\frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\frac{2\pm 2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

問4　2 枚のカードの取り出し方は，全部で

2－3，2－4，2－5，2－6，2－7

3－4，3－5，3－6，3－7

4－5，4－6，4－7

5－6，5－7

6－7

の 15 通りある。このうち，2 数の積が 4 の倍数になるのは，

2－4，2－6，3－4，4－5，4－6，4－7

の 6 通りあるから，求める確率は

$1-\frac{6}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

問5　Ⓐ　はじめに袋に入っていた小豆をおよそ x 粒とすると，

$x:200=160:10$ より，$x=\frac{200\times 160}{10}=3200$ (粒)

Ⓑ　はじめに箱に入っていたクリップをおよそ x 個とすると，

$x:1000=120:50$ より，$x=\frac{1000\times 120}{50}=2400$ (個)

問6　条件①から，点 A を中心に半径 AB の円周上に点 P はある。

条件②の∠APC＝90°から，点 P は辺 AC を直径とする円周上にある。よって辺 AC の垂直二等分線をかき，辺 AC との交点を中心とする円弧をかく。

①での円との交点のうち，辺 BC について点 A と同じ側にある点が P である。

数-16-公-山形-KS-02

2　**問1**　(1)　$y=\frac{1}{3}x^2$ は下に凸の放物線であるから，$y\geqq 0$ である。また，$x=-6$ のとき

$y=\frac{1}{3}\times(-6)^2=12$ であるから，$-6\leqq x\leqq 3$ のとき $0\leqq y\leqq 12$ である。

(2) (1)より A(−6, 12)　$y=\frac{1}{3}\times 3^2=3$ より，B(3, 3)

直線 AB を $y=ax+b$ とおくと，$12=-6a+b$…③，$3=3a+b$…④

④−③より $-9=9a$，$a=-1$　④より $3=3\times(-1)+b$，$b=6$

よって，直線 AB は $y=-x+6$ であるから，C(0, 6)

②の反比例のグラフは，点 B を通るから，$3=\frac{c}{3}$ より，$c=9$ で $y=\frac{9}{x}$ となる。

$p>0$ として，$\mathrm{P}\left(-p,\ -\frac{9}{p}\right)$ とおくと，$\triangle \mathrm{OCP}=\frac{1}{2}\times 6\times p=3p$

$\triangle \mathrm{OAB}=\triangle \mathrm{OAC}+\triangle \mathrm{OBC}=\frac{1}{2}\times 6\times 6+\frac{1}{2}\times 6\times 3=27$

よって，$3p=27$ より $p=9$　ゆえに，P(−9, −1)

問2　(1) 切り口の三角形が，どのように見えるかに注意する。

(2) 切り取った三角すいの体積は，同じ底面積で同じ高さの三角柱の体積の$\frac{1}{3}$だから，この直方体の体積の$\frac{1}{6}$である。よって，残りの体積は，$360\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=300\ (\mathrm{cm}^3)$

問3　(1) $25-(1+3+2)=19$(人)より，6 回の人数を x 人とすると，5 回の人数は$(19-x)$人となり，1 次方程式ができる。

また，5 回を x 人，6 回を y 人とすると，連立方程式ができる。

(2) 1 次方程式　$3\times 1+4\times 3+5(19-x)+6x+7\times 2=5.4\times 25$ より，

$3+12+95-5x+6x+14=135$，$x=11$ (人)

連立方程式　$3\times 1+4\times 3+5x+6y+7\times 2=5.4\times 25$…①

$1+3+x+y+2=25$…②　①より，$5x+6y=106$…③，

②より $x+y=19$…④　③，④を解いて，$x=8$ (人)，$y=11$ (人)

数-16-公-山形-KS-03

3　**問1**　(1)　**図1**から，学校から 1800−1400＝400 (m) の地点でもどり始めている。

(2) x と y の関係の式を求め，グラフに表すには，大樹さんが

(i)　学校にもどり始めてから学校に着くまで

(ii)　学校にいる

(iii)　再び学校を出て，家に着くまで

に分けて考える。

(i)　$400\div 100=4$(分)だから，$6\leqq x\leqq 10$ のとき，$y=100x+a$ とおけて，

$1400=100\times 6+a$ より，$a=800$　よって，式は $y=100x+800$

(ii)　$10\leqq x\leqq 12$ のとき，$y=1800$ で一定。

(iii)　$12\leqq x\leqq 36$ のとき，$y=px+q$ とおいて，$x=12$，$y=1800$ と $x=36$，$y=0$ を代入して，

$1800=12p+q$…①　$0=36p+q$…②

②−①より，$-1800=24p$，$p=-75$，②に代入して，$q=2700$

よって，式は　$y=-75x+2700$

問2　**図2**から，拓海さんが学校を出発して 16 分後まで 2 人の道のりは離れて，その後は 2 人の道のりはちぢまっているので，16 分後に大樹さんは家に着いている。この間の大樹さんの速さは，**問1 (2)** より毎分 75 m である。

拓海さんの速さを毎分 x m とすると，800−600＝200 (m) より

$(75-x)\times 16=200$，$75-x=\frac{25}{2}$，$x=\frac{125}{2}$

$800\div\frac{125}{2}=\frac{64}{5}=12\frac{4}{5}$(分)，$\frac{4}{5}\times 60=48$ (秒)

よって，12 分 48 秒後となる。

4 **問１**　△CDF は∠CDF＝90°の直角三角形であるから，三平方の定理
$CD^2+DF^2=CF^2$ より，$DF^2=CF^2-CD^2=10^2-4^2=84$
よって，$DF=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$ (cm)

問２　AG と BE をふくむ△AGD と△BEA の合同を示す。∠AGD＝90°より，直角三角形の合同条件を導く。

問３　(1) EF＝x cm とする。BF＝6－4＝2 (cm)より，BE＝x＋2 (cm)
△BEA に三平方の定理を用いて，x を求める。まず，
△DFC で三平方の定理より，$DF^2=6^2-4^2=20$，$DF=2\sqrt{5}$ cm
△AGD∽△BGF で，相似比は AD：BF＝4：2＝2：1
よって，$DG=\frac{2}{3}DF=\frac{2}{3}\times 2\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (cm)

問２より，△AGD≡△BEA だから，$AE=DG=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ cm
△BEA に三平方の定理を用いて，$AE^2+BE^2=AB^2$，
$\left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2+(x+2)^2=4^2$，$\frac{80}{9}+(x+2)^2=16$，
$(x+2)^2=\frac{64}{9}$ より，$x+2=\pm\frac{8}{3}$　$x>0$ だから，$x=\frac{2}{3}$ cm

(2) 台形 $AEFD=\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+4\right)\times\frac{4\sqrt{5}}{3}=\frac{28\sqrt{5}}{9}$ (cm^2)
$\triangle CDF=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ (cm^2)
よって，$\frac{28\sqrt{5}}{9}:4\sqrt{5}=28:36=7:9$