H29　山形県　公立　数学　問題

数-17-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$1-(4-6)$

(2)　$\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{3}$

(3)　$(-2x)^2\div 6xy^2\times 3y^2$

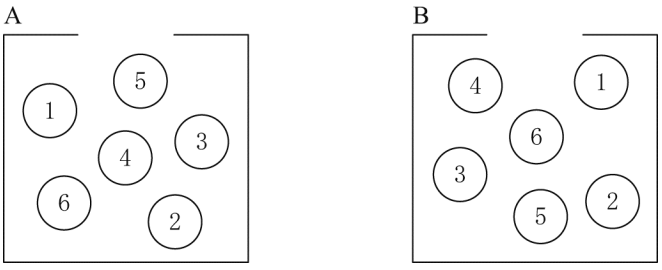
(4)　$(2+\sqrt{2}\,)^2-\sqrt{18}$

問２　$x=\sqrt{5}+3$，$y=\sqrt{5}-3$ のとき，$2x^2-2y^2$　の値を求めなさい。求め方も書くこと。

問３　２次方程式　$(4x-3)(x+4)=3x-6$　を解きなさい。解き方も書くこと。

問４　下の図のように，A，B の箱の中に，それぞれ 1 から 6 までの数字を 1 つずつ書いた 6 個の玉が入っている。A，B の箱から，それぞれ玉を 1 個ずつ取り出して，A の箱から取り出した玉に書かれた数から，B の箱から取り出した玉に書かれた数をひいた値を x とする。このとき，x の絶対値が 3 以下となる確率を求めなさい。

ただし，それぞれの箱において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　≪選択問題≫

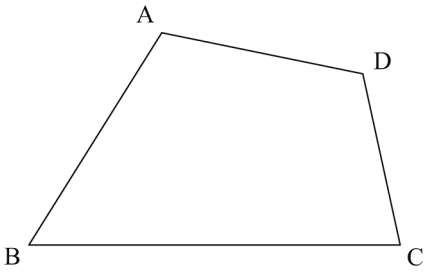
次のⒶ，Ⓑの**どちらか１つを選び**，正方形でない平行四辺形 PQRS の 2 つの対角線 PR，QS がどのような関係にあれば，平行四辺形 PQRS がひし形または長方形になるか，［　　］にあてはまる言葉を書きなさい。なお，選んだ記号を解答欄に書くこと。

Ⓐ　対角線 PR と QS が［　　］ならば，平行四辺形 PQRS はひし形になる。

Ⓑ　対角線 PR と QS が［　　］ならば，平行四辺形 PQRS は長方形になる。

問６　下の図の四角形 ABCD において，2 辺 AB，DC から等しい距離にある辺 BC 上の点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

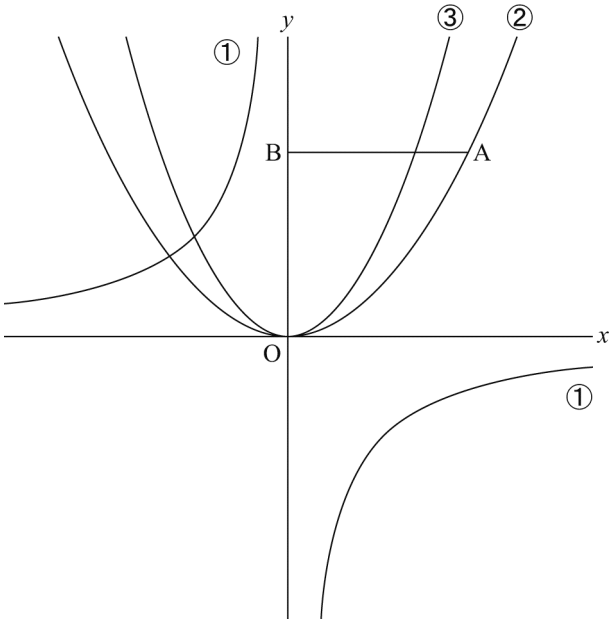


数-17-公-山形-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=-\frac{8}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=\frac{1}{5}x^2$ のグラフ，③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

②のグラフ上に x 座標が正である点 A をとり，A から y 軸に垂線をひき，y 軸との交点を B とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　関数 $y=-\frac{8}{x}$ について，x の変域が $b\leqq x\leqq 8$ のとき，y の変域は $-4\leqq y\leqq c$ である。b，c の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　③のグラフが，①のグラフ上の x 座標と y 座標がともに整数となる点を通り，線分 AB と交わるような a の値を，すべて求めなさい。

問２　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕
ある学校では，春と秋の資源回収で，新聞紙と雑誌を回収しました。春に回収した新聞紙と雑誌の重さは合わせて 17500 kg でした。春と比べて，秋に回収した新聞紙の重さは 1.5 倍になり，雑誌の重さは 2 倍になったため，合わせて 11000 kg 増えました。秋に回収した新聞紙の重さは何 kg ですか。

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 秋に回収した新聞紙の重さを求めなさい。

問３　恵子さんは，学校行事で使うために，大きさの異なる花笠 A，B を，それぞれ次の①～⑤の【手順】で作った。あとの問いに答えなさい。

【手順】
① 鍋のふたを使って，**図１**のように厚紙に円をかく。
② **図１**において，円の中心 O を求める。
③ **図２**のように，厚紙から切り取った円 O の円周上に，2 点 P，Q をとり，中心角の大きさが小さいほうのおうぎ形を切り取る。
④ **図３**のように，半径 OP と OQ を合わせて円すいの側面を作る。
⑤ 花などの飾りをつける。

図１

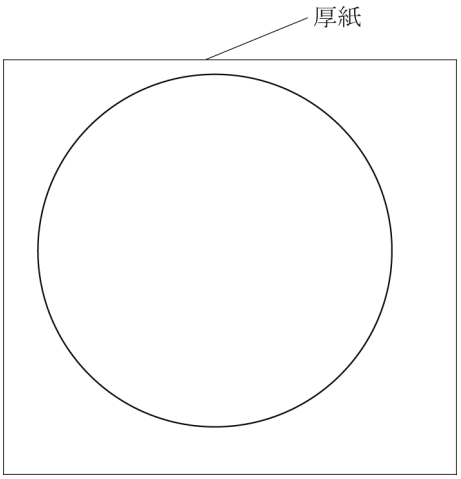


図２

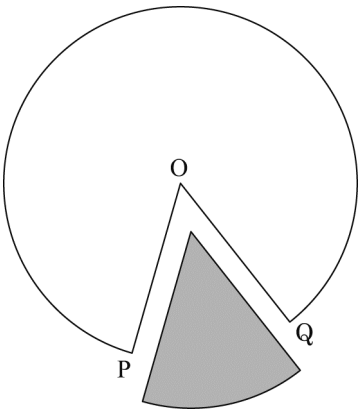
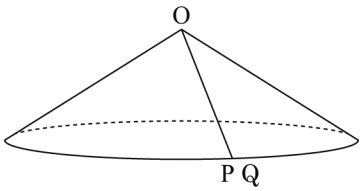


図３



(1) 下線部について，円の中心を求める方法を説明しなさい。

(2) **図２**において，小さいほうのおうぎ形の中心角を 40° にして切り取り，残ったおうぎ形の厚紙で花笠 A を作った。おうぎ形の半径が 18 cm であるとき，**図３**の円すいの高さを求めなさい。

(3) 花笠 A と同じ【手順】で作った花笠 B の高さをはかったところ，小数第 2 位を四捨五入して得られた値は，7.0 cm であった。高さの真の値を a cm としたとき，a の範囲を表す不等式として最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　$6.94 < a \leqq 7.04$　　**イ**　$6.94 < a \leqq 7.05$　　**ウ**　$6.95 \leqq a < 7.05$　　**エ**　$6.95 \leqq a < 7.06$

数-17-公-山形-問-03

3　**図１**のように，1 辺の長さが 15 cm の正方形 ABCD と，縦の長さが 4 cm，横の長さが 6 cm の長方形 PQRS があり，AB // PQ である。辺 AB，CD 上に，それぞれ点 E，F をとり，線分 EF をひく。このとき，頂点 S が線分 EF 上にあるように長方形 PQRS を平行移動する。

図２のように，辺 AB，SR 間の距離が x cm のとき，正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積を y cm^2 とする。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図１

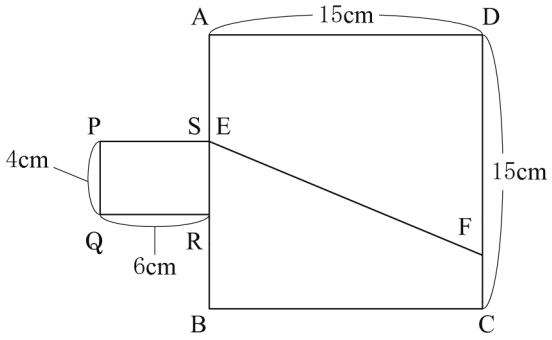
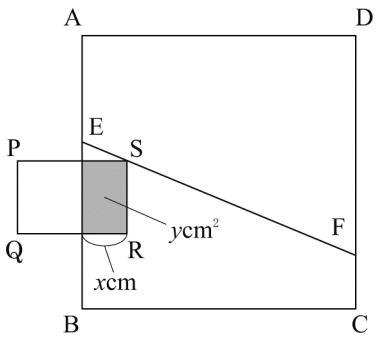


図２



問１　AE＝8 cm，CF＝2 cm のとき，x と y の関係を表にかきだしたところ，**表１**のようになった。次の問いに答えなさい。

表１

x	0	…	6	…	15
y	0	…	24	…	12

(1) $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(2) **表２**は，頂点Sが点Eから点Fまで移動したときのxとyの関係を式に表したものである。

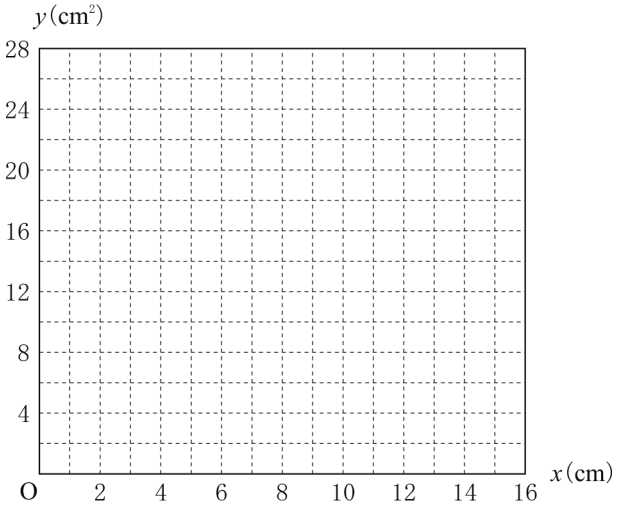
［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときのxとyの関係を表すグラフを，**図３**にかきなさい。

表２

xの変域	式
$0 \leqq x \leqq 6$	$y=$［イ］
$6 \leqq x \leqq$［ア］	$y=24$
［ア］$\leqq x \leqq 15$	$y=$［ウ］

図３



問２　**図４**において，頂点Sが点Eと同じ位置にあり，AE＝15 cmである。CF＝a cmとなるように，辺CD上に点Fをとり，頂点Sが線分EF上にあるように長方形PQRSを平行移動したとき，xとyの関係をグラフに表したところ，**図５**のようになった。

図４

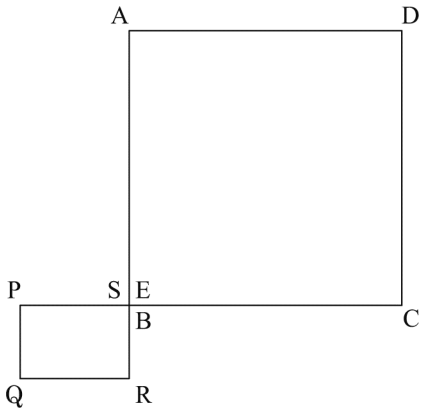
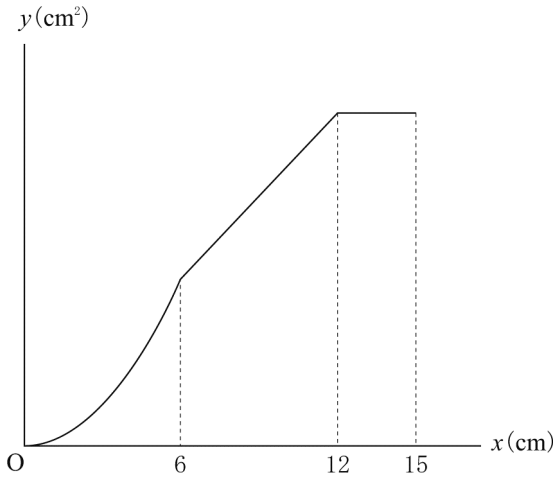


図５



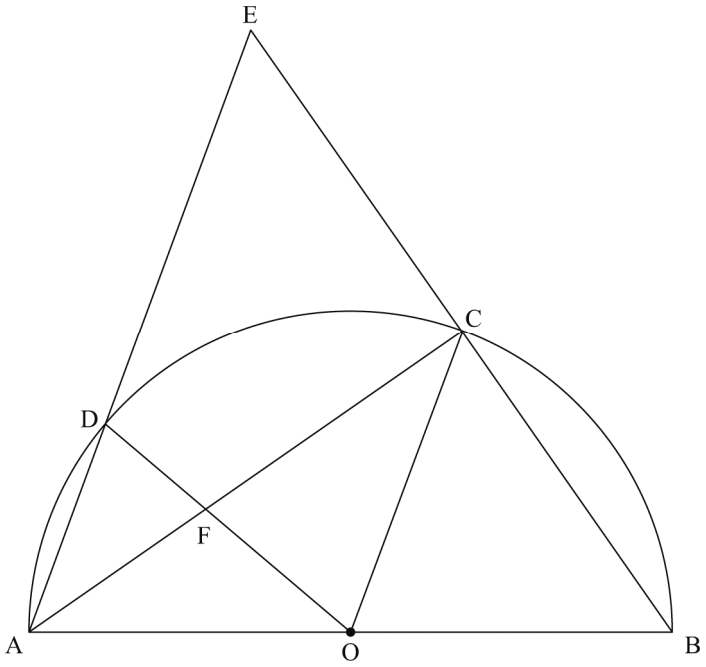
次は，**図５**のグラフから求められることを表したものである。［エ］にあてはまる数，［オ］にあてはまる式を，それぞれ書きなさい。

・aの値は［エ］である。

・$0 \leqq x \leqq 6$のときのxとyの関係を表す式は，$y=$［オ］である。

数-17-公-山形-問-04

4 下の図のように，点 O を中心とする，半径 3 cm の半円 O がある。線分 AB は直径であり，弧 AB 上に，∠ABC の大きさが 45° より大きくなるように点 C をとり，点 C と O を結ぶ。弧 AC 上に，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ となるように点 D をとる。直線 BC と直線 AD との交点を E とし，線分 AC と線分 OD との交点を F とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



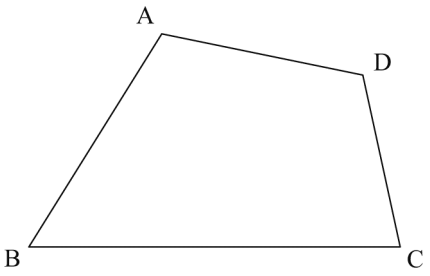
問１　△ABC≡△AEC であることを証明しなさい。

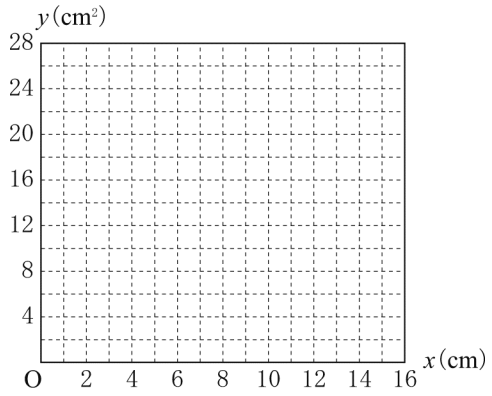
問２　BC＝4 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

(1) AC の長さを求めなさい。

(2) AF の長さを求めなさい。

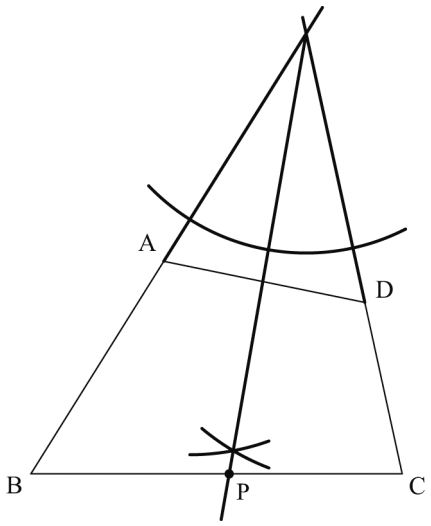
数学　解答用紙

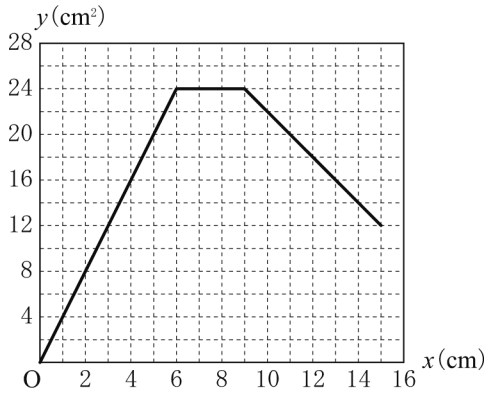
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-山形-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	答			
		問３	$(4x-3)(x+4)=3x-6$ 答			
		問４				
		問５	≪選択問題≫　選んだ記号（　　）			
		問６				

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-コ形-KY-02	2	問1	(1)	b の値　　c の値		
			(2)			
		問2	(1)			
			(2)	kg		
		問3	(1)	〔方法〕		
			(2)	cm		
			(3)			
数-17-公-コ形-KY-03	3	問1	(1)			
			(2)	ア　　イ ウ 図3 		
		問2	エ			
			オ			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-コ形-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-山形-K-01	1	問1	(1)	3	32	
			(2)	$-\frac{1}{4}$		
			(3)	$2x$		
			(4)	$6+\sqrt{2}$		
		問2	(求め方は略) 答　$24\sqrt{5}$			
		問3	$(4x-3)(x+4)=3x-6$ (解き方は略) 答　$x=-3,\ x=\frac{1}{2}$			
		問4	$\frac{5}{6}$			
		問5	≪選択問題≫　選んだ記号（　　）			
			Ⓐ (例)　垂直 Ⓑ (例)　等しい			
		問6	(例) 			

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="8">数−17−公−コ形−K−02</td><td rowspan="8">2</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>b の値　2　　c の値　-1</td><td rowspan="8">28</td><td rowspan="8">問３(1) 受検者の多様な考えを積極的に評価すること。</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>1，8</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>(例)
春に回収した新聞紙の重さを x kg とする。
$1.5x+2(17500-x)=17500+11000$
(例)
春に回収した新聞紙の重さを x kg，春に回収した雑誌の重さを y kg とする。
$\begin{cases} x+y=17500 \\ 1.5x+2y=17500+11000 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>19500　(kg)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問３</td><td>(1)</td><td>〔方法〕(例)
平行でない 2 つの弦の垂直二等分線の交点を求める。</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$2\sqrt{17}$　(cm)</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>ウ</td></tr>
<tr><td rowspan="6">数−17−公−コ形−K−03</td><td rowspan="6">3</td><td rowspan="4">問１</td><td>(1)</td><td>12</td><td rowspan="6">20</td><td rowspan="6"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td>ア　9　　イ　$4x$</td></tr>
<tr><td>ウ　$-2x+42$</td></tr>
<tr><td>図３

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>エ</td><td>5</td></tr>
<tr><td>オ</td><td>$\frac{1}{3}x^2$</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−17−公−Ⅱ形−K−04	4	問１	〔証明〕 (例) △ABC と△AEC において １つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから ∠BAC＝∠EAC　……① 共通だから AC＝AC　……② 半円の弧に対する円周角は 90° だから ∠ACB＝90°　……③ ③より，∠ACE＝90° よって，∠ACB＝∠ACE　……④ ①，②，④より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △ABC≡△AEC		20	
		問２	(1)	$2\sqrt{5}$　(cm)		
			(2)	$\frac{4\sqrt{5}}{11}$　(cm)		

〔注意〕１　各小問の配点については，各学校で適正な基準を設けること。

２　この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校の判断によるものとする。

数-17-公-山形-KS-01

1　**問1**　(1)　$1-(4-6)=1-(-2)=3$

(2)　$\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{3}=\left(\frac{8}{12}-\frac{9}{12}\right)\times 3=-\frac{1}{12}\times 3=-\frac{1}{4}$

(3)　$(-2x)^2\div 6xy^2\times 3y^2=\frac{4x^2\times 3y^2}{6xy^2}=2x$

(4)　$\left(2+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{18}=4+4\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}=6+\sqrt{2}$

問2　与式$=2(x+y)(x-y)$と因数分解できるから，これに$x=\sqrt{5}+3$，$y=\sqrt{5}-3$を代入すると，

$2(\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3-\sqrt{5}+3)=2\times 2\sqrt{5}\times 6=24\sqrt{5}$

問3　$(4x-3)(x+4)=3x-6$　$4x^2+16x-3x-12-3x+6=0$　$4x^2+10x-6=0$

$2x^2+5x-3=0$　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 2\times(-3)}}{2\times 2}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-5\pm 7}{4}$

$x=\frac{-5+7}{4}=\frac{1}{2}$，$x=\frac{-5-7}{4}=-3$

問4　取り出し方を表にまとめると右のようになり，全部で 36 通りある（表中の数はxの絶対値を表す）。この中で条件を満たすのは○をつけた 30 通りだから，求める確率は，$\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

A＼B	1	2	3	4	5	6
1	⓪	①	②	③	4	5
2	①	⓪	①	②	③	4
3	②	①	⓪	①	②	③
4	③	②	①	⓪	①	②
5	4	③	②	①	⓪	①
6	5	4	③	②	①	⓪

問5　Ⓐ　ひし形の対角線は，「それぞれの中点で垂直に交わる」。平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わっているので，あと垂直に交わっていればひし形になる。

Ⓑ　長方形の対角線は，「長さが等しく，それぞれの中点で交わる」。平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わっているので，あと長さが等しければ長方形になる。

問6　辺 AB を点 A の方へ，辺 CD を点 D の方へそれぞれのばし，その交点を E とする。

∠AED の二等分線を作図すればよい。

数-17-公-山形-KS-02

2　**問1**　(1)　①の関数は，$x>0$の範囲において，$y<0$で，xの値が増加するとyの値も増加するから，

$x=b$のとき$y=-4$，$x=8$のとき$y=c$　$x=b$のとき，$y=-\frac{8}{b}=-4$だから，$b=2$

また，$x=8$のとき，$y=-\frac{8}{8}=-1=c$　したがって，$b=2$，$c=-1$

(2)　③のグラフと線分 AB が交わるためには，③のグラフの比例定数aが②のグラフの比例定数より大きい必要があるから$a>\frac{1}{5}$となり，①のグラフとは$x<0$の範囲で交わる。よって，①のグラフ上のx座標とy座標がともに整数となる点は，$(-1,\ 8)$，$(-2,\ 4)$，$(-4,\ 2)$，$(-8,\ 1)$で，それぞれの点が③のグラフを通るときのaの値を求める。$(-1,\ 8)$のとき，$8=(-1)^2a$，$a=8$　$(-2,\ 4)$のとき，$4=(-2)^2a$，$a=1$　$(-4,\ 2)$のとき，$2=(-4)^2a$，$a=\frac{1}{8}$　$(-8,\ 1)$のとき，$1=(-8)^2a$，$a=\frac{1}{64}$

よって，$a>\frac{1}{5}$となるのは，$a=1$，8

問２　(1)（1 次方程式で表すとき）春に回収した新聞紙の重さを x kg とすると，春に回収した雑誌の重さは，合わせて 17500 kg だから，$(17500-x)$ kg　また，秋に回収した新聞紙の重さは，春に回収した新聞紙の重さの 1.5 倍だから，$1.5x$ kg，秋に回収した雑誌の重さは，春に回収した雑誌の重さの 2 倍だから，$2(17500-x)$ kg　秋に回収した新聞紙と雑誌の重さは，春と比べて合わせて 11000 kg 増えたから，$1.5x+2(17500-x)=17500+11000$

(連立方程式で表すとき）春に回収した新聞紙の重さを x kg，春に回収した雑誌の重さを y kg とすると，合わせて 17500 kg だから，$x+y=17500$　また，秋に回収した新聞紙の重さは，春に回収した新聞紙の重さの 1.5 倍だから，$1.5x$ kg，秋に回収した雑誌の重さは，春に回収した雑誌の重さの 2 倍だから，$2y$ kg　秋に回収した新聞紙と雑誌の重さは，春と比べて合わせて 11000 kg 増えたから，$1.5x+2y=17500+11000$

(2)（1 次方程式で解く方法）(1) より，$1.5x+2(17500-x)=17500+11000$

整理すると，$-0.5x=-6500$　$x=13000$

よって，秋に回収した新聞紙の重さは，$13000\times1.5=19500$ (kg)

(連立方程式で解く方法) (1) より，$x+y=17500\cdots①$　$1.5x+2y=28500\cdots②$

$2\times①-②$より，$0.5x=6500$　$x=13000$

よって，秋に回収した新聞紙の重さは，$13000\times1.5=19500$ (kg)

問３　(1) 円は中心から等しい距離にある点を集めたものであるから，円周上の 2 点と中心を結んでできる三角形は二等辺三角形になるので，このことを利用する。まず，円周上に任意の弦を引き，この弦の垂直二等分線を作図する。次に先に引いた弦に平行にならないようにもう 1 本弦を引き，同じように垂直二等分線を作図する。この 2 本の垂直二等分線の交点が円の中心となる。

(2) 円すいの底面の半径を求めると，$18\times\dfrac{360-40}{360}=16$ (cm)

よって，高さを h とすると，$h^2=18^2-16^2=324-256=68$　したがって，$h>0$ だから，$2\sqrt{17}$ cm

(3) 7.0 は，小数第 2 位を四捨五入した近似値であると考えられるので，a の範囲は $6.95\leqq a<7.05$

数-17-公-山形-KS-03

3　**問１**　(1)　$x=3$ のとき，y は縦 4 cm，横 3 m の長方形の面積になるから，$y=3\times4=12$

(2) 辺 BC を点 C の方へ，線分 EF を点 F の方へそれぞれのばしたときの交点を G とする。このとき，△GFC∽△GEB となるから，GC : GB=2 : 7　GC : (GC+15)=2 : 7

$7GC=2GC+30$　$GC=6$ (cm)

表２から，y の値が一定になっているときを考える。

一定になるのは，四角形 ABCD と長方形 PQRS が完全に重なっているときである。

よって，辺 AB と辺 PQ が重なったとき（右の**図Ａ**）で，$x=6$

また，辺 BC と辺 QR が重なったとき（右の**図Ｂ**）である。

このとき△GSR∽△GEB だから，

SR : EB=(15+6−x) : (15+6)　4 : 7=(21−x) : 21

$84=147-7x$　$x=9$ (…**ア**)

$0\leqq x\leqq6$ のとき，全部重なっていないので，$y=4\times x=4x$ (…**イ**)

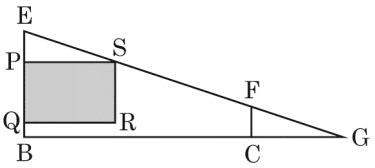
$9\leqq x\leqq15$ のとき，**図Ｃ**のようになり，正方形 ABCD と長方形 PQRS の重なっている長方形の縦の長さを t cm とすると，

$7 : t=21 : (21-x)$　$t=7-\dfrac{1}{3}x$ (cm)

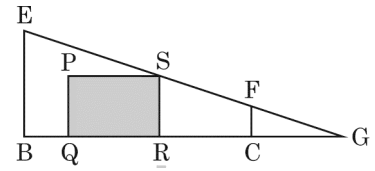
よって，$y=\left(7-\dfrac{1}{3}x\right)\times6=42-2x$ (…**ウ**)

グラフは，**表２**にまとめた結果をもとに作成する。

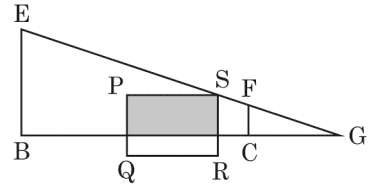
図Ａ



図Ｂ



図Ｃ



問２　**図５**において，$12 \leqq x \leqq 15$ の範囲のとき，y の値が一定になっているので，$x=12$ のときに正方形 ABCD と長方形 PQRS が完全に重なったことがわかる。
このとき，△BRS∽△BCF となり，BR：BC＝SR：FC　12：15＝4：a　$a=5$ (…**エ**)
$0 \leqq x \leqq 6$ の範囲のときも同様に考えて，辺 BC と辺 SR の交点を T とすると，

BT：15＝ST：5　x：15＝ST：5　$\mathrm{ST}=\dfrac{x}{3}$

よって，$y=\dfrac{x}{3}\times x=\dfrac{1}{3}x^2$ (…**オ**)

数-17-公-山形-KS-04

4　**問１**　まず，AC は共通な辺なので，AC＝AC　1 つの円で等しい弧に対する円周角の大きさは等しいので，$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$だから，∠BAC＝∠EAC　また，半円の弧に対する円周角は 90° になるから，∠ACB＝90° となり，∠ACE も 90° になる。以上のことから，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことがわかるので，合同が証明できる。

問２　(1) △ABC において，∠ACB＝90°，BC＝4 cm，AB＝2×3＝6 (cm) だから，三平方の定理より，$6^2=4^2+\mathrm{AC}^2$　$\mathrm{AC}^2=20$　AC＞0 だから，AC＝$2\sqrt{5}$ (cm)

(2) △FDA と△FOC において，∠DFA＝∠OFC (対頂角) …①，1 つの円で等しい弧に対する円周角の大きさは等しいので，$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$だから，∠BAC＝∠CAD…②　△OAC において OA＝OC だから，∠OAC＝∠OCA…③　②，③より，∠FAD＝∠FCO…④　①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△FDA∽△FOC がいえる。よって，AD：CO がわかれば，AC の長さがわかっているので，AF の長さも求められる。
まず，点 B と点 D を結ぶと∠ADB は半円の弧に対する円周角は 90° だから，BD⊥AE
また，△ABC≡△AEC より，AE＝AB＝6 cm
△EAB の面積について，辺 BE を底辺と考えると，$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{BE}\times\mathrm{AC}=\dfrac{1}{2}\times8\times2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$ (cm^2)，
辺 AE を底辺と考えると，$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AE}\times\mathrm{BD}=3\mathrm{BD}=8\sqrt{5}$　よって，$\mathrm{BD}=\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm)
次に点 D から辺 AB へ垂線をひき，その交点を P とし，PO＝$x$cm，DP＝$y$cm とする。
△DPO において，$3^2=x^2+y^2$　$y^2=9-x^2$
△DPB において，$\left(\dfrac{8\sqrt{5}}{3}\right)^2=(3+x)^2+y^2=(3+x)^2+(9-x^2)$　$\dfrac{320}{9}=18+6x$　$x=\dfrac{79}{27}$
よって，$y^2=9-\left(\dfrac{79}{27}\right)^2=\dfrac{320}{729}$　$y>0$ より，$y=\dfrac{8\sqrt{5}}{27}$　また，$\mathrm{AP}=3-\dfrac{79}{27}=\dfrac{2}{27}$
△DAP において，∠DPA＝90°だから，$\mathrm{AD}^2=\mathrm{DP}^2+\mathrm{AP}^2=\dfrac{320}{729}+\dfrac{4}{729}=\dfrac{324}{729}$
AD＞0 より，$\mathrm{AD}=\dfrac{18}{27}=\dfrac{2}{3}$　したがって，AF：CF＝AD：CO＝$\dfrac{2}{3}$：3＝2：9 で，
AC＝$2\sqrt{5}$ cm だから，$\mathrm{AF}=\dfrac{2}{11}\times2\sqrt{5}=\dfrac{4\sqrt{5}}{11}$ (cm)