Ｒ２　山形県　公立　数学　問題

数-20-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$6-9-(-2)$

(2)　$\left(-\frac{2}{5}+\frac{4}{3}\right)\div\frac{4}{5}$

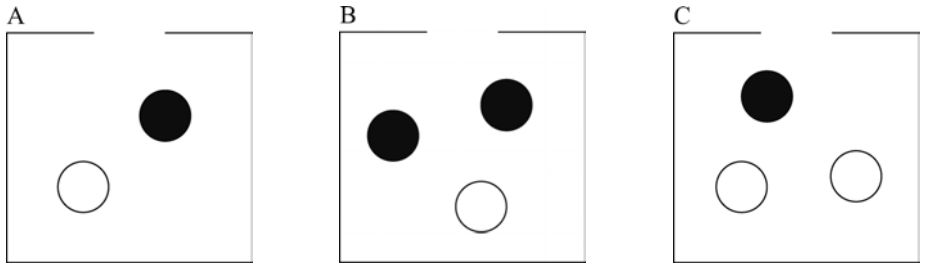
(3)　$(-3a)^2\div 6ab\times(-16ab^2)$

(4)　$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+5)-\sqrt{48}$

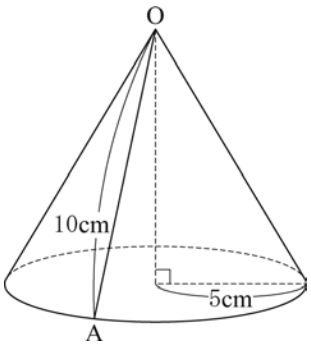
問２　2 次方程式 $(2x-1)(x-4)=-4x+2$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問３　下の図のように，A の箱の中には，赤玉 1 個と白玉 1 個，B の箱の中には，赤玉 2 個と白玉 1 個，C の箱の中には，赤玉 1 個と白玉 2 個が，それぞれ入っている。A，B，C の箱から，それぞれ玉を 1 個ずつ取り出すとき，少なくとも 1 個は白玉が出る確率を求めなさい。

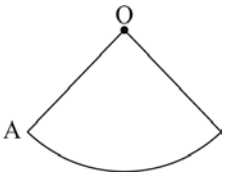
ただし，それぞれの箱において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



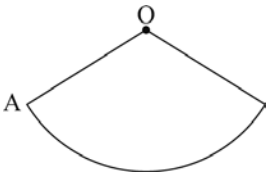
問４　下の図は，線分 OA を母線とする，底面の半径が 5 cm，母線の長さが 10 cm の円すいである。この円すいの側面を，線分 OA で切って開いたとき，側面の展開図として最も適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。



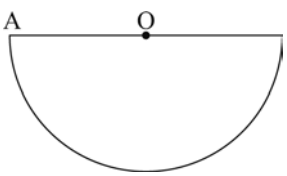
ア



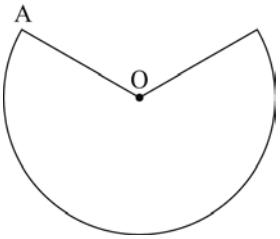
イ



ウ



エ



問５　下の**表**は，ある中学校の第 1 学年の 1 組 32 人と 2 組 33 人の睡眠時間を，度数分布表に表したものである。この度数分布表からわかることとして適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

表

階級（時間）			度数（人）	
			1組	2組
以上		未満		
6.0	～	6.5	4	4
6.5	～	7.0	7	5
7.0	～	7.5	6	6
7.5	～	8.0	8	7
8.0	～	8.5	4	5
8.5	～	9.0	3	3
9.0	～	9.5	0	3
計			32	33

ア　睡眠時間の最頻値は，1 組のほうが大きい。

イ　睡眠時間の中央値は，1 組のほうが大きい。

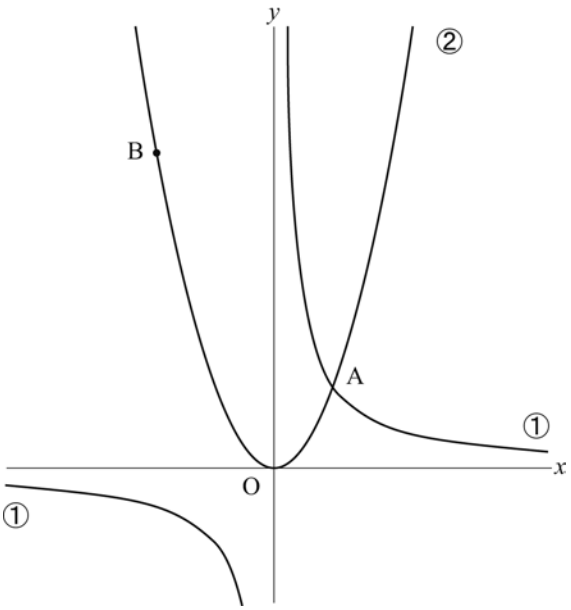
ウ　睡眠時間が 8 時間以上の生徒の人数は，1 組のほうが多い。

エ　睡眠時間が 7 時間以上 9 時間未満の生徒の割合は，1 組のほうが多い。

2 次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=\frac{12}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

①と②は点 A で交わっていて，点 A の x 座標は 3 である。また，②のグラフ上に x 座標が−6 である点 B をとる。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{12}{x}$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 2 点 A，B 間の距離を求めなさい。

問２　次は，直人さんと美里さんの会話の場面である。あとの問いに答えなさい。

＜会話の場面＞

直人：　今年は 2020 年だね。

美里：　2020 のように，千の位の数と十の位の数，百の位の数と一の位の数が，それぞれ同じである 4 けたの自然数にはどんな性質があるのかな。

直人：　例えば 1818 や 3535 だね。素因数分解するとどうなるだろう。$1818=2\times3^2\times101$，$3535=5\times7\times101$ だから，どちらの数も 101 の倍数になるね。

美里：　2020 も素因数分解してみると，$2020=2^2\times5\times101$ だよ。101 の倍数になった！

直人：　このような 4 けたの自然数はすべて 101 の倍数なのか，文字式を使って確かめてみよう。

直人さんは，千の位の数と十の位の数，百の位の数と一の位の数が，それぞれ同じである 4 けたの自然数は，すべて 101 の倍数であることを，文字式を使って下のように説明した。［　　］に説明のつづきを書いて，説明を完成させなさい。

＜説明＞

4 けたの自然数の千の位の数と十の位の数を a，百の位の数と一の位の数を b とすると，4 けたの自然数は，

［　　］

したがって，千の位の数と十の位の数，百の位の数と一の位の数が，それぞれ同じである 4 けたの自然数は 101 の倍数である。

問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

下の**表**は，あるサッカーの試合を観戦するためのチケットの代金を示したものです。A 席のチケットを，観戦する人数分だけ買おうとしたところ，持っていた金額では代金の合計に 4400 円たりなかったため買うことができませんでした。そこで，B 席のチケットを，同じ人数分だけ買ったところ，400 円余りました。最初に持っていた金額はいくらですか。

表

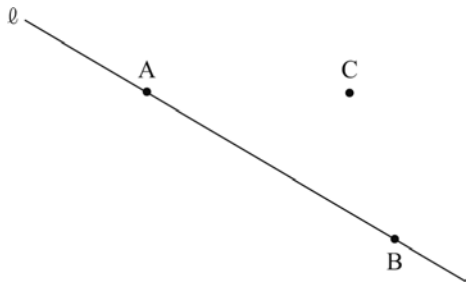
チケット	代金(1人)
A席	3300円
B席	2700円

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 最初に持っていた金額を求めなさい。

問４　下の図のように，直線 ℓ 上にある 2 点 A，B と，直線 ℓ 上にない点 C がある。点 A で直線 ℓ と接する円の中心であり，また，2 点 B，C を通る円の中心でもある点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。



3 図１のように，1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD と，縦の長さが 6 cm，横の長さが 10 cm の長方形 PQRS があり，直線 ℓ と直線 m は点 O で垂直に交わっている。また，正方形 ABCD の辺 AD と長方形 PQRS の辺 QR は直線 ℓ 上にあって，頂点 A と頂点 R は点 O と同じ位置にある。いま，正方形 ABCD を直線 m にそって，長方形 PQRS を直線 ℓ にそって，それぞれ矢印の方向に移動する。

図２のように，正方形 ABCD を OA＝x cm，長方形 PQRS を OR＝x cm となるようにそれぞれ移動したとき，正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積を y cm^2 とする。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図１

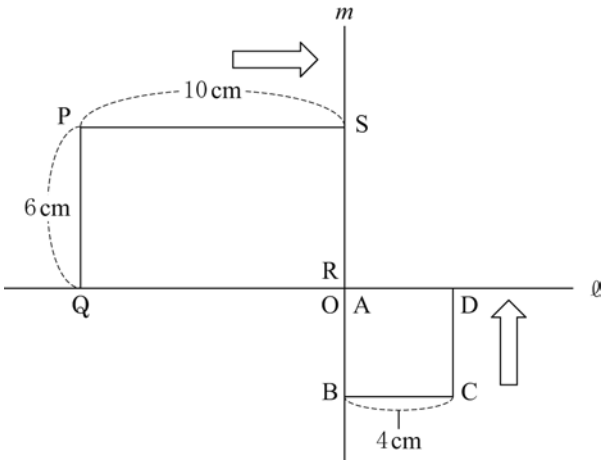
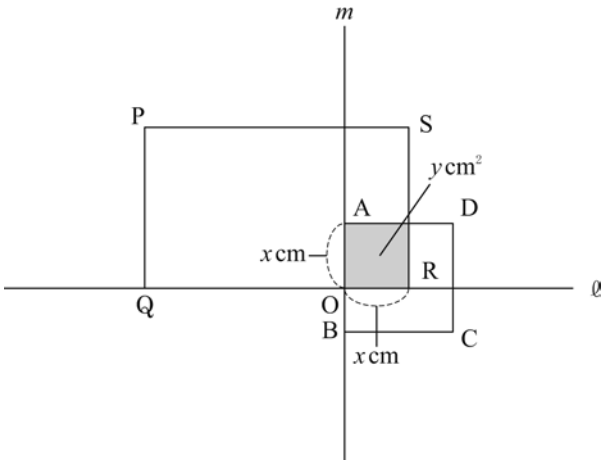


図２



問１　頂点 B と頂点 P が同じ位置にくるまでそれぞれ移動したときの x と y の関係を表にかきだしたところ，表１のようになった。次の問いに答えなさい。

表１

x	0	…	4	…	10
y	0	…	16	…	0

(1) x＝3 のときの y の値を求めなさい。

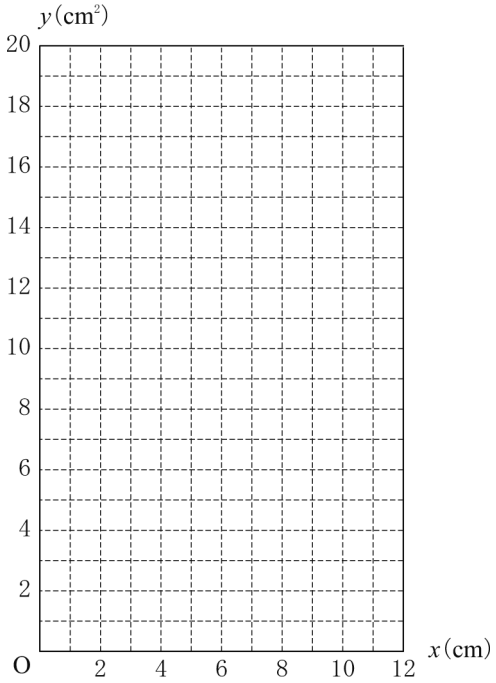
(2) 表２は，頂点 B と頂点 P が同じ位置にくるまでそれぞれ移動したときの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，図３にかきなさい。

表２

xの変域	式
$0 \leqq x \leqq 4$	$y =$［イ］
$4 \leqq x \leqq$［ア］	$y = 16$
［ア］$\leqq x \leqq 10$	$y =$［ウ］

図３

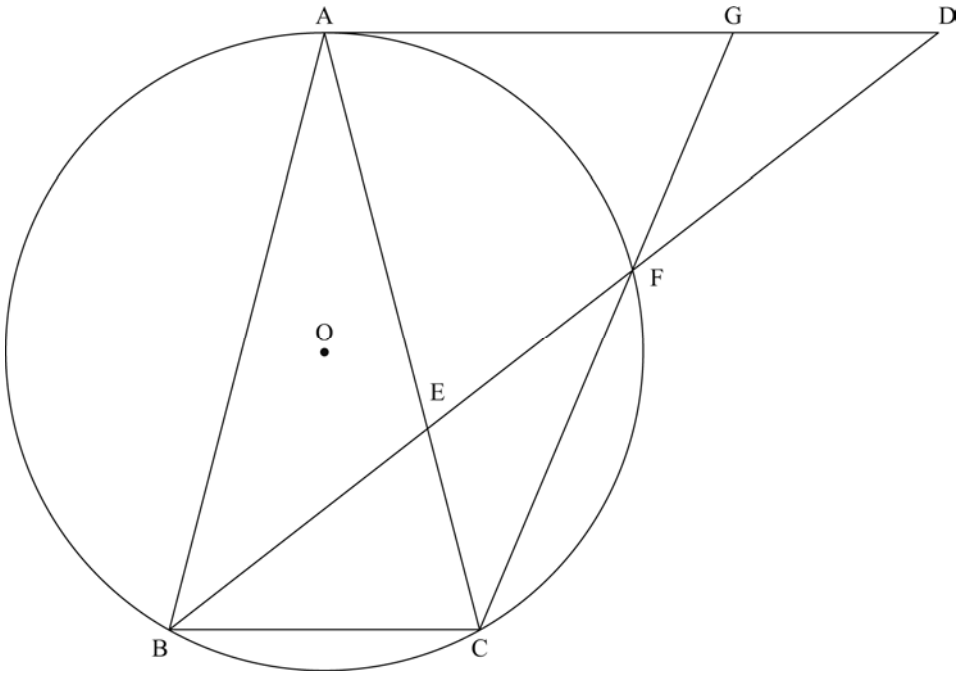


問２　正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積が，△APQ の面積と等しくなるときの x の値を求めなさい。

ただし，直線 m と辺 PQ が重なるときは考えないものとする。

数-20-公-山形-問-04

4　下の図のように，△ABC は，頂点 A，B，C が，円 O の円周上にあり，AB＝AC である。点 D を，直線 AC について点 B と反対側に，AB＝AD，AD // BC となるようにとる。また，直線 AC と直線 BD との交点を E，円 O と直線 BD との交点のうち点 B とは異なる点を F，直線 AD と直線 CF との交点を G とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問１　△ACG≡△ADE であることを証明しなさい。

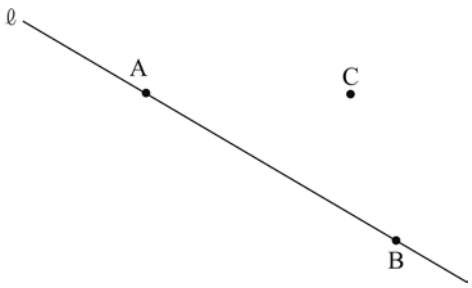
問２　AD＝6 cm，BC＝3 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

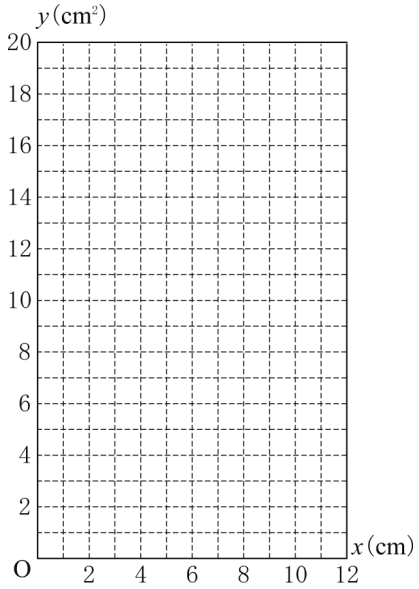
(1) AE の長さを求めなさい。

(2) △ABE と△CEF の面積の比を求めなさい。

Ｒ２　山形県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-20-公-山形-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(2x-1)(x-4)=-4x+2$ 答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿			
		問３				
		問４				
		問５				

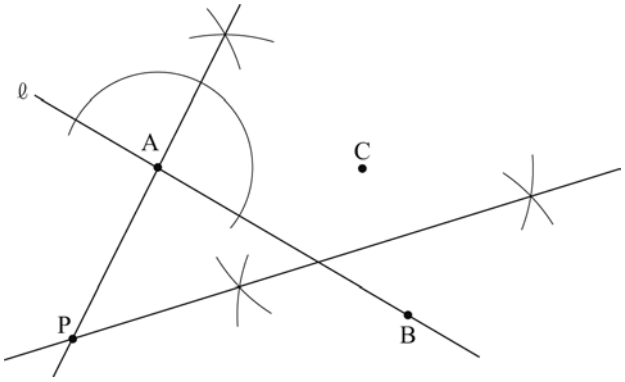
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-山形-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	円		
		問４				

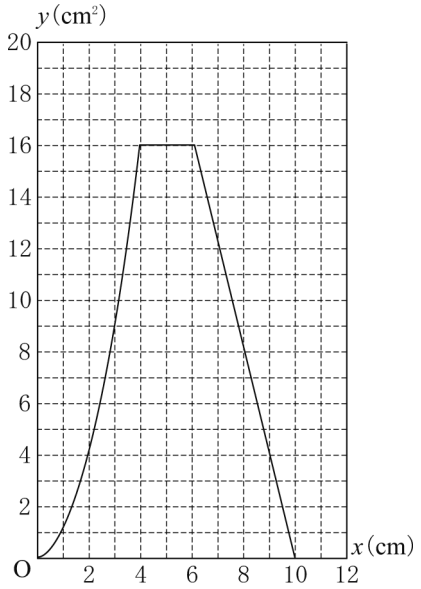
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-山形-KY-03	3	問１	(1)			
			(2)	ア		
				イ		
				ウ		
				図３  		
		問２				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-三形-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２	(1)	cm		
			(2)	:		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-20-公-山形-木-01	1	問１	(1)	-1	3	
			(2)	$\frac{7}{6}$	4	
			(3)	$-24a^2b$	4	
			(4)	$8+2\sqrt{3}$	4	
		問２	$(2x-1)(x-4)=-4x+2$ (例) $2x^2-8x-x+4=-4x+2$ $2x^2-5x+2=0$ $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times2}}{2\times2}$ $=\frac{5\pm\sqrt{9}}{4}$ $=\frac{5\pm3}{4}$ $x=\frac{5+3}{4}$，$x=\frac{5-3}{4}$ $x=2$，$x=\frac{1}{2}$ 答　$x=2$，$x=\frac{1}{2}$		5	
		問３	$\frac{8}{9}$		4	
		問４	ウ		4	
		問５	エ		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−20−公−コ形−ホ−02	2	問１	(1)	−3	4	
			(2)	15	4	
		問２	(例) $1000a+100b+10a+b$ と表される。 このとき, $1000a+100b+10a+b=1010a+101b$ $=101(10a+b)$ $10a+b$ は整数だから，$101(10a+b)$は, 101 の倍数である。		5	
		問３	(1)	(例) 観戦する人数を x 人とする。 $3300x-4400=2700x+400$ (例) 観戦する人数を x 人，最初に持っていた金額を y 円とする。 $\begin{cases}3300x=y+4400\\2700x=y-400\end{cases}$	6	
			(2)	22000　円	4	
		問４			5	

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-山形-K-03	3	問１	(1)	9		3	
			(2)	ア	6	3	
				イ	x^2	3	
				ウ	$-4x+40$	3	
				図３  	4	
		問２	$\frac{14}{3}$			4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-山形-大-04	4	問１	〔証明〕 (例) △ACG と△ADE において 共通だから ∠CAG＝∠DAE　…… ① 仮定より，AB＝AC，AB＝AD だから AC＝AD　…… ② 弧 AF に対する円周角は等しいから ∠ACG＝∠ABF　…… ③ △ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから ∠ADE＝∠ABF　…… ④ ③，④より ∠ACG＝∠ADE　…… ⑤ ①，②，⑤より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △ACG≡△ADE		10	
		問２	(1)	4　cm	5	
			(2)	5：2	5	

数-20-公-山形-KS-01

1　【小問集合】

〈山形県大問１の傾向〉

①　計算問題（正負の数，式の計算，根号を含む式の計算），２次方程式，確率，空間図形，資料の活用

②　基礎～標準内容を問う問題である。考え方をきちんと身につけておくことが必要だ。

問３　（少なくとも 1 個は白玉が出る確率）＝1－（すべて赤玉が出る確率）と考えられる。

A の箱から赤が出る…1 通り，B の箱から赤が出る…2 通り，C の箱から赤が出る…1 通り　なので，すべて赤が出るのは 2 通り。すべての場合の数は，18 通りなので，確率は$\frac{1}{9}$。よって，少なくとも１個は白玉が出る確率は $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

問４　底面の円の円周は 10πcm なので，側面のおうぎ形の中心角を x °とすると，$2\times10\times\pi\times\frac{x}{360}=10\pi$ で求めることができる。この方程式を解くと，$x=180$ °となり，**ウ**が正解。

問５　**ア**：最頻値は 1 組も 2 組も 7.75 人　**イ**：中央値は 2 組のほうが大きい　**ウ**：睡眠時間が 8 時間以上の生徒は 1 組が 7 人で 2 組が 11 人　**エ**：条件に該当する生徒の割合は 1 組$=\frac{21}{32}=0.65625$ で 2 組が$\frac{21}{33}=0.63\cdots$である

数-20-公-山形-KS-02

2　【小問集合】

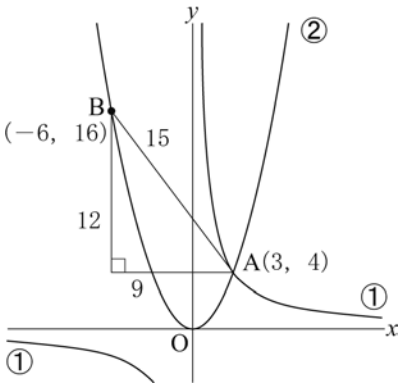
問１　(1) $x=1$ のとき $y=12$，$x=4$ のとき $y=3$ である。

よって，変化の割合$=\frac{3-12}{4-1}=-3$

(2) 点 A はグラフ①上の点であり，点 A（3，4）である。また，点 A はグラフ②上の点でもあり，$x=3$，$y=4$ を $y=ax^2$ に代入し，$a=\frac{4}{9}$である。よって点 B（−6，16）である。

右の図の様な三角形で考えると三平方の定理より

$AB^2=9^2+12^2=225$　AB＞0 より AB＝15



問２　101 の倍数であることの証明⇒101×○○という形にすることを目指して式変形を行う。

問４　・点 A で直線ℓ と接する円の中心⇒点 A を通る直線ℓ の垂線上にある。

・2 点 B，C を通る円の中心⇒B と C から等距離にある点⇒BC の垂直二等分線上にある。

これらを利用して作図する。

数-20-公-山形-KS-03

3 【関数の利用】

問１　(1) 重なっている部分の面積は 1 辺の長さが 3 cm の正方形である。

(2) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，重なっている部分は，1 辺の長さが x cm の正方形である。よって，**イ**の答えは $y=x^2$ である。ここからさらに移動が進むと，正方形 ABCD は長方形 PQRS の中に完全に含まれるようになる（**図４**）。このとき，重なっている部分の面積は 16 cm^2 で一定であり，点 A が 6 になるまでこの状態は続く。よって**ア**の答えである x の変域は $4 \leqq x \leqq 6$ である。さらに移動が進むと，正方形 ABCD の一部が長方形 PQRS の上側に飛び出し，重ならないようになる（**図５**）。このとき，重なっている部分の長方形の縦の長さは $4-(x-6)=-x+10$ で表される。また，このときの横の長さは 4 cm であることから，**ウ**の答えは $y=(-x+10)\times 4=-4x+40$

図４

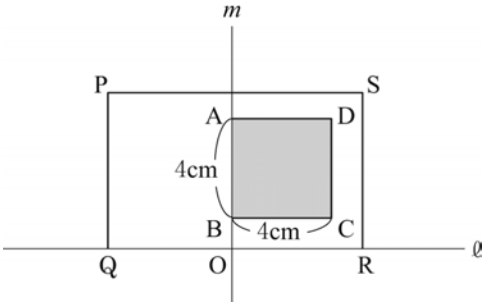
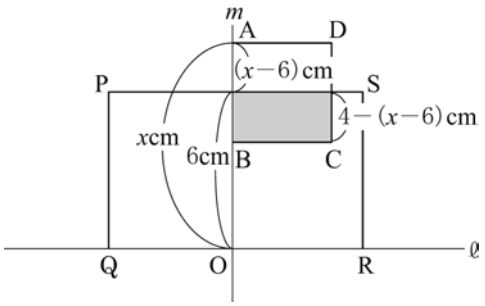


図５



問２　まずは△APQ の面積について考える。△APQ の面積も図形の移動とともに変化するが，底辺である PQ の長さは常に 6 cm である。

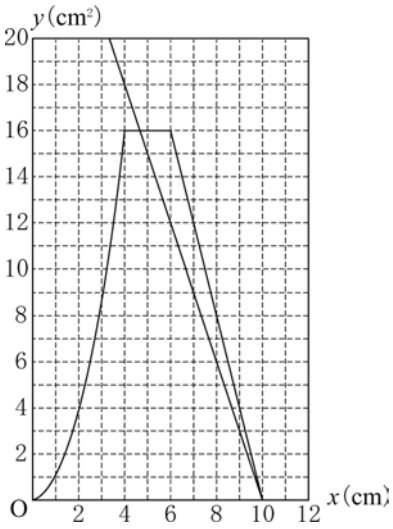
次に，高さ OQ は $10-x$ (cm)で表すことができ，

$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times 6\times(10-x)=-3x+30$ となる。

右の**図６**より，$y=16$ と交点をもつことがわかり，

$16=-3x+30 \quad x=\frac{14}{3}$

図６



数-20-公-山形-KS-04

4 【平面図形】

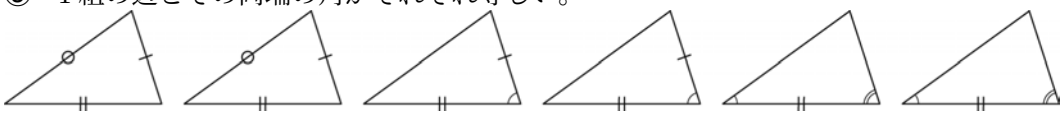
問１　二等辺三角形や平行線の錯角，同じ弧に対する円周角など，証明に使えそうな条件がたくさんあって考えにくかったかもしれない。1 つ 1 つ，等しい辺や角に印を付けて考えるとよいだろう。

ポイント》三角形の合同条件をまとめよう！

① 3 組の辺がそれぞれ等しい。

② 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。



問２　(1) AD//BC より，錯角は等しいので，∠ADE=∠CBE，∠EAD=∠ECB である。二組の角がそれぞれ等しいので，△AED∽△CEB で対応する辺の比は等しく，AE：CE＝AD：CB　AE：CE＝6：3＝2：1 である。AD＝AB＝AC であるから，AE＋CE＝6 である。よって AE＝4 cm

(2) AD//BC より，(1)と同様に，DE：EB＝2：1 である。AE＝AG より AG＝4，よって GD＝2，
また，AD//BC より，GF：FC＝2：3 である。ここで，**問 1** より
△ACG≡△ADE であり，その面積を S とおく。DE：EB＝2：1 より，△ADE：△ABE＝2：1
S：△ABE＝2：1　△ABE＝$\frac{1}{2}S$ …①
と表すことができる。
また△CEF についても考える。GF：FC＝2：3 より，
△ACG：△AFC＝5：3　S：△AFC＝5：3
△AFC＝$\frac{3}{5}S$ である。さらに，AE：EC＝2：1 より，
△AFC：△CEF＝3：1　$\frac{3}{5}S$：△CEF＝3：1
△CEF＝$\frac{1}{5}S$ …②である。したがって①，②より，
△ABE：△CEF＝$\frac{1}{2}S$：$\frac{1}{5}S$＝5：2

