Ｒ３　山形県　公立　数学　問題

数-21-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$2-(3-8)$

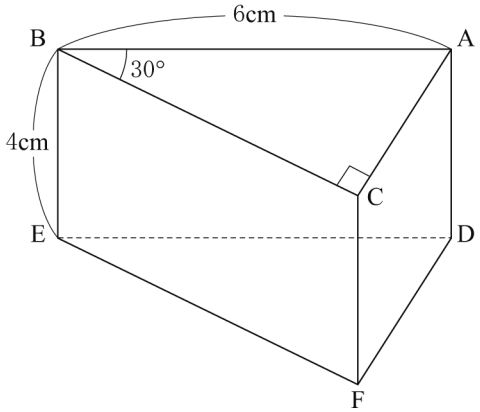
(2)　$\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\div\frac{5}{6}$

(3)　$(-4x)^2\div 12xy\times 9xy^2$

(4)　$\sqrt{18}-\frac{10}{\sqrt{2}}$

問２　２次方程式 $(x-4)(3x+2)=-8x-5$ を解きなさい。解き方も書くこと。

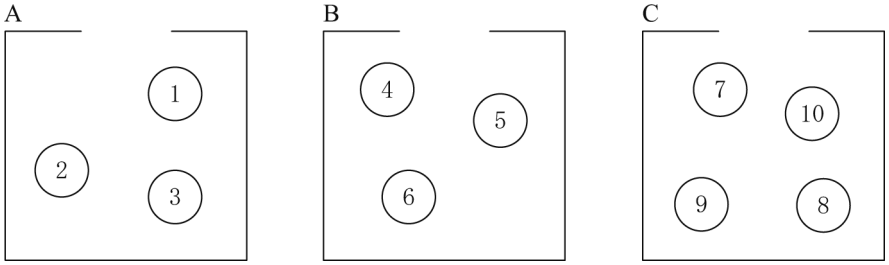
問３　下の図のように，底面が直角三角形で，側面がすべて長方形の三角柱があり，AB＝6 cm，BE＝4 cm，∠ABC＝30°，∠ACB＝90°である。この三角柱の体積を求めなさい。



問４　下の図のように，A の箱の中には，1 から 3 までの数字を 1 つずつ書いた 3 個の玉，B の箱の中には，4 から 6 までの数字を 1 つずつ書いた 3 個の玉，C の箱の中には，7 から 10 までの数字を 1 つずつ書いた 4 個の玉が，それぞれ入っている。

A，B，C それぞれの箱において，箱から同時に 2 個の玉を取り出すとき，取り出した 2 個の玉に書かれた数の和が偶数になることの起こりやすさについて述べた文として適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ただし，それぞれの箱において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



ア　A の箱のほうが，B，C の箱より起こりやすい。

イ　B の箱のほうが，C，A の箱より起こりやすい。

ウ　C の箱のほうが，A，B の箱より起こりやすい。

エ　起こりやすさはどの箱も同じである。

問５　空間内にある平面 P と，異なる 2 直線ℓ，m の位置関係について，つねに正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　直線ℓと直線 m が，それぞれ平面 P と交わるならば，直線ℓと直線 m は交わる。

イ　直線ℓと直線 m が，それぞれ平面 P と平行であるならば，直線ℓと直線 m は平行である。

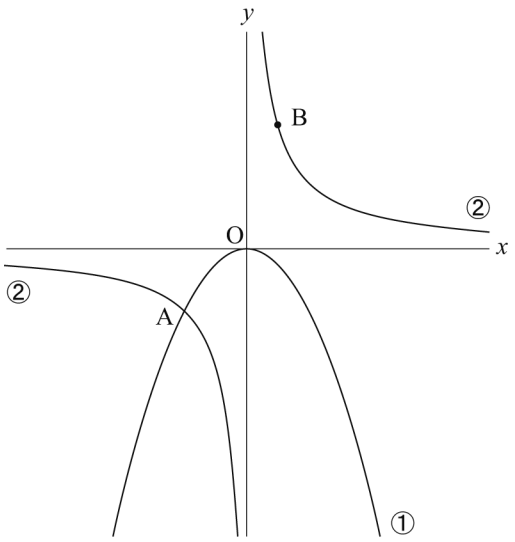
ウ　平面 P と交わる直線ℓが，平面 P 上にある直線 m と垂直であるならば，平面 P と直線ℓは垂直である。

エ　平面 P と交わる直線ℓが，平面 P 上にある直線 m と交わらないならば，直線ℓと直線 m はねじれの位置にある。

2 次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフである。

①と②は点 A で交わっていて，点 A の x 座標は -2 である。また，②のグラフ上に x 座標が 1 である点 B をとる。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

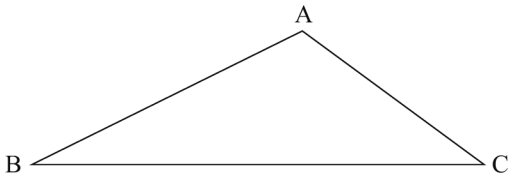
(2) x 軸上に点 P をとる。線分 AP と線分 BP の長さの和が最も小さくなるとき，点 P の x 座標を求めなさい。

問２　あとの図のように，△ABC がある。下の**【条件】**の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

①　点 P は，直線 AC と直線 BC から等しい距離にある。
②　点 P は，△ABC の外部にあり，∠APB＝90°である。



問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

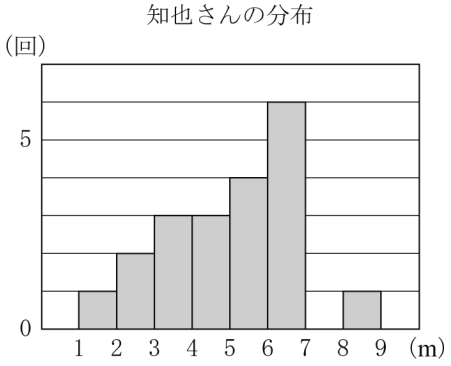
かごの中にあった里芋を，大きい袋と小さい袋，合わせて 50 枚の袋に入れることにしました。大きい袋に 8 個ずつ，小さい袋に 5 個ずつ入れたところ，すべての袋を使いましたが，袋に入らなかった里芋が 67 個残りました。そこで，大きい袋には 10 個ずつ，小さい袋には 6 個ずつとなるように，残っていた里芋を袋に追加したところ，里芋はすべて袋に入りました。このとき，大きい袋はすべて 10 個ずつになりましたが，小さい袋は 2 袋だけ 5 個のままでした。かごの中にあった里芋は何個ですか。

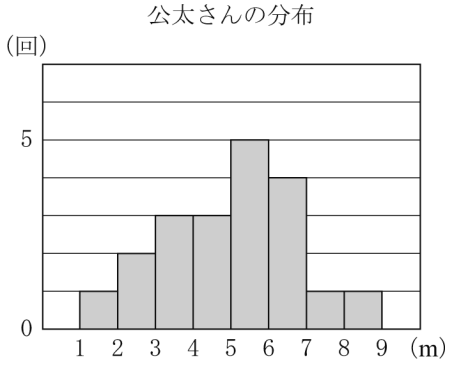
(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) かごの中にあった里芋の個数を求めなさい。

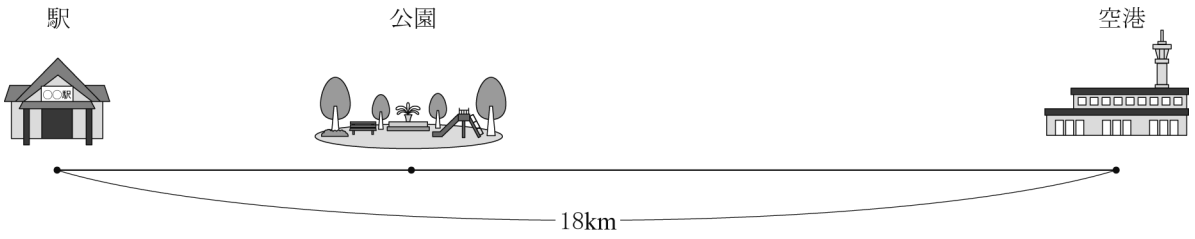
問４　美咲さんの住む地域では，さくらんぼの種飛ばし大会が行われている。この大会では，台の上に立ち，さくらんぼの実の部分を食べ，口から種を吹き飛ばして，台から最初に種が着地した地点までの飛距離を競う。下の図は，知也さんと公太さんが種飛ばしの練習を 20 回したときの記録を，それぞれヒストグラムに表したものである。これらのヒストグラムから，たとえば，2 人とも，1 m 以上 2 m 未満の階級に入る記録は 1 回であることがわかる。また，ヒストグラムから 2 人の記録の平均値を求めると，ともに 5 m で同じであることがわかる。

美咲さんは，2 人の記録のヒストグラムから，本番では知也さんのほうが公太さんよりも種を遠くに飛ばすと予想した。美咲さんがそのように予想した理由を，平均値，中央値，最頻値のいずれか 1 つを用い，数値を示しながら説明しなさい。



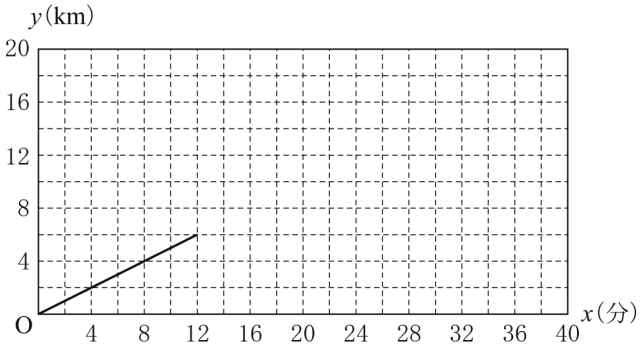


3 明美さんは，父の運転する自動車に乗って駅を午前 10 時に出発し，午前 10 時 12 分に公園に到着したあと，自動車をとめて，待ちあわせていた姉を乗せてから，午前 10 時 18 分に公園を出発して空港に向かった。駅から公園を通って空港まで行く道のりは 18 km であり，駅から公園までの自動車の速さと，公園から空港までの自動車の速さは，それぞれ時速 30 km，40 km で一定であるとする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問 1 午前 10 時から x 分後の，駅から自動車までの道のりを y km とする。自動車が駅を出発してから公園に到着するまでの x と y の関係をグラフに表したところ，**図**のようになった。あとの問いに答えなさい。

図



(1) 自動車が駅から 4 km の地点を通過する時刻は午前何時何分か，答えなさい。

(2) **表**は，自動車が駅を出発してから空港に到着するまでの x と y の関係を式に表したものである。

ア ～ ウ にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図**にかき加えなさい。

表

x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 12$	$y=$ ア
$12 \leqq x \leqq 18$	$y=6$
$18 \leqq x \leqq$ イ	$y=$ ウ

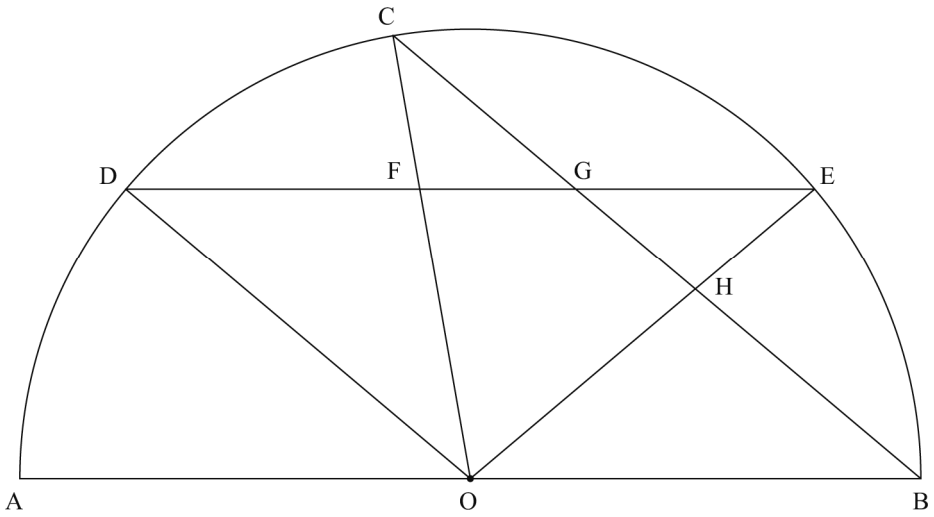
問２　明美さんを乗せた自動車が通った道と同じ道を走るバスは，午前 10 時 6 分に駅を出発し，公園でとまらずに空港に向かった。バスは，自動車が公園でとまっている間に自動車を追いこしたが，空港に到着する前に追いこされた。次は，このバスの，駅から空港までの速さのとりうる値について表したものである。［エ］，［オ］にあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

ただし，バスの速さは，駅から空港まで一定であるとする。

バスの速さは，時速［エ］km よりは速く，時速［オ］km よりは遅い。

数-21-公-山形-問-04

4　下の図のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする半円 O がある。点 A とは異なる点 C を，弧 AB 上に，∠AOC の大きさが 90° より小さくなるようにとる。また，点 D を，弧 AC 上に，OD // BC となるようにとる。点 D を通り線分 AB に平行な直線と半円 O との交点のうち点 D とは異なる点を E とする。線分 DE と線分 OC，BC との交点をそれぞれ F，G とし，線分 OE と線分 BC との交点を H とする。このとき，それぞれの問いに答えなさい。



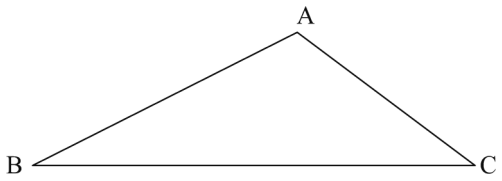
問１　∠BGE＝40° であるとき，∠AOC の大きさを求めなさい。

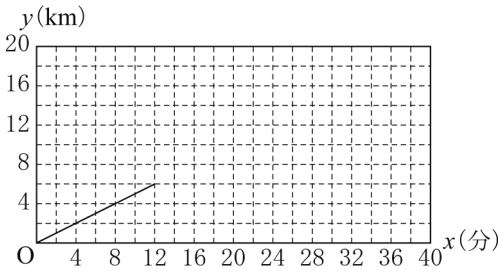
問２　△OCH≡△OEF であることを証明しなさい。

問３　AB＝8 cm，DE＝6 cm であるとき，△CFG の面積を求めなさい。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-山形-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(x-4)(3x+2)=-8x-5$ 答			
		問３	cm^3			
		問４				
		問５				

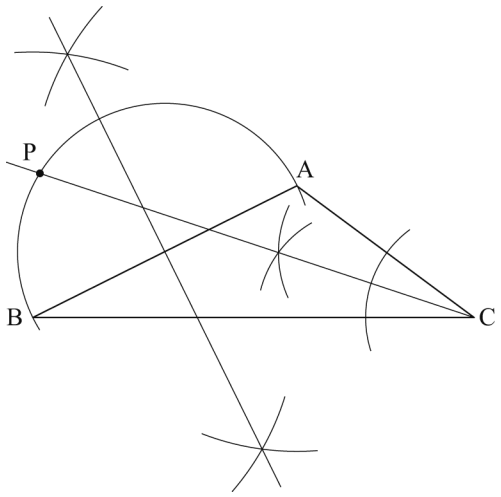
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-コ形-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	個		
		問４				

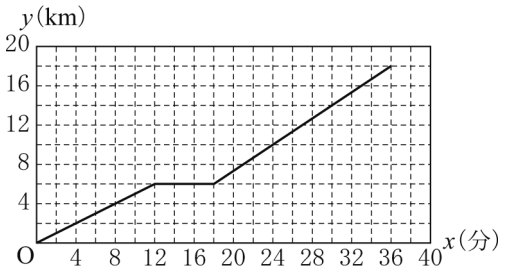
	問題番号		解答			配点	備考
数-21-公-山形-KY-03	3	問１	(1)	午前　　時　　分			
			(2)	ア	$y=$		
				イ			
				ウ	$y=$		
				図 			
		問２	エ				
			オ				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-山形-KY-04	4	問１			
		問２	〔証明〕		
		問３	cm^2		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-山形-木-01	1	問１	(1)	7	3	
			(2)	$-\frac{1}{2}$	4	
			(3)	$12x^2y$	4	
			(4)	$-2\sqrt{2}$	4	
		問２	$(x-4)(3x+2)=-8x-5$ (例) $3x^2+2x-12x-8=-8x-5$ $3x^2-2x-3=0$ $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}$ $=\frac{2\pm\sqrt{40}}{6}$ $=\frac{2\pm2\sqrt{10}}{6}$ $=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$ 答　$x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$		5	
		問３	$18\sqrt{3}$　cm^3		4	
		問４	エ		4	
		問５	エ		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-コ形-K-02	2	問１	(1)	$-8 \leqq y \leqq 0$	4	
			(2)	-1	4	
		問２			5	
		問３	(1)	(例) 大きい袋の枚数を x 枚とする。 $8x+5(50-x)+67=10x+6(50-x-2)+5\times2$ (例) 大きい袋の枚数を x 枚，小さい袋の枚数を y 枚とする。 $\begin{cases} x+y=50 \\ 8x+5y+67=10x+6(y-2)+5\times2 \end{cases}$	6	
			(2)	374　個	4	
		問４	(例) 最頻値を比べると，知也さんは 6.5 m，公太さんは 5.5 m であり，知也さんのほうが大きいから。		5	

	問題番号		解答			配点	備考
数-21-公-コ形-K-03	3	問1	(1)	午前　10　時　8　分		3	
			(2)	ア	$y=\frac{1}{2}x$	3	
				イ	36	3	
				ウ	$y=\frac{2}{3}x-6$	3	
				図  	3	
		問2	エ	30		3	
			オ	36		3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-コ形-K-04		問１	80°	4	
	4	問２	〔証明〕 (例) △OCH と△OEF において 共通だから ∠COH＝∠EOF　…… ① 半円 O の半径だから OC＝OE　…… ② △OCB は OC＝OB の二等辺三角形だから ∠OCH＝∠OBC　…… ③ 仮定より四角形 OBGD は平行四辺形であり， 平行四辺形の対角は等しいから ∠OBC＝∠ODE　…… ④ △ODE は OD＝OE の二等辺三角形だから ∠ODE＝∠OEF　…… ⑤ ③，④，⑤より ∠OCH＝∠OEF　…… ⑥ ①，②，⑥より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △OCH≡△OEF	10	
		問３	$\frac{\sqrt{7}}{3}$ cm^2	5	

数-21-公-山形-KS-01

1　【計算分野，確率，空間図形】

問３　△ABC において，∠ABC＝30°，∠ACB＝90°だから，AC：AB：BC＝1：2：$\sqrt{3}$

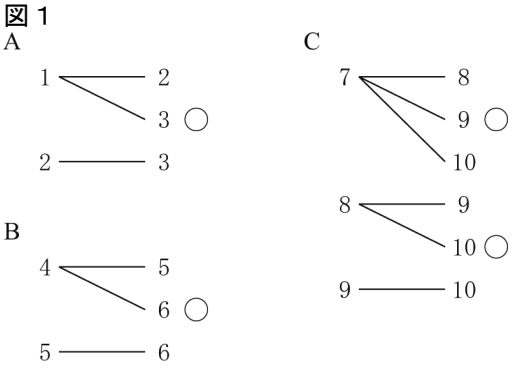
よって，AC：AB＝1：2，AC：6＝1：2，AC＝3(cm)

AB：BC＝2：$\sqrt{3}$，6：BC＝2：$\sqrt{3}$，BC＝$3\sqrt{3}$(cm)

したがって，三角柱の体積は，△ABC×BE＝$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3\times 4=18\sqrt{3}$(cm^3)

問４　それぞれの箱における玉の取り出し方を樹形図で表すと**図１**のようになる。取り出した２個の玉に書かれた数の和が偶数になる確率は，A の箱において，$\frac{1}{3}$，B の箱において，$\frac{1}{3}$，C の箱において，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$なので，どの箱も起こりやすさは同じである。

図１



ポイント》確率のポイント

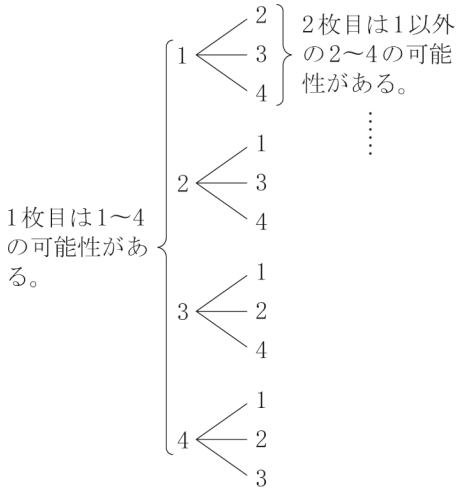
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを２つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。

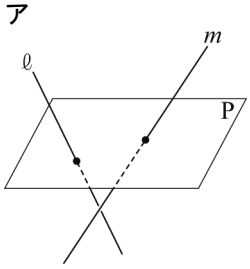
例：４枚のカード 1，2，3，4 から２枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



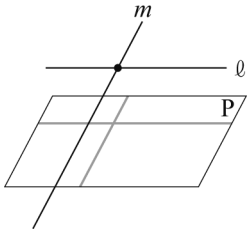
問５　エ　平面 P と直線 ℓ が交わるので，平面 P と直線 ℓ は平行ではない。また，平面 P 上に直線 m があるので，直線 ℓ と直線 m は平行ではない。さらに，直線 ℓ と直線 m は交わらないので，直線 ℓ と直線 m はねじれの位置にある。

ア，**イ**，**ウ**の反例，**エ**の位置関係は**図**のとおり。

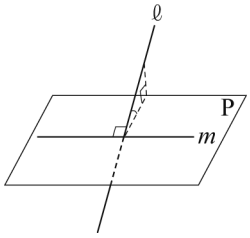
ア



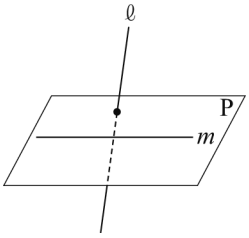
イ



ウ



エ



数-21-公-山形-KS-02

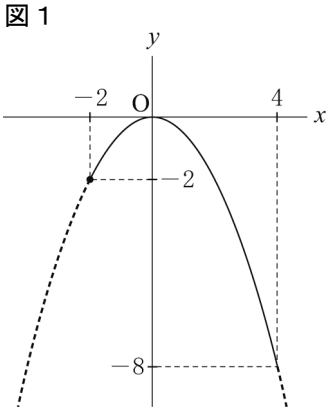
2　【関数のグラフと図形，作図，方程式の利用，資料の活用】

問１　(1) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，$x=-2$ のとき，

$y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2=-2$,

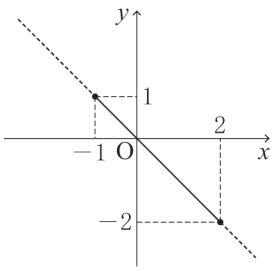
$x=4$ のとき，$y=-\frac{1}{2}\times4^2=-8$ であることに注意してグラフをかくと，**図１**のようになる。よって，y の変域は，$-8\leqq y\leqq0$

図１



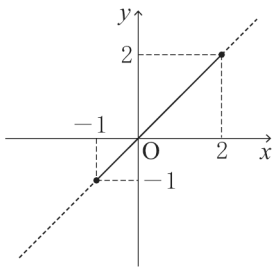
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！

$y=-x$



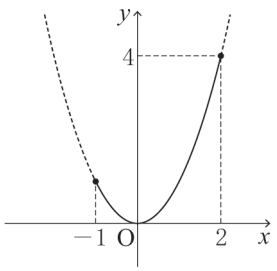
$-2\leqq y\leqq1$

$y=x$



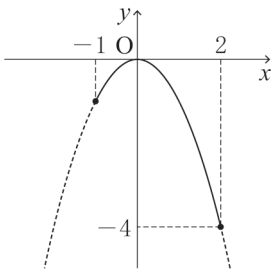
$-1\leqq y\leqq2$

$y=x^2$



$0\leqq y\leqq4$

$y=-x^2$



$-4\leqq y\leqq0$

特に，関数 $y=ax^2$ の y の変域を求めるときに注意しよう。

(2) 線分 AP と線分 BP の長さの和が最も小さくなるのは，**図２**のように，3 点 A，P，B が一直線上にあるときである。

点 A は x 座標が-2 で，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるので，$y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2=-2$

だから，A$(-2,\ -2)$

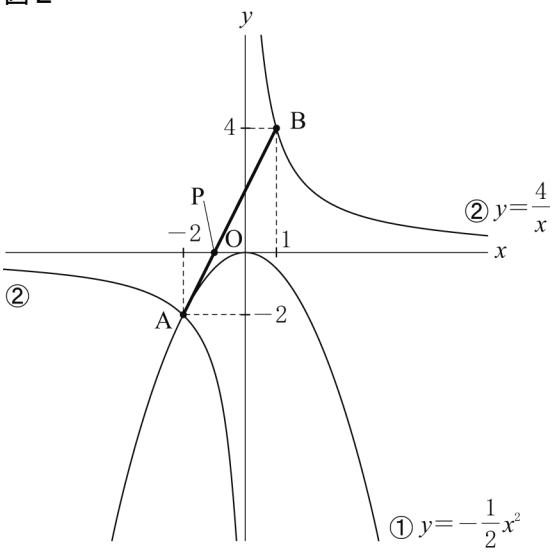
②のグラフの式は，反比例だから，$y=\frac{a}{x}$とおける。点 A がこのグラフ上にあるので，

$-2=\frac{a}{-2}$，$a=4$

よって，②のグラフの式は，$y=\frac{4}{x}$である。

点 B は x 座標が 1 で，関数 $y=\frac{4}{x}$のグラフ上にあるので，$y=\frac{4}{1}=4$，B$(1,\ 4)$

図２

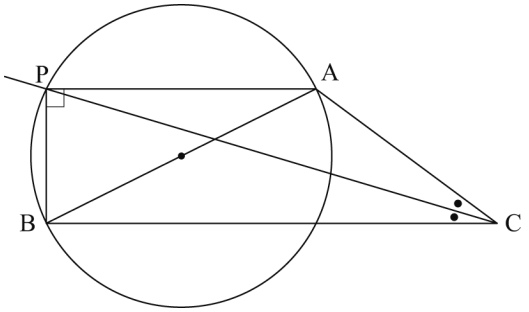


直線 AB の式を $y=mx+n$ とおき，$(x,\ y)=(-2,\ -2)$，$(1,\ 4)$をそれぞれ代入してできる連立方程式を解くと，$m=2$，$n=2$　よって，直線 AB の式は，$y=2x+2$ である。

点 P の y 座標は 0 なので，$0=2x+2$，$x=-1$

問２　「直線 AC と直線 BC から等しい距離にある」という条件①から，∠ACB の二等分線上に点 P があることがわかる。「∠APB＝90°」という条件②から，完成図を予想すると，**図３**のようになる。線分 AB に対して，∠APB＝90°となる点 P を作図するには，線分 AB を直径とする円をかくことで，半円の弧に対する円周角が 90°であることを利用する。

図３



問４

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

3 【1次関数の利用】

問1 (2) 駅から公園までの自動車の速さは，時速 30km である。それは，1 時間に 30km 進む速さなので，60 分間に 30km，すなわち，1 分間に$\frac{1}{2}$km 進むから，分速$\frac{1}{2}$km の速さである。

よって，$0 \leqq x \leqq 12$ のときの x と y の関係を表すグラフは，傾きが$\frac{1}{2}$，切片が 0 の直線なので，その式は，$y=\frac{1}{2}x$ である。

同様に，公園から空港までの自動車の速さは，時速 40km である。これは，1 時間に 40km 進む速さなので，60 分間に 40km，すなわち，1 分間に$\frac{2}{3}$km 進むから，分速$\frac{2}{3}$km の速さである。

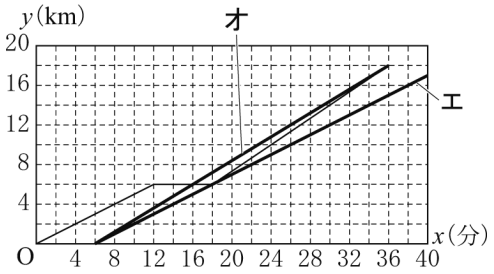
よって，公園を出発してからの x と y の関係を表すグラフは，傾きが$\frac{2}{3}$で，点(18，6)を通る直線なので，その式を，$y=ax+b$ とおくと，$6=\frac{2}{3}\times 18+b$，$b=-6$　よって，その式は，$y=\frac{2}{3}x-6$

自動車が空港に着く，すなわち，$y=18$ となるのは，$18=\frac{2}{3}x-6$，$x=36$

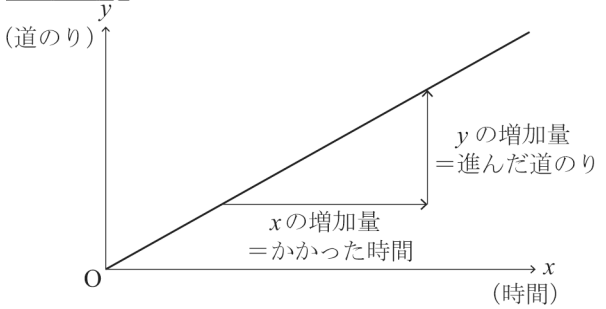
よって，公園を出発してから空港に到着するまでの x の変域は，$18 \leqq x \leqq 36$ である。

問2 バスは，午前 10 時 6 分に駅を出発したので，その x と y の関係をグラフに表したとき，そのグラフは点(6，0)を通る直線となる。バスの速さによって，その直線の傾きが変わるので，バスが，自動車が公園でとまっている間に自動車を追いこし，空港に到着する前に追いこされるように，グラフの傾きを考えていけばよい。傾きが最も小さくなるのは，①**図 1** の**エ**のグラフのように，自動車が公園を出発するときに，バスが公園に到着するようなときであり，傾きが最も大きくなるのは，②**図 1** の**オ**のグラフのように，自動車が空港に到着するときに，バスが同時に空港に到着するようなときである。①のとき，グラフの傾き(＝速さ)は，10 時 6 分から 10 時 18 分までの 12 分間で 6km 進む速さ，すなわち，60 分間に 30km 進むということなので，その速さは時速 30km である。②のとき，グラフの傾き(＝速さ)は，10 時 6 分から 10 時 36 分までの 30 分間で 18km 進む速さ，すなわち，60 分間に 36km 進むということなので，その速さは時速 36km である。よって，バスの速さは，時速 30km よりは速く，時速 36km よりは遅い。

図 1



ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



$\Rightarrow$ 速さ$=\frac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝ 変化の割合(一次関数の傾き)

4 【平面図形】

問１

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

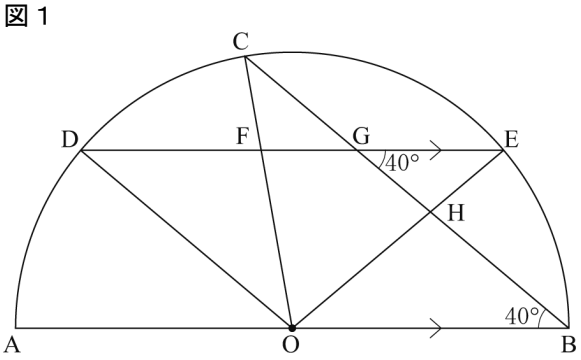
解答のヒント

① 問題文中から，条件となる情報をさがすと，線分 AB を直径とする半円，OD//BC，DE//AB などが見つかる。

② 線分 AB を直径とする半円からは，「円周角の定理」「半円の弧に対する円周角は 90°」
OD//BC，DE//AB からは，「同位角，錯角は等しい」「平行線と線分の比」
などが発想として出てくる。

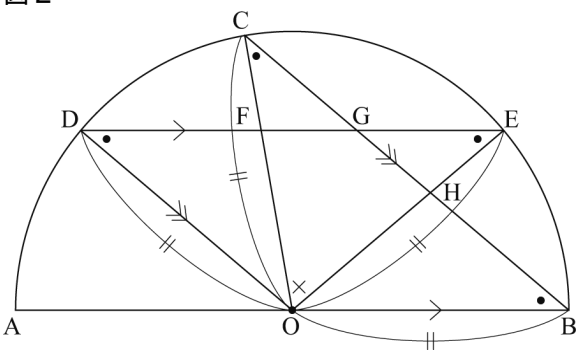
③ 今回は，∠AOC の大きさを求める問題なので，「円周角の定理」「半円の弧に対する円周角は 90°」「同位角，錯角は等しい」などの角に関する性質を利用する可能性が高い。
以上のことに注意して解いていく。
図１のように，DE//AB より，錯角は等しいので，∠BGE＝∠ABC＝40°
円周角の定理より，∠AOC＝2∠ABC＝80°

図１



問２ **解答のヒント**問１のヒントから，平行により，四角形 OBGD が平行四辺形となることに注意。証明に利用する辺や角などは**図２**を参照。

図２



問３ **解答のヒント**問１のヒントに加えて，**問２**で証明に利用した□OBGD や，証明の結論である△OCH≡△OEF にも着目する。
直径 AB の長さが 8cm だから，半径 OB，OA，OD，OC，OE の長さはすべて 4cm である。
図３のように，□OBGD の対角は等しいので，DG＝OB＝4(cm)
よって，GE＝DE－DG＝6－4＝2(cm)
GE//OB より，△GEH と△OBH で，平行線と線分の比から，EH：OH＝GE：BO＝2：4＝1：2
よって，$OH=\frac{2}{3}OE=\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}$(cm)

図３

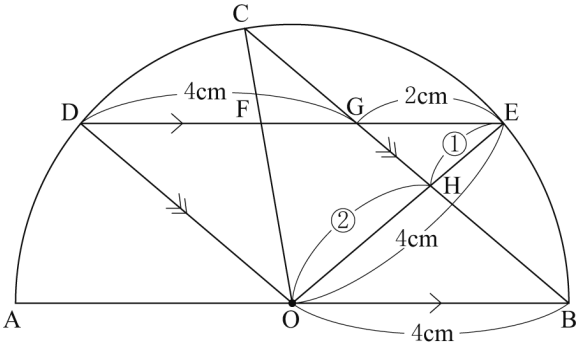


図４で，△OCH≡△OEF より，

OF＝OH＝$\frac{8}{3}$(cm)

よって，FC＝OC－OF＝4－$\frac{8}{3}$＝$\frac{4}{3}$(cm)

図４

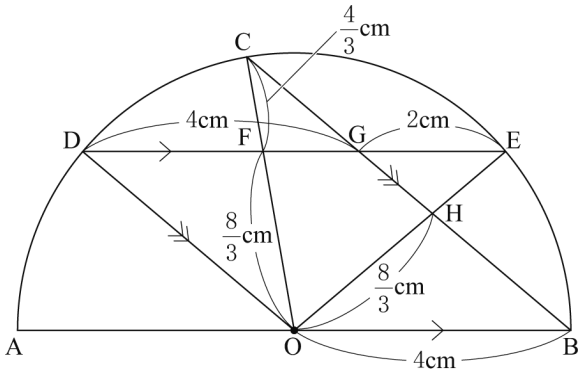


図５で，DG：GE＝4：2＝2：1 より，

△DOG：△EOG＝2：1

すなわち，△DOG＝$\frac{2}{3}$△DOE

また，CG//DO より，△FCG と△FOD で

平行線と線分の比から，

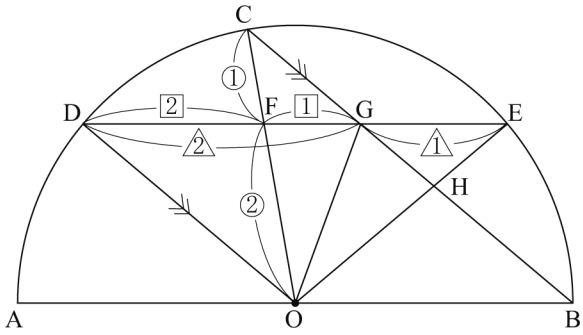
GF：DF＝CF：OF＝$\frac{4}{3}$：$\frac{8}{3}$＝1：2 より，

△GOF：△DOF＝1：2

すなわち，△GOF＝$\frac{1}{3}$△DOG

＝$\frac{1}{3}$×$\frac{2}{3}$△DOE＝$\frac{2}{9}$△DOE

図５



CF：OF＝1：2 より，△CFG：△GOF＝1：2

すなわち，△CFG＝$\frac{1}{2}$△GOF＝$\frac{1}{2}$×$\frac{2}{9}$△DOE＝$\frac{1}{9}$△DOE

ここで，図６のように，△DOE において，

点 O から，辺 DE に垂線 OI をおろす。

△DOE は OD＝OE の二等辺三角形だから，

DI＝EI＝3(cm)

△DIO は∠DIO＝90°の直角三角形だから，

三平方の定理より，OI^2＝OD^2－DI^2

＝4^2－3^2＝7

OI＞0 より，OI＝$\sqrt{7}$(cm)

よって，△DOE＝$\frac{1}{2}$×DE×OI＝$\frac{1}{2}$×6×$\sqrt{7}$

＝3$\sqrt{7}$(cm^2)

したがって，△CFG＝$\frac{1}{9}$△DOE＝$\frac{1}{9}$×3$\sqrt{7}$＝$\frac{\sqrt{7}}{3}$(cm^2)

図６

